

種々のレイノルズ数に対する三次元角柱後流の渦形成機構

Mechanism of Vortex Formation in the Wake of a Rectangular Solid at Various Reynolds Numbers

- 安藤正恵, 首都大, 東京都八王子市南大沢 1-1, E-mail: masayoshi_ando@ihi.co.jp
 阿部伸之, 消防研, 東京都調布市深大寺東町 4-35-3, E-mail: abe@fri.go.jp
 田代伸一, 首都大, 東京都八王子市南大沢 1-1, E-mail: tasiro@tmu.ac.jp
 Masayoshi ANDO, Tokyo Metropolitan University, 1-1 Minami-Osawa, Hachioji-shi, Tokyo, Japan
 Nobuyuki ABE, National Research Institute of Fire and Disaster, 4-35-3 Jindaiji-higashimachi, Chofu-shi, Tokyo, Japan
 Shinichi TASHIRO, Tokyo Metropolitan University, 1-1 Minami-Osawa, Hachioji-shi, Tokyo, Japan

We carried out numerical simulations of a wake behind a three dimensional rectangular solid with the aspect ratio L/H of 5.0 at various Reynolds numbers ($Re=50, 100, 150, 200, 400, 800, 2\ 000, 3\ 000, 4\ 000, 8\ 000, 10\ 000$). A transition from a symmetric steady flow to an asymmetric steady flow occurs at a Reynolds number between 100 and 150. And the collapse of symmetry stimulates with the increase of a Reynolds number. As the result, we found out that a pair of hair pin vortex was shed from the vortex formation region coincidentally and alternately at $Re=150-4\ 000$. On the other hand, the peaks of spectrum decrease intermittently and characteristics of turbulence appears at $Re=8\ 000-10\ 000$.

1. はじめに

CFD を用いた数値解析によりアスペクト比 $L/H=5.0$ の三次元角柱周りの流れのレイノルズ数依存性について調べた。

二次元角柱周りの流れについては、これまで実験的および数値解析的側面から多くの研究が行われ^{(1)~(6)}、代表的な組織構造として高い周期性を持つ交番渦列が生成、放出することは周知の事実である。この周期的放出渦は主流方向断面辺長比 B/H が 1 の場合、ストローハル数 (以下、 St 数) が 0.12~0.13 で卓越したスペクトルピークを持つことが知られている⁽⁹⁾。レイノルズ数 (以下、 Re 数) 依存性については、 $Re > 10^2$ の領域では St 数は Re 数に対して大きな変化がなく $St \approx 0.13$ のほぼ一定の値をとることがわかっている^{(1),(2)}。

一方、三次元角柱を考えた場合、 x_3 方向端面 (二次元角柱はアスペクト比が無限大である) の存在により角部で縦渦が強制的に生成され、流れの三次元性が強くなる。その結果、二次元角柱周りで放出されていた周期的な横渦が形成されにくくなり、アスペクト比 L/H の変化により種々の三次元的な渦構造が放出される⁽⁴⁾。

物体周りの流れの様相は剥離の形態に依存する場合があり、角部を有する角柱周りの流れ場では必然的に境界層剥離を伴い後流の構造もこれによって影響を受ける。二次元角柱では前縁角部で二次元的に剥離したせん断層が角柱背後の鞍点で合流することで再循環領域が形成される。この領域内に形成される双子渦は Re 数の増加と共に主流方向長さが増加し、伸張した再循環領域はせん断層のケルビン-ヘルムホルツ不安定により周期的な正弦波状に振動し山と谷の部分で連行がおこり交番的な渦として巻き上がる。これらの機構により形成される渦は後流において秩序的な構造を持ち、カルマン渦列で象徴されるような規則的な渦構造として現れる。

一方、三次元角柱周りの流れの様相を理想的な流れで考えた場合、ヘルムホルツの渦定理により渦管は流体の内部では終端できないことから、周期的な渦管が角柱の両端で互いにつながった渦構造になると予想され、またそのことは実験的にも示されている⁽⁷⁾。しかし、実際には両端で曲率を持った渦管は不安定であり⁽⁸⁾、下流ではそれらはますますねじれ、渦の周期的秩序を破壊する。三次元角柱周りの流れ場では、角柱前縁における短辺、長辺の各辺から二次元的に剥離したせん断層と端部における三次元的な剥離による旋回流の形成が物体背後の渦形成領域においてそれらが

混在することになる。それぞれの剥離形態から供給される渦度は渦形成領域において混在することで秩序的な構造は希薄となり無秩序な要素が支配的となる。しかし、その要素は渦形成領域を流下する過程で蓄積され後端の鞍部近傍において集約し明確な組織的渦構造として形成される。このことから、三次元角柱での渦の発生は、二次元的剥離に対して三次元的剥離が加わることで、二次元的剥離形態のみから渦度を供給され組織構造を形成する二次元角柱とはきわめて異なる渦形成過程であることがわかる。また、三次元角柱周りの流れにおいてのみ生ずる流れ現象も存在することがわかっている。

船体あるいは航空機体の様な細長い流線型物体では、二次元的な剥離はあまり重要ではなく、縦渦を発生させるような三次元的剥離によって後流を支配される場合が多い。したがって、工學上望ましい形態を予知する場合において、本来的に二次元的剥離と三次元的剥離が混在する三次元角柱を用いて新しく認識された渦特性を示すことに意味があると考えられる。そこで、本研究では剥離形態や渦形成領域、後流の挙動との関連から Re 数の変化に注目し二次元的性質と三次元的性質が共存すると考えるアスペクト比 $L/H=5.0$ の三次元角柱周りの流れの渦放出特性、および渦構造を把握するために、 $Re=50, 100, 150, 200, 400, 800, 2\ 000, 3\ 000, 4\ 000, 8\ 000, 10\ 000$ の 11 種類の三次元非定常数値解析を行った。

2. 三次元角柱周りの流れの数値解析手法

2.1 基礎方程式

Re 数が 2 000~10 000 の角柱周りの流れについて、三次元非圧縮性 Navier-Stokes 方程式 (式(1)) および連続の式にフィルタ操作を施した Filtered Navier-Stokes 方程式および連続の式を LES の基礎方程式として計算を行った。また、 $Re=50\sim 800$ については SGS 応力項を省き、それ以外については同様の条件で計算を行った。無次元化の際には、代表長さを角柱断面の一边の長さ H 、代表速度を一様流入流速 U_0 とした。 Re 数は $Re=U_0 H/\nu$ である。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 u は速度、 p は圧力、 t は時間、 x は位置、 τ は SGS 応力、を表す。また、 $(\bar{\quad})$ は GS 成分、下添え字 i, j ($=1,2,3$) はデカルト座標系の各成分を表す。式(1)の右辺第 3 項に示す SGS 応力項のモデル化には、渦粘性モデルである標準 Smagorinsky モデルを適用

した。

2.2 計算条件

計算領域はデカルト座標系である。角柱の x_2 方向の長さを代表長さ H 、 x_3 方向の長さを L とすると、計算領域の寸法は $20H(x_1) \times 14H(x_2) \times 14H(x_3)$ である。本研究で解析対象とした角柱は、アスペクト比 L/H が 5.0 で、流入境界から x_1 方向に $4.5H$ 離れた場所に配置した⁽⁵⁾。空間刻み幅は、デカルト座標系の各方向とも 0.1H の等間隔格子である。また、今後 x_3 軸に平行な角柱上流側の前縁を長辺と呼び、 x_1 軸に平行な前縁を端面と呼ぶ。

流入境界は一樣流とし、流出境界は自由流出条件とした。角柱壁面はすべりなし条件、 x_2, x_3 方向境界はすべりあり条件である。時間的離散化には対流項に対して三次精度 Adams-Bashforth 法を、粘性項に対しては Crank-Nicolson 法を用いた。空間的離散化については二次精度中心差分法を用いた。また、角柱上流の前縁付近には、角部から上流側にかけて伝播する空間的数値振動を抑えるために対流項に UTOPIA スキームを適用した⁽⁶⁾。

本計算では、 Re 数が 50, 100, 150, 200, 400, 800, 2 000, 3 000, 4 000, 8 000, 10 000 の角柱について、それぞれ 55 000 無次元時間ステップ（時間刻みは無次元時間 1.0×10^3 ）の x_2, x_3 方向成分の時系列速度 \bar{u}_2, \bar{u}_3 を角柱端面から $1/4L$ で $3H$ 後方の位置で取得した。また、1 000 ステップ毎に計算領域全体の速度および圧力データを取得した。

3. 数値計算結果と考察

3.1 Re 数の変化による St 数および速度分布

Fig. 1 にはデータ取得点における \bar{u}_2 成分速度を、Fig. 2 には \bar{u}_3 成分速度をスペクトル解析した結果からピークが観察された St 数と Re 数の関係を示している。 $Re=50$ においては卓越したピークは確認できなかった。よって、後の可視化画像からもわかるようにこの Re 数では後流の様相は定常流となる。 $Re=100 \sim 800$ においては u_2, u_3 成分の速度変動ともに二次元角柱で見られる $St=0.1 \sim 0.12$ 付近のほかにも $St=0.03 \sim 0.045$ 付近にもピークを持つ。特に、 $Re=400, 800$ では \bar{u}_3 成分において、その St 数において最も強いピークを持つことから端面の短辺からのせん断層と長辺からのせん断層の変動周期が異なることがわかる。 $Re=2 000 \sim 4 000$ では低 St 数のモードは両速度成分にも見られず高 St 数の渦放出が卓越した流れとなる。また、渦列が形成される際の変動周期に関与する \bar{u}_2 成分のピーク値については $Re=50 \sim 4 000$ において増加傾向を示す一方で、 St 数は 0.1 \sim 0.12 の範囲で大きな変化がない。 $Re=8 000$ においては \bar{u}_2 成分のピーク値の増加傾向は断続し、 $Re=10 000$ において再び増加傾向に転ずる。

角柱後流の中心軸上の \bar{u}_1 速度分布と角柱各側面の中央における \bar{u}_1 速度分布を Fig. 3 に示す。Fig. 3 に示すように角柱後流の再循環領域または渦形成領域が長くなればせん断層の干渉に要する時間は増加することが考えられる。その一方で、Fig. 4 に示すようにせん断層内の速度勾配の増加は渦度の供給量の増大を意味するため、渦放出を示す St 数はレイノルズ数に依存せず一定傾向を示すと考えられる。

3.2 各 Re 数の流れ場の空間的特徴

Re 数の変化によってスペクトル解析からわかる渦放出周波数が変化することがわかったが、同時に流れ場を見てもその様相の変化がわかる。円柱や球周りの流れの場合における流れ場の分類は、剥離点が変動するため剥離に至る境界層の性質も関わってくるが、角柱においては剥離点が固定されるためそれまでの境界層の発達には重要な因子とはならない。よって流れ場の分類は、乱流遷移位置がせん断層、渦形成領域、後流のいずれか、また、組織的構造を形成するか否かを考慮に入れば良く大別簡略化し

て考察する。

- (1) 層流で定常状態
- (2) 同位相および逆位相の渦列形成による周期運動状態
- (3) その周期性が消滅し乱流へと移行する状態

以下、この分類に従いエンストロフィ分布を用いて三次元角柱周りに形成される渦構造のレイノルズ数依存性を検討する。

(1) 層流で定常状態 $Re=50$

まずは定常状態にある $Re=50$ を例として物体背後に形成される渦の構造を流線図 (Fig. 5, Fig. 6) および $\bar{\omega}_1$ 成分渦度分布 (Fig. 7) を用いて考察する。この $Re=50$ 程度の流れ場では角柱背後において定常的かつ x_1-x_2, x_1-x_3 断面に関して対称な 4 つの剥離泡からなる再循環領域が形成されていることがわかる。この剥離泡は角柱前縁での各辺から剥離したせん断層と角柱端部の剥離における旋回流が因子となり形成される。再循環領域の主流方向長さは Re 数の増加に伴いその大きさを増す。このことは Saha⁽⁹⁾ や Johnson⁽¹⁰⁾ が報告した立方体や球周りの流れの Re 数依存性と一致する。一方、立方体周りの流れでは対角線に対して対称な剥離泡が形成されるのに対し、アスペクト比を持ったことにより非対称な物体形状となり再循環領域においてもまた非対称な剥離泡を形成する。これは、端面側から剥離したせん断層が角柱中心軸 ($x_2=x_3=0$) に対し長辺-中心軸間よりも長い無次元距離を持っていることから高 Re 数に類する流れ場の特性を示すためより大規模な剥離泡が形成される。また、Fig. 4 に示したように角柱側面のせん断層厚さに Re 数依存性は確認できないが、せん断層内の速度勾配が増加することによるせん断層が供給する渦度は Re 数の増加に同調することがわかる。

つぎに角部より形成される旋回流の影響を $\bar{\omega}_1$ 渦度等値面分布

(Fig. 7) から考察する。角柱端面より三次元的に剥離した旋回流は前縁部において 4 対の渦要素として長辺側から端面側へ旋回するものとその逆のものが x_1-x_2 対称に形成されていることがわかる。しかし、これらの渦は角柱側面を流下する過程で長辺側から端面側へ流れ込む旋回が主体的となり後端部においては 2 対の旋回流のみが確認される。上述の過程を総じて、剥離層から供給される渦度は流下される過程で渦形成領域の鞍点に向かって集約されることになる。

(2) 同位相および逆位相の渦列形成による周期運動状態 $Re=100 \sim 4 000$

Fig. 8~13 に $Re=100 \sim 800$ の GS 成分エンストロフィ分布を示す。この状態では渦形成領域後端において流れが層流から乱流に遷移する。この Re 数において再循環領域および渦形成領域における渦度の集中が促進されており、せん断層による渦度の供給量が増大していることがこのことからわかる。Fig. 9 における $Re=100$ の流れ場から単位時間当たりの渦度の供給量が増したことにより 4 つの剥離泡が定在する状態に対する不安定性が増し、再循環領域が屈曲し時間的に変動し始めていることがわかる。このように、 $Re > 100$ においては再循環領域に周期的な脈動が見られ、その性質を渦形成領域へと変化させる。これは、再循環領域内において供給される渦度とそれが粘性散逸する収支がとれなくなり余剰分は渦管の形となりさらに自己誘導によって曲がることで渦度の集中が生じる。この組織構造が形成されることで粘性による渦度の拡散が早まる。Saha⁽⁹⁾ が報告する $Re=216 \sim 218$ と比較すると、三次元角柱周りの流れ場ではそれより低い Re 数において非定常性を示しており、二次元物体周りの流れに近い傾向を示す。 $Re=100 \sim 200$ の範囲においてヘアピン状渦が同位相で形成される場合および逆位相で交差的に放出する場合が混在する。

Karman によって示された対称的に並ぶ 2 列の渦列は不安定であり、これと対応する軸対称流としての等間隔に並ぶ渦列も不

安定であることが Levy らによって示されている⁽¹²⁾。しかし、実際には Fig.9, 10 に示すように同位相の安定な渦列が実現されている。この渦列は $Re=100, 150, 200$ で間欠的に確認され、ヘアピン状渦が渦形成領域より放出されている。また、 $Re=100\sim 200$ で角柱中心軸上の x_1 速度分布から、渦形成領域長さが Re 数の増加に伴い減少しており角柱後縁から近距離でのせん断層の巻き上がりにより渦形成領域が形成されていることがわかる。Fig.11 では $Re=200$ において交番渦列を形成している時点をつまえており、この Re 数では上述の同位相渦列も放出され不規則な渦放出になる。Fig.12, Fig.13 にはそれぞれ $Re=400, 800$ の渦構造を示しており、GS 成分エントロピの強度の分布範囲が広がることから渦構造のスケールが最も大きいヘアピン状渦から小規模な渦まで広範囲の規模に拡大していることがわかる。

$Re=2000$ を超えると交番渦列のみが形成される単一様相の流れ場となる。これはスペクトル解析結果において卓越したストローハル数のスペクトルピークをもつことからわかる。 $Re=4000$ の場合において、Fig.14 に示すように一次的なヘアピン状渦に対して二次的なヘアピン状渦が後流域において形成される。ここでは、渦構造をつまえてやすくするため圧力分布を拡大したものを示している。この二次的な渦は主渦と回転方向が同じ渦管が自発的に発生することで形成される。この過程が起こる周期はわかっていないが形成過程を考えると大略以下のようなものと考えられる。主渦が形成されることで渦管の間に低速領域が誘起され、そこへ主流の高速領域が流れ込むことで速度差を生じ二次的な渦管が形成される。この際、主渦は誘起によって二次的渦の直径を増加させ、主渦は二次的渦によって減少させられる。よって、主渦が二次的渦を形成する場合は形成しない場合に比べ組織性の崩壊が早い。この現象が見られるのは今回計算を行った Re 数のうち $Re=4000$ の場合だけである。

(3) 周期性が消滅し乱流へと移行する

Fig.15 に $Re=8000$ のエントロピ分布を示す。この Re 数ではスペクトル解析の結果において渦放出が阻害されていることを確認したが、せん断層において乱流に遷移しているものと考えられる。角柱の各辺からのせん断層および旋回流が渦形成領域において不規則に干渉し真に無秩序な領域となり、エネルギー散逸が大きくなっていることから組織的な渦を形成するには至らない場合がある。また、 $Re=2000$ などで見られたヘアピン状渦を形成している場合も確認されるため渦形成領域より放出される渦構造は時間変化に対し不規則になる。

4. 結論

$Re=50, 100, 150, 200, 400, 800, 2000, 3000, 4000, 8000, 10000$ の一様流中に置かれたアスペクト比 $L/H=5.0$ の三次元角柱周りの流れの数値解析を行った。

$Re=50$ で見られた後流の対称性が、 $Re=100\sim 150$ で崩れ非対称性が現れた。 $Re=150\sim 4000$ で渦形成領域からヘアピン状渦が放出され、 $Re=8000\sim 10000$ では乱流状態となった。 Re 数が変化するに伴い、後流渦の St 数が複雑に変化した。そしてそれらの変化に対して、後流の速度分布および可視化された流れのパターンが良く対応することを示した。

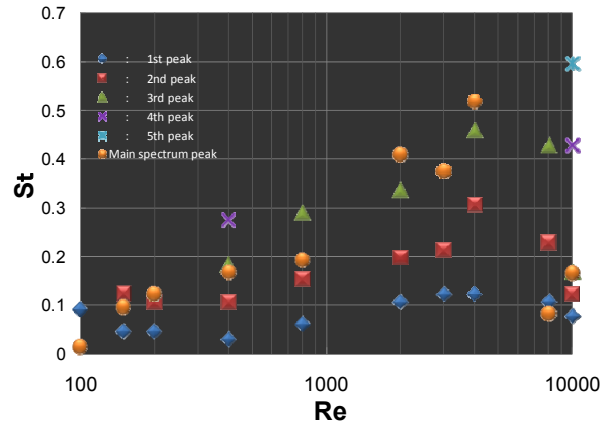


Fig.1 Relation of Strouhal number of \bar{u}_2 and Reynolds number

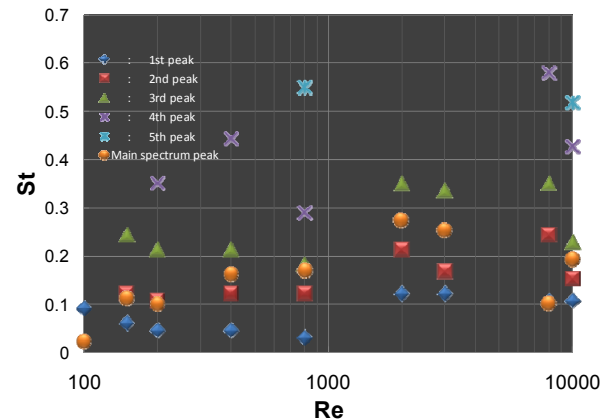


Fig.2 Relation of Strouhal number of \bar{u}_3 and Reynolds numbers

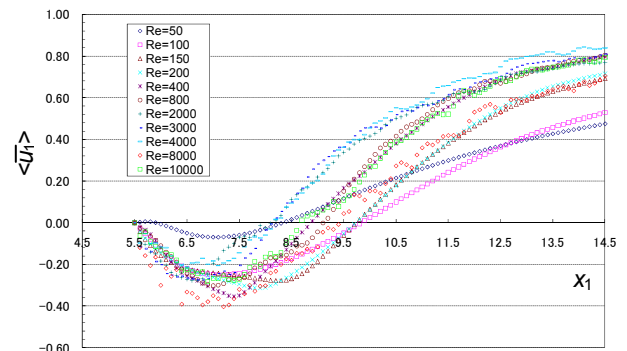


Fig.3 Profiles of the time averaged GS velocity $\langle \bar{u}_1 \rangle$ at the centerline

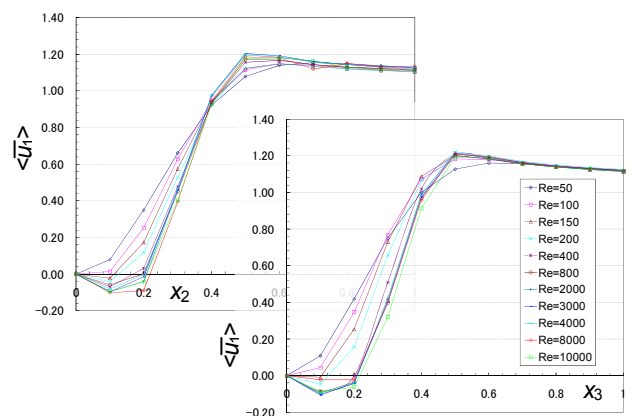


Fig.4 Profiles of the time averaged GS velocity $\langle \bar{u}_1 \rangle$ at $x_1=5.0$

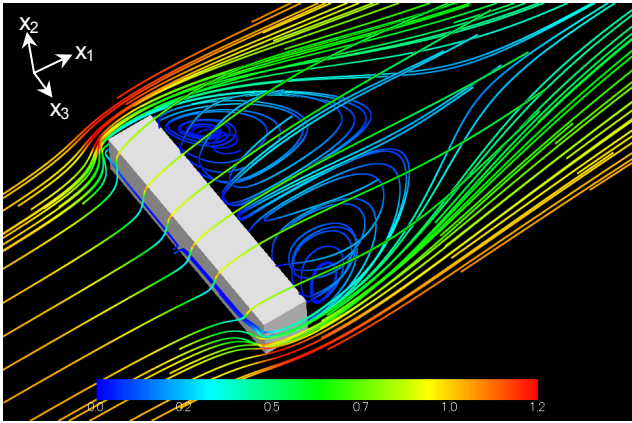


Fig.5 Streamlines of instantaneous GS velocity at $Re=50$

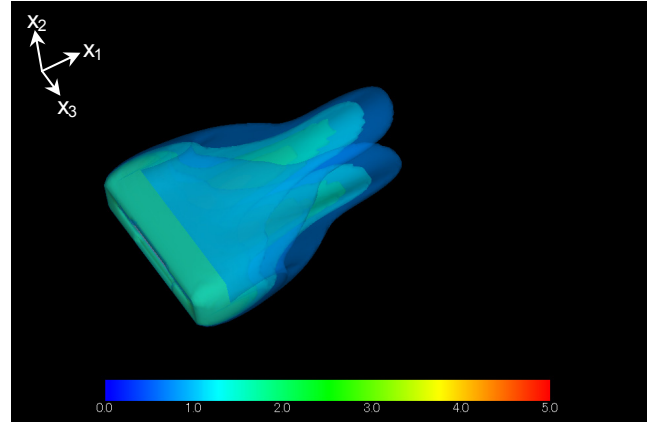


Fig.9 Isosurfaces of instantaneous GS enstrophy at $Re=100$

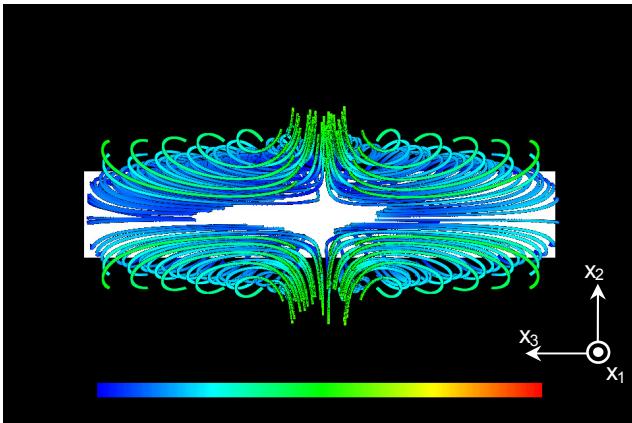


Fig.6 Streamlines of instantaneous velocity at $Re=50$

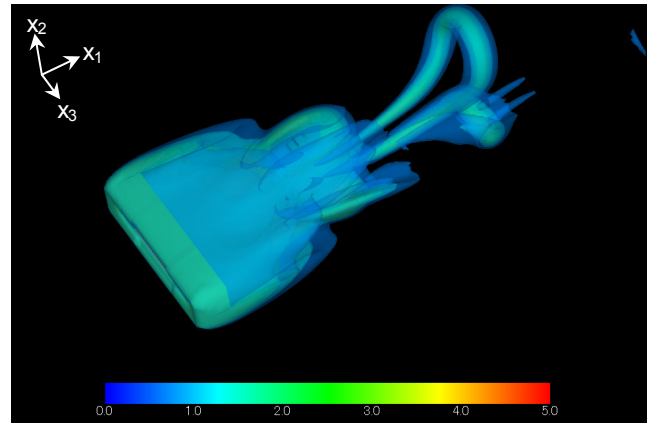


Fig.10 Isosurfaces of instantaneous GS enstrophy at $Re=150$

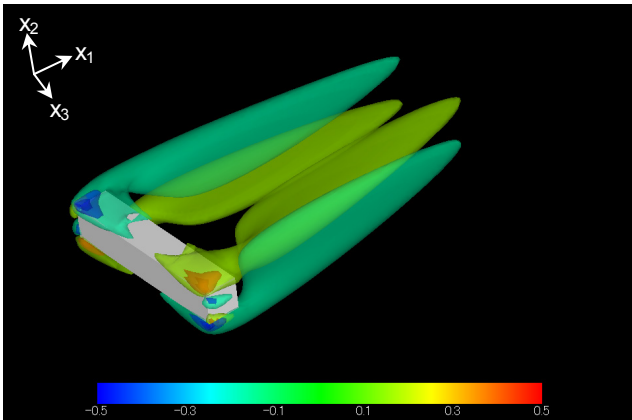


Fig.7 Isosurfaces of instantaneous x_1 -component vorticity at $Re=50$

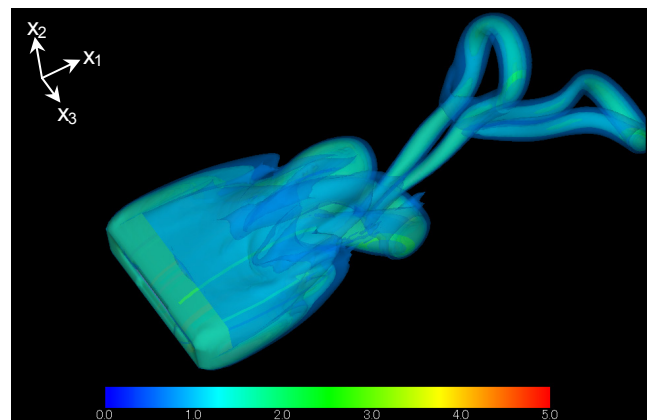


Fig.11 Isosurfaces of instantaneous GS enstrophy at $Re=200$

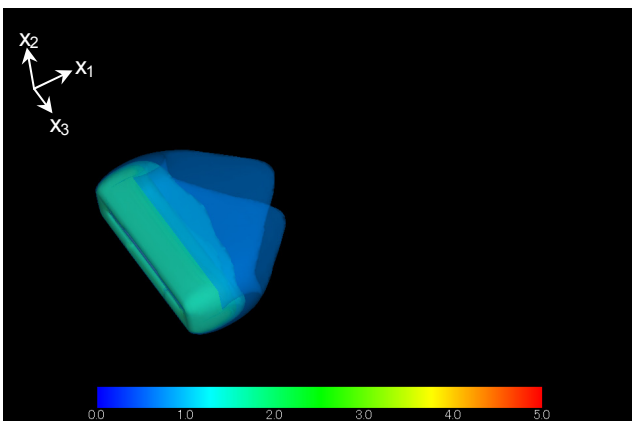


Fig.8 Isosurfaces of instantaneous GS enstrophy at $Re=50$

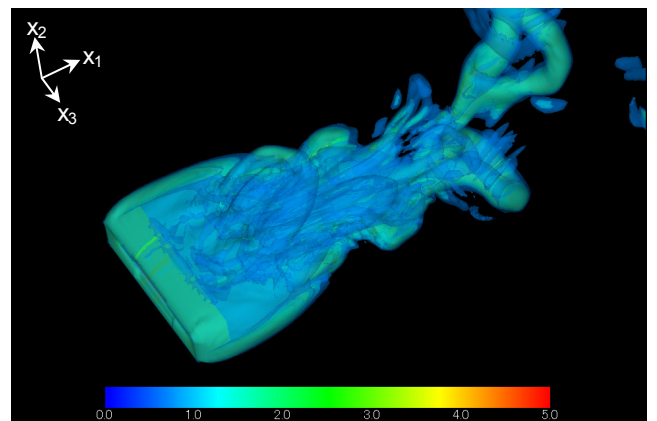


Fig.12 Isosurfaces of instantaneous GS enstrophy at $Re=400$

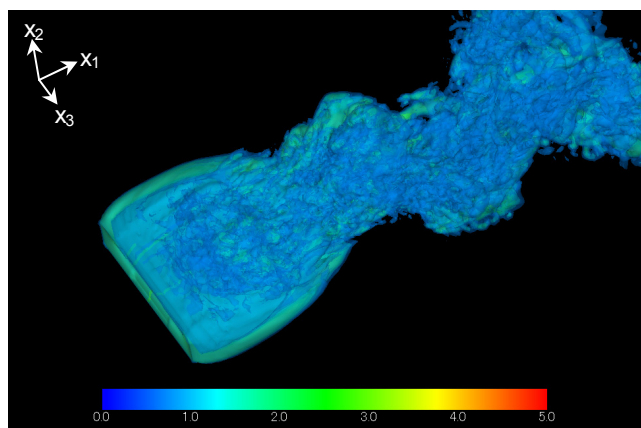


Fig.13 Isosurfaces of instantaneous GS enstrophy at $Re=800$

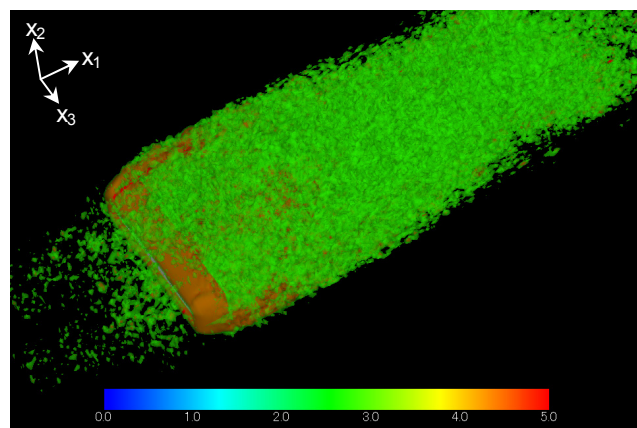


Fig.15 Isosurfaces of instantaneous GS enstrophy at $Re=8000$

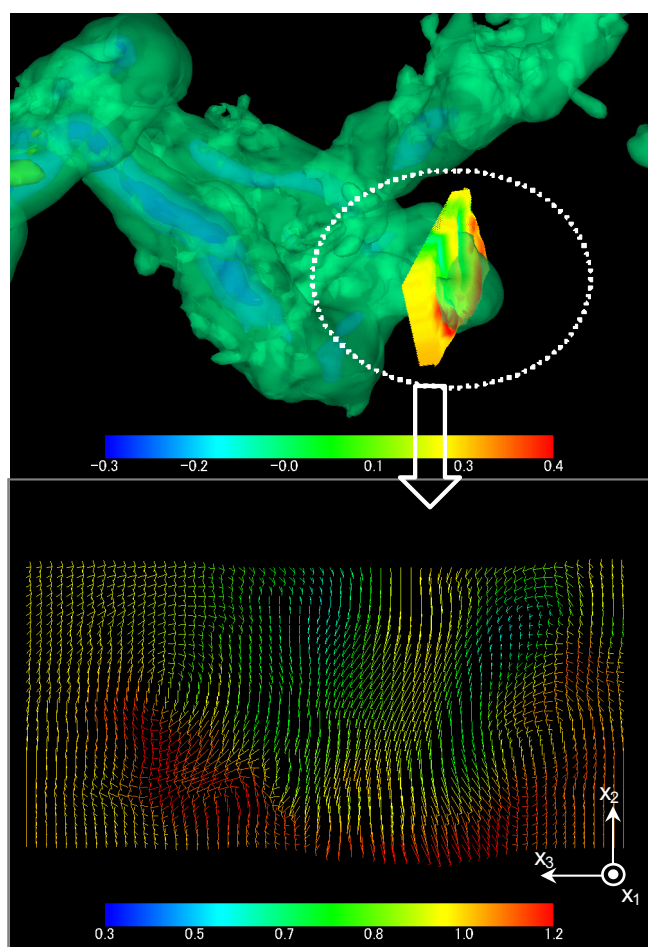


Fig.14 Isosurfaces of instantaneous GS pressure and velocity at $Re=4000$

参考文献

- (1) 中口博, 橋本貴久裕, 武藤真理, "矩形柱の抗力に関する一実験," 日本航空学会誌, 第 16 巻, 第 168 号, (1968), pp.1-5.
- (2) 岡島厚, 杉谷賢一郎, "長方形断面柱のストローハル数と背圧係数," 日本機械学会論文集 B 編, 50 巻, 457 号, (1984), pp.2004-2012.
- (3) Lyn, D. A., Einav, S., Rodi, W., Park, J-H, "A laser-doppler velocimetry study of ensembleaveraged characteristics of the turbulent near wake of a square cylinder," J. Fluid Mech., 304 (1995), pp.285-319.
- (4) 安藤正恵, 阿部伸之, 田代伸一, "三次元角柱周りの流れの渦放出特性," 第 22 回数値流体力学シンポジウム, L6-4, (2008), p.218.
- (5) Rodi, W., Ferziger, J. H., Breuer, M., Pourquie, M., "Status of Large Eddy Simulation: Results of a Workshop," J. Fluids Engineering, 119, (1997), pp.248-262.
- (6) 小垣哲也, 岡島厚, 小林敏雄, "ラージエディシミュレーションによる静止および振動角柱周りの乱流数値解析," 日本機械学会論文集 B 編, 62 巻, 597 号, (1996), pp.1716-1724.
- (7) Taneda, "Experimental Investigation of the Wakes behind Cylinders and Plates at Low Reynolds Numbers," J. Phys. Soc. Jpn. 11, (1956) pp. 302-307.
- (8) Widnall, S. E., "The structure and dynamics of vortex filaments," J. Fluid Mech. 7 (1975), p.141.
- (9) Saha, A. K., "Three-dimensional numerical simulations of the transition of flow past a cube," Physics of Fluids, 16, (2004), pp.1630-1646.
- (10) Johnson, T. A., Patel, V. C., "Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300," J. Fluid Mech. 378, (1999), pp.19-35.
- (11) 安藤正恵, 阿部伸之, 田代伸一, "三次元角柱周りの流れに対するレイノルズ数依存性," 日本機械学会第 45 期秋季講演会, 301, (2009), pp.73-74.
- (12) Levy, H., Forsdyke, A. G., "The stability of an infinite system of circular vortices," Proc. Roy. Soc. London, A, 154, (1927), pp.594-604.