

柔軟構造体の抵抗則に関する弾性の影響

Influence of elasticity on flow resistance law by flexible object

- 黒田望, 京都大学大学院 社会基盤工学専攻, 〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラス
牛島省, 京都大学学術情報メディアセンター, 〒 606-8501 京都市左京区吉田本町
永井克明, 京都大学工学部地球工学科, 〒 606-8501 京都市左京区吉田本町

Nozomu Kuroda, Department of Civil and Earth Resources Eng., Kyoto University, Kyoto 615-8540, Japan
Satoru Ushijima, Academic Center for Computing and Media Studies, Kyoto University, Kyoto 606-8501, Japan
Katsuaki Nagai, Faculty of Eng., Kyoto University, Kyoto 606-8501, Japan

This paper deals with the computational method to predict incompressible fluids in a duct including a flexible object. The deformations considering geometrical non-linearity of the flexible object due to the fluid forces are solved with FEM by means of the stress increments. This computational method is applied to the duct flow including a flexible plate. In the computations, Young's modulus is changed for each case and it has been shown that the fluid forces acting on the object depend on the Young's modulus. As a result, this computational method allows us to predict the influence of elasticity on duct flow resistance by flexible object.

1. はじめに

流れの中におかれた物体に対する流体力に関して、抗力や揚力、流体励起振動を対象とした研究が数多く行われている。例えば、角柱や角柱群に対して、洪水氾濫時の堤内地の家屋やビルなどに模擬した流体抵抗に関する研究^{(1),(2)}が行われている。単体の円柱や円柱群に対しては、河道内の橋脚や植生に模擬した流体力と抵抗係数に関する研究⁽³⁾が行われている。これらの研究例のほとんどが変形の無視できる剛体を対象としており、物体が変形するような柔軟構造物に作用する流体力や、そのまわりの流れ場を研究した例は少ない。変形を伴う植生や植生群の配置が抵抗特性に与える影響を検討した例はナイロン糸⁽⁴⁾や河道内に生育する実ヨシを用いた研究⁽⁵⁾があるが、植生長、直径、曲げ剛性は同一群落内でも個体差があることが指摘されているため⁽⁶⁾、弾性的変化が抵抗特性に与える影響を評価する必要がある。

柔軟な複雑形状物体は流れに対して多様な形状変化が生じるため、流体力特性に関する研究が不十分である。石川⁽⁷⁾は、しなり変形する片持ち支持された矩形板まわりの流れ場構造を、PIVを用いた風洞実験により調べた。直立矩形板の後流域では自由先端からの強い吹き降ろし流が発生するのに対し、しなる矩形板ではそれが消失することが指摘されている。本報では流れ場に存在する柔軟構造体の抵抗則について数値実験により検討を行う。流れ場や物体に作用する流体力の評価には多相場の解法⁽⁸⁾を利用して、片持ち支持された矩形板の変形は有限変形を扱える速度形の固体モデルによって計算する。荷重と変位の間に線形関係が見いだせる微小変形領域と、非線形関係となる有限変形領域を定め、弾性的変化が流体抵抗に与える影響が2つの領域で異なることを確認する。

2. 数値解析手法

(1) 3次元自由水面流れの計算法

MICS⁽⁸⁾における多相場の基礎式は、以下のEuler表記による質量保存則、非圧縮条件、保存形表示された運動方程式の3式である。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial}{\partial x_j}(\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\mu u_j) \right] \quad (3)$$

ここで、 ρ, μ, p は順に計算セル内の体積平均操作によって求められる密度、粘性率、圧力である。また、 u_i はセル内の質量平均により算出される x_i 方向の流速成分である。 t と x_i は時間と3次元直交座標系の座標成分で、 f_i は外力の加速度成分を表す。

固体に作用する流体力は、以下のように求められる。Fig.1に示すように、fluid cell C 内に存在するobject k のelement m に作用する流体力の x_i 成分 F_{Ckm}^i は、四面体サブセル法⁽⁹⁾により求められた ΔT_{Ckm} と物体 k の密度 ρ_{bk} を用いて、次式から求められる。

$$F_{Ckm}^i = \rho_{bk} \Delta T_{Ckm} \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j}(\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\mu u_j) \right\} \right] \quad (4)$$

上式から得られる F_{Ckm} をセル中心からの距離の逆数で重み付けを行い、四面体節点上の流体力に変換する。

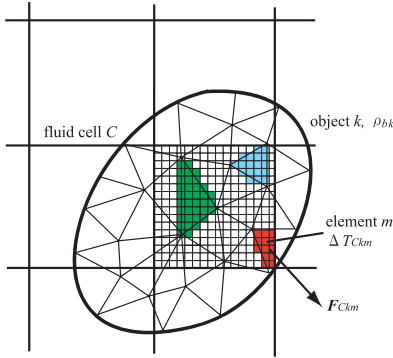


Fig. 1: Estimation of fluid force by area integration

(2) 物体変形の計算方法

仮想仕事の原理より導き出される平衡方程式を離散化した物体運動の基礎式は以下の通りである。

$$M\ddot{\mathbf{d}} + C\dot{\mathbf{d}} + \mathbf{F}_{int} = \mathbf{F}_{ext} \quad (5)$$

ここで、各節点の3次元変位を成分とするベクトルを \mathbf{d} 、上付のドットは時間微分(2つのドットは2階微分)を表し、 M は質量マトリクス、 C は減衰マトリクス、 \mathbf{F}_{ext} は流体力などの外力ベクトルである。 \mathbf{F}_{int} は、次式で表される四面体要素の内力ベクトル \mathbf{F}_{int}^e を重ね合わせて求められる。

$$\mathbf{F}_{int}^e = \int_{\Omega_e} B^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega \quad (6)$$

ここに、 $\boldsymbol{\sigma}$ は応力ベクトル、 B は形状関数で表現されるひずみ変位マトリクスである。積分領域 Ω_e は四面体要素を表し、質量マトリクス M は対角行列として表される集中マトリクスとした。本報では、質量減衰のみを考慮しているため、対角行列として表される減衰マトリクスを利用する。本報で使用した客観性のある応力速度は、次に示す Cotter-Rivlin 速度⁽¹⁰⁾である。

$$\dot{\mathbf{T}}_{(c)} = \dot{\mathbf{T}} + \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{T} + \mathbf{T} \cdot \mathbf{L} \quad (7)$$

ここに、上式中の \mathbf{T} および $\dot{\mathbf{T}}$ はそれぞれテンソル形式の応力と応力速度を表し、 \mathbf{L} は速度勾配テンソルである。添字の (c) は Cotter-Rivlin 速度を表す。有限変形問題に対応するために、ベクトル表記した Cotter-Rivlin 応力速度 $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{(c)}$ と速度 $\dot{\mathbf{d}}$ を次のように関連づける。

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{(c)} = D\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = DB\dot{\mathbf{d}} \quad (8)$$

ここに、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ はひずみベクトルを表す。 D は材料特性を示す応力ひずみマトリクスであるが、ここでは均質等方な線形弾性体を扱うので、ヤング率とポアソン比の二つ

の材料定数によって構成される。Eq. (7) の応力速度 $\dot{\mathbf{T}}$ をベクトル表記した $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ と現ステップの応力 $\boldsymbol{\sigma}^n$ を用いて、次ステップの応力 $\boldsymbol{\sigma}^{n+1}$ は次式で表される。

$$\boldsymbol{\sigma}^{n+1} = \boldsymbol{\sigma}^n + \dot{\boldsymbol{\sigma}} \Delta t \quad (9)$$

固体は四面体要素の集合として表現され、変形の再現性を高めるために2次要素モデルを用いている。本解法では陽解法により計算しているため、非線形反復計算は行われない。

上記により求めた固体の速度を、次式によって多相場に変換する。

$$\mathbf{u}_c = \frac{1}{m_C} \left(m_f \mathbf{u}_f + \sum_k \sum_m \rho_{bk} \Delta T_{Ckm} \mathbf{v}_{km} \right) \quad (10)$$

ここで、 m_C と m_f は、それぞれ着目する流体計算セル内の全質量および気相と液相の質量である。また、 \mathbf{u}_f は気相と液相の混合体の流速ベクトルである。Fig.2 中 \mathbf{v}_{k1} 、 \mathbf{v}_{k2} は、それぞれ object k の element 1, 2 の速度で、四面体要素を構成する節点速度の算術平均値とする。

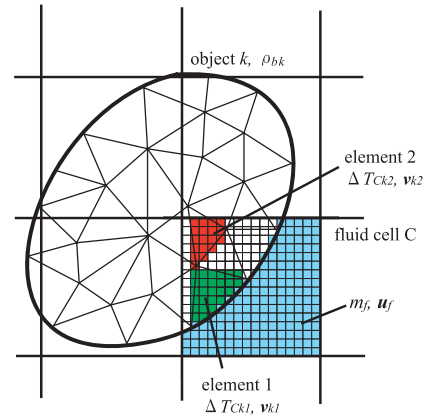


Fig. 2: Transformation from object motion to velocity in multiphase field

3. 柔軟な矩形板を有するダクト流の数値計算

(1) 計算条件

ダクト流中に存在する矩形板のヤング率を変化させて流体抵抗に及ぼす影響を調べる。計算概要と物性値は Fig.3 及び Table.1 に示すとおりである。本報では剛性による影響を調べるため、矩形板の寸法 b, d, h は一定とした。ヤング率 E は次のような7条件とした。 $E = 1.0 \times 10^4, 2.0 \times 10^4, 3.0 \times 10^4, 5.0 \times 10^4, 1.0 \times 10^5, 2.0 \times 10^5, 1.0 \times 10^6$ (Pa)。計算に用いた矩形板は節点数 441、四面体数 180 で、流体の計算セル数は $60 \times 9 \times 30$ である。計算領域は $B = 0.3$ (m)、 $L = 2.0$ (m)、 $H = 1.0$ (m) とした。時間刻

みは流体で 1.0×10^{-2} (sec), 固体で 1.0×10^{-4} (sec) とした. 流入条件は Table.1 に示す U , $\partial p/\partial x = 0$, 流出条件は $\partial u/\partial x = 0$, $p = 0$ とした.

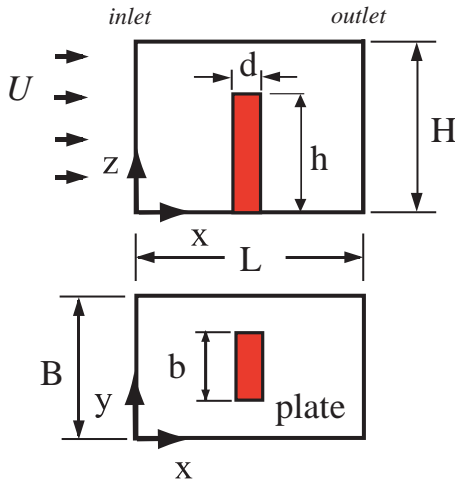


Fig. 3: Plate and duct (side and plane view)

Tab. 1: Physical properties of solid and fluid

solid		
ρ_s	Density of solid [kg/m ³]	1.0×10^3
ν	Poisson ratio [-]	0.499
b	Length of solid [m]	0.18
d	Width of solid [m]	0.06
h	Height of solid [m]	0.6
fluid		
ρ_f	Density of fluid [kg/m ³]	1.0×10^3
μ	Viscous coefficient [m/s ²]	1.0×10^{-3}
U	Inlet velocity [m/sec]	0.2

(2) 有限変形領域と微小変形領域の設定

Fig.4 に矩形板に作用する x 方向の流体力 F_{ave} と矩形板の x 方向変位 δ の関係を示す. これらは, $t = 20$ (sec) 以後の時間平均値としている. 図中の μ^2 は, 次式に示すように, ヤング率 E , 断面二次モーメント I , 矩形板の初期高さ h で無次元化した流体力 F_{ave} のパラメータである.

$$\mu^2 = \frac{F_{ave} h^2}{EI} \quad (11)$$

変位 δ は矩形板の初期高さ h で無次元化されている. Fig.4 より, 変形が小さい領域では μ^2 と δ/h には線形関係があると見なせるが, δ/h が約 0.5 より大きくなると非線形性が強くなる. そこで, 本数値実験では図に示すように, $E = 8.0 \times 10^4$ (Pa) を境にして微小変形領域と有限変形領域を定める.

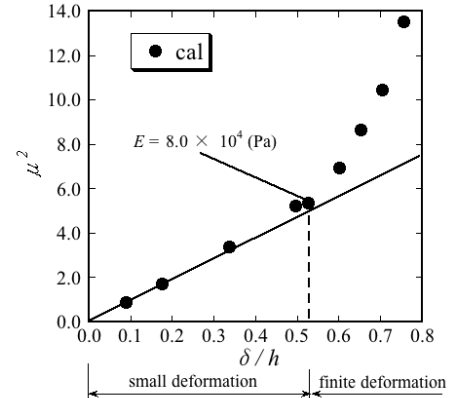


Fig. 4: Small deformation area and finite deformation area

(3) 流体抵抗の計算

流体力の平均値 F_{ave} を, 各ヤング率で矩形板に作用する流体力として, 流体抵抗の変化をみる. Fig.5 にヤング率 E の対数と平均流体力 F_{ave} の関係を示す. ヤング率の増加に伴い, 矩形板に作用する流体力が増加し, $E = 5.0 \times 10^5$ (Pa) 付近から増加傾向が収まり, 流体力は一定の値に近づいていることがわかる. 対数表記したヤング率に対する流体力の変曲点は, (2) で定めた微小変形領域と有限変形領域の境界値付近の値と一致している.

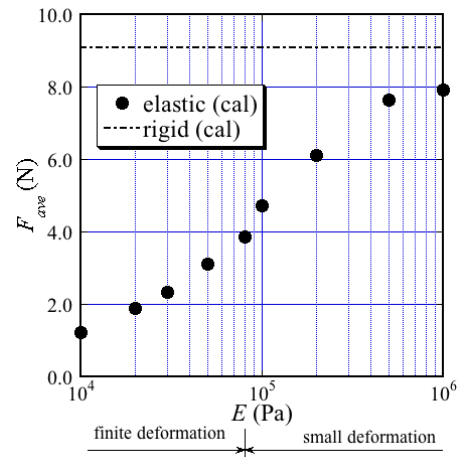
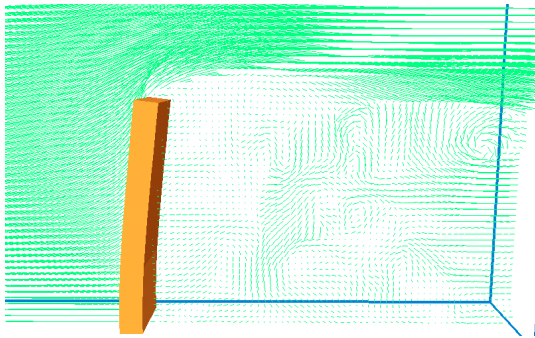
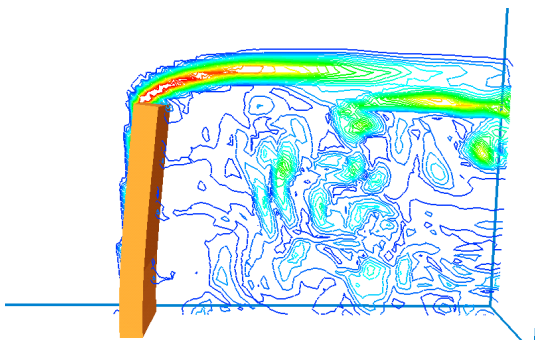


Fig. 5: Relationship between E and F_{ave}

Fig.6から8 に速度ベクトル図と温度分布を示す. いずれのケースにおいても, 流れが矩形板の自由端から剥離している. 流れに対して矩形板が斜めに変形する Fig.6, Fig.7 に示す結果では剥離直後に温度の高い領域が発生し, 剥離渦が斜め上方に移動している. 一方で, Fig.8 に示すヤング率の小さいケースでは, 流れ方向に矩形板が大きく変形しているため, 剥離直後に温度の高い領域が発生していない. このことから, 柔軟な物体の場合, 抵抗が小さくなることが確認できる.

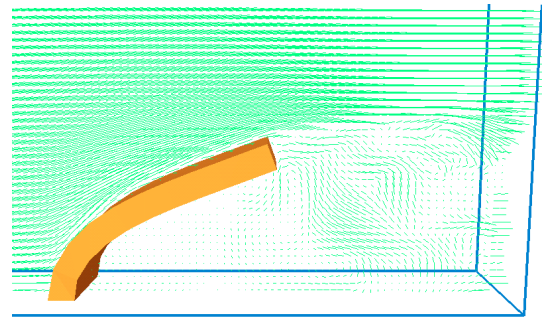


(a) Velocity ($t = 80.0$ sec)

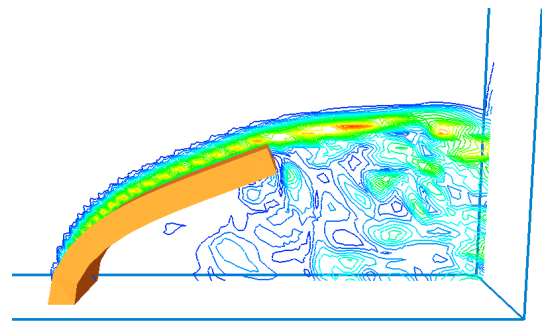


(b) Vorticity ($t = 80.0$ sec)

Fig. 6: Prediction results $E = 1.0 \times 10^6$ (Pa)

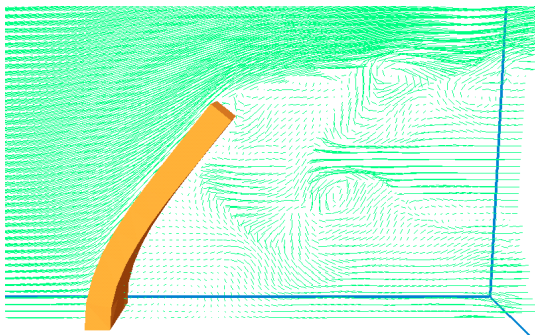


(a) Velocity ($t = 80.0$ sec)

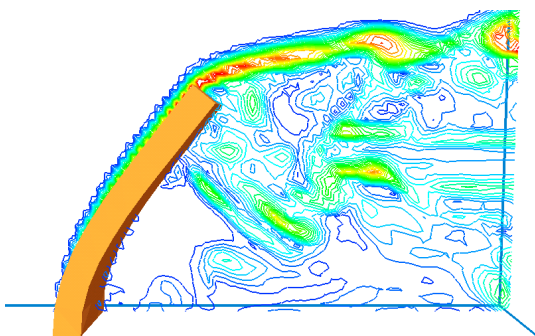


(b) Vorticity ($t = 80.0$ sec)

Fig. 8: Prediction results $E = 1.0 \times 10^4$ (Pa)



(a) Velocity ($t = 80.0$ sec)



(b) Vorticity ($t = 80.0$ sec)

Fig. 7: Prediction results $E = 1.0 \times 10^5$ (Pa)

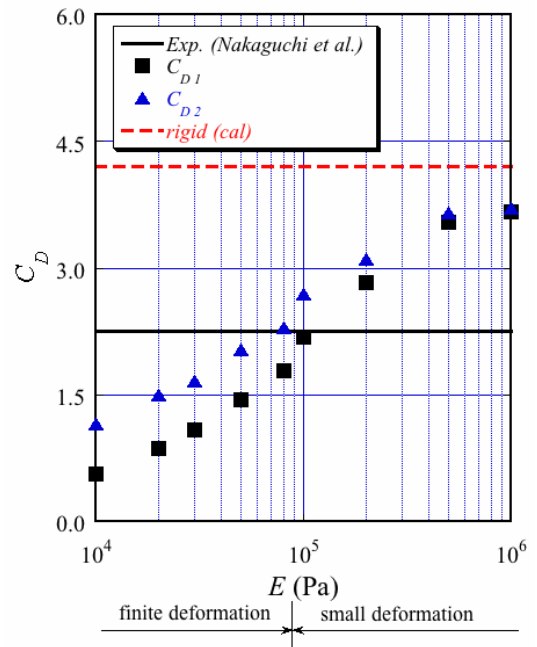


Fig. 9: Relationship between E and C_D

(4) 抗力係数の算定

Fig.9 に、次式で定義した抗力係数とヤング率の関係を示す。

$$F = \frac{1}{2} \rho_f b l U^2 \quad (12)$$

$$C_D = \frac{F_{ave}}{F} \quad (13)$$

ここに、 l は矩形板の投影高さで、矩形板の初期高さ h を用いたものを C_{D1} 、変形後の矩形板の高さを C_{D2} としている。今回対象とした数値実験では、最も柔軟なケースである $E = 1.0 \times 10^4$ (Pa) のとき、 C_{D1} と C_{D2} で 2 倍近く差がある。投影面積に変形後の矩形板の高さを考慮しない場合では、抵抗を小さく評価することになり、変形が大きくなるほどその傾向が大きくなる。中口ら⁽¹¹⁾の風洞実験の結果と抗力係数を比較すると、本数値実験では実験結果より大きい値に漸近している。これは、中口らの実験結果が一樣流で行われた結果で、今回の数値実験が、初期状態で流積の約 40 % を矩形板が占めるダクト流を対象としているためであると考えられる。Fig.9 に示すように、ヤング率の増加とともに抗力係数が大きくなり、抵抗が増しているが、微小変形領域と有限変形領域では抗力係数の増加傾向が異なることが確認された。

4. おわりに

本報では流れ場に存在する柔軟構造体の弾性が流体抵抗に及ぼす影響を数値実験により検討した。ダクト流中に存在する底面を固定した矩形板のヤング率を変化させ、ヤング率が大きくなると流体抵抗が大きくなることを確認した。さらに、変形と流体力の関係から微小変形領域と有限変形領域に分離したところ、2 つの領域ではヤング率の増加に対する流体抵抗の増加傾向が異なることが確認された。

参考文献

- (1) 重枝未玲, 秋山壽一郎, 石原仁 : “ 常流あるいは射流中に置かれた水没柱状物体に働く流体力 ”, 水工学論文集, Vol. 50, pp. 889–894, 2006.
- (2) 河原能久, 伊藤康, 内田龍彦, 家藤憲司 : “ 非定常流中の建物に作用する流体力の直接測定 ”, 水工学論文集, Vol. 53, pp. 979–984, 2009.
- (3) 林建二郎, 藤井優宏, 重村利幸 : “ 開水路中における円柱群に作用する流体力に関する実験 ”, 水工学論文集, Vol. 45, pp. 475–480, 2001.
- (4) 大本照憲, 田中貴幸, 矢北孝一 : “ 植生群落の配置が開水路流れの抵抗に与える影響 ”, 水工学論文集, Vol. 50, pp. 1141–1146, 2006.

- (5) 林建二郎, 今野政則 : “ 流れによる変形や振動を考慮した河道内植生に作用する流体力と抵抗則の評価 ”, 水工学論文集, Vol. 51, pp. 1231–1236, 2007.
- (6) 辻本哲郎, 北村, 忠紀 : “ 柔軟な植生粗度を伴う流れに関する研究 ”, 土木学会論文集, Vol. 607/II-45, pp. 29–44, 1998.
- (7) 石川仁 : “ しなり変形する矩形板まわりの流れ-樹木のしなりからモーフィング翼へ- ”, 日本流体力学会誌 (ながれ), Vol. 28, No. 4, pp. 309–314, 2009.
- (8) 牛島省, 福谷彰, 牧野統師 : “ 3次元自由水面流中の接触を伴う任意形状物体運動に対する数値解法 ”, 土木学会論文集, Vol. 64/II-2, pp. 128–138, 2008.
- (9) 牛島省, 牧野統師, 禰津家久 : “ 四面体サブセル法を用いる市街地に流入する氾濫流の 3次元数値計算 ”, 水工学論文集, Vol. 51, pp. 787–792, 2007.
- (10) 久田俊明, 野口裕久 : “ 非線形有限要素法の基礎と応用 ”, 丸善株式会社, 1995.
- (11) 中口博, 橋本貴久裕, 武藤真理 : “ 矩形柱の抗力に関する一実験 ”, 日本航空学会誌, Vol. 16, No. 168, pp. 1–5, 1968.