Kelvin-Helmholtz 波の遷移メカニズム

Transition mechanism of Kelvin-Helmholtz waves

二 黒木 祐樹,防衛大地球海洋,神奈川県横須賀市走水 1-10-20 防衛大学校,g48099@nda.ac.jp:
 中西 幹郎,防衛大地球海洋,神奈川県横須賀市走水 1-10-20 防衛大学校,naka@nda.ac.jp:

Yuki Kuroki, Dept. of Earth and Ocean Sciences, N. D. A.,

1-10-20 Hashirimizu, National Defense Academy, Yokosuka, Kanagawa, Japan

Mikio Nakanishi, Dept. of Earth and Ocean Sciences, N. D. A.,

1-10-20 Hashirimizu, National Defense Academy, Yokosuka, Kanagawa, Japan

Large-eddy simulation を用いて Kelvin-Helmholtz 波が遷移する過程で変動する鉛直フラックスを調べた.本研究によって Secondary instability はリチャードソン数に関係なく発生することが分かった.鉛直フラックスを増加させる1つの要因は Secondary instability であること示唆され, pairing はさらに鉛直フラックスを増加させ,ついには砕破を引き起こした.

1. はじめに

Kelvin-Helmholtz 不安定 (KHI) は水平風の強い鉛直シ アが存在する安定な成層をした流体中に発生する不安定 である. KH 波は, 鉛直シアベクトルに直行する渦の軸を 持ち, この波は最終的に乱流へと遷移する (Browning and Watkins, 1970⁽¹⁾). KHI は, 晴天乱気流の主要因の1つと 考えられ, 航空機の安全運航に大きな影響を及ぼす (e.g. Ralph et al., 1997⁽²⁾).

またエントレインメント層内に強い風のシアが存在する ことで Kelvin-Helmholtz(KH) 波を引き起こし、この KH 波が乱流となり崩壊する過程で、乱流混合や熱と熱と運 動量の鉛直輸送に影響を与える (Stull, 1988⁽³⁾; Garratt, 1992⁽⁴⁾). エントレインメント層内に発生する KH 不安定 (KHI) の程度によりエントレインメント率を変化させる ことが指摘されている (Kim et al., 2003⁽⁵⁾).

KHI に関する研究はまず線形理論から始まり, その必 要条件, 一連の構造, 成長率及び波数に関して調べられた (e.g., Miles, 1961⁽⁶⁾; Howard, 1961⁽⁷⁾).次に大気や海洋 での観測によって KHI の振幅の流体への依存度や乱流 への遷移過程が明らかにされた (e.g., Woods and Wiley, 1972⁽⁸⁾). さらに室内実験によって KHI の構造と遷移過程 中に発生する vortex pairing は初期の成層と粘性に強く依 存することが明らかにされた (e.g., Koop and Browand, 1979⁽⁹⁾; Thorpe, 1987⁽¹⁰⁾).別の室内実験では, 流体の 流れ方向の vortex 構造に KH 波間のブレードに強いシ アを生じることが確認された (e.g., Lasheras and Choi, 1988⁽¹¹⁾).

数値シミュレーションによって 2 次元の KH 発展がシ アと成層及び拡散に依存することを明らかにした (e.g., Peltier et al., 1979⁽¹²⁾; Fritts, 1984⁽¹³⁾ Klaassen and Peltier, 1985a⁽¹⁴⁾). 近年の数値モデルの研究では, KH 波の 3 次元構造と 2 次元と 3 次元の Secondary instability について調べられ室内実験の結果とよく一致するこ とが示された (e.g., Corcos and Lin, 1984⁽¹⁵⁾; Klaassen and Peltier, 1985b⁽¹⁶⁾; Klaassen and Peltier, 1991⁽¹⁷⁾; Smyth, 2003⁽¹⁸⁾). しかし, KH 波の最初の不安定から vortex pairing, Secondary instability の発生及び KH 波 の崩壊までの遷移過程がどのように起こり, エネルギー や運動量と熱の鉛直輸送がどのように変化しているかは 十分には明らかにされていない (Peltier and Caulfield, $2003^{(19)}$; Smyth, 2003). また, 研究対象のレイノルズ数 は小さい場合が多く, これらの結果をすぐ大気に利用で きるとは限らない.

エントレインメント層における鉛直混合は,地上付近

の熱・水蒸気だけでなく、あらゆる物質の自由大気への 鉛直輸送に大きく影響する.本研究では KH 波が遷移す る過程で変動する鉛直フラックスを調べ、エントレイン メント層における KH 波による鉛直輸送の推定に役立て ることを目的とした.まず、KHI 数値シミュレーション を行うために必要な計算領域を線形論から求めた.そし てここで得られた線形論の結果を利用して、Large-eddy simulation(LES)を用いて乱流運動エネルギーや運動量 輸送の時間変化を調べる.

2. 線形安定性解析

2.1 計算方法

2次元の非回転ブシネスク流体系を考える. これを長 さスケール H₀,速度スケール U₀,温度差スケール ΔT₀ を用いて無次元化した線形擾乱方程式は以下のとおりで ある.

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + U\frac{\partial u'}{\partial x} + w'\frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\partial p'}{\partial x} + \frac{1}{Re}\nabla^2 u', \quad (2)$$

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + U \frac{\partial w'}{\partial x} = -\frac{\partial p'}{\partial z} + Rb\theta' + \frac{1}{Re}\nabla^2 w', \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} + U \frac{\partial \theta'}{\partial x} + w' \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{RePr} \nabla^2 \theta'.$$
(4)

 $U \ge \Theta$ は水平平均風速と温位である. (u', w') = (u-U, w)は風速の平均からのずれ, θ' は温位の擾乱, p'は動的圧力 擾乱, $Re = U_0H_0/\nu$ はレイノルズ数, $Pr = \nu/\kappa$ はプラ ントル数, $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$ はラプラス演算子.

$$Rb = \frac{g}{\Theta_0} \frac{H_0 \Delta T_0}{U_0^2} \tag{5}$$

はバルクリチャードソン数, g は重力加速度, Θ_0 は基準 温位, ν は動粘性係数, κ は熱拡散係数を表す.

(1) 式を満たす擾乱の流線関数 ψ' は次のように定義される.

$$(u',w') = \left(\frac{\partial\psi'}{\partial x}, -\frac{\partial\psi'}{\partial z}\right).$$
 (6)

(6) 式を用いて (2) と (3) 式から p' を消去すると (2)-(4) 式は以下のように書き換えられる.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{Re}\nabla^2\right)\nabla^2\psi' - \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\frac{\partial\psi'}{\partial x} = -Rb\frac{\partial\theta'}{\partial x},\tag{7}$$

Copyright © 2011 by JSFM

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{RePr}\nabla^2\right)\theta' - \frac{\partial\Theta}{\partial z}\frac{\partial\psi'}{\partial x} = 0.$$
 (8)

(7), (8) 式に $(\psi', \theta') = (\hat{\psi}(z), \hat{\theta}(z))exp[ik(x-ct)]$ を代入すると,

$$\left[U - c + \frac{i}{k} \frac{1}{Re} \hat{\nabla}^2\right] \hat{\nabla}^2 \hat{\psi} - \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \hat{\psi} = -Rb\hat{\theta}, \quad (9)$$

$$\left[U - c + \frac{i}{k} \frac{1}{RePr} \hat{\nabla}^2\right] \hat{\theta} - \frac{\partial \Theta}{\partial z} \hat{\psi} = 0.$$
 (10)

 $k \ge c$ はそれぞれ波数と位相速度, $\hat{\nabla}^2 = \partial^2/\partial z^2 - k^2$ である.

有限差分法を用いて近似し、上下の境界に擾乱のない 状態 ($\hat{\psi} = \hat{\theta} = 0$)を適応した. (9), (10) 式を解くことで 固有値 cの固有値問題となる. 導かれた行列が非対象な らば c は複素数である. 角周波数 $\omega = kc$ の虚数部 ω_i は 擾乱の成長率を示し、この最大値が最大成長率を表す.

2.2 基本場

本研究では基本場の水平風速 U と温位 Θ は以下のように与える.

$$U(z) = tanh(z), \tag{11}$$

$$\Theta(z) = tanh(z) + \Gamma z + \Theta(z0).$$
(12)

 $\Gamma \geq 0$ は無次元のシア層内の温位勾配, $\Theta(0) = \Theta_0/\Delta T_0$ は無次元の基準温位である. 3つのスケール H_0 , U_0 と ΔT_0 はそれぞれのシア層の厚さの半分, 速度差の半分, 温位差の半分である.

この流体系は4つの無次元パラメータによって支配される. すなわち Rb, Γ , $Re \ge Pr$ であり, Rb は安定性, Γ は成層を表す. 同様のパラメータのグラディエントリチャードソン数 Ri とブラントバイサラ振動数 N は以下のようになる.

$$N^{2} \equiv \frac{g}{\Theta_{0}} \frac{\Delta T_{0}}{H_{0}} \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \frac{g}{\Theta_{0}} \frac{\Delta T_{0}}{H_{0}} (1 - tanh^{2}z + \Gamma), \quad (13)$$

$$Ri \equiv \frac{N^2}{[(U_0/H_0)\partial U/\partial z]^2} = Rb \frac{1 - tanh^2 z + \Gamma}{(1 - tanh^2 z)^2}.$$
 (14)

N は有次元の変数である. Scinocca(1995)⁽²⁰⁾ はシア 層の周りの成層を N_{rat} を用いて定義した. $N_{rat} = N_{ext}/N_{cen}$ は無限遠とシアの中心のプラントバイサラ振 動数 $N_{ext}(z = \pm \infty)$ と $N_{cen}(z = 0)$ の比である. (13), (14) 式と N_{rat} を用いて次の関係式が得られる.

$$Rb = \frac{Ri_{cen}}{1+\Gamma},\tag{15}$$

$$\Gamma = \frac{N_{rat}^2}{1 - N_{rat}^2}.$$
(16)

 Ri_{cen} はシアの中心 z = 0のリチャードソン数である. N_{rat} が0に近づく (N_{rat} が1に近づく)と Γ は0に近づく (Γ が無限大に近づく). このことは周りの成層が中立 に近づく (非常に安定になる)ことを意味する.



Fig. 1: Dimensionless growth rate ω_i and dimensionless wavenumber k of the fastest growing mode for the inviscid flow as a function of Ri_{cen} and N_{rat} .

2.3 結果と考察

非粘性流体の場合, Fig. 1 が示すように成長率 ω_i はシ ア層の安定度 ($R_{i_{cen}}$) が減少すると増加する. 周囲の成 層 (N_{rat}) が減少すると ω_i は同様に増加するが, その増加 は大きくない. その一方でk は $R_{i_{cen}} \ge N_{rat}$ のいずれ かが減少すれば減少する. 温位勾配は下層標準大気で約 $0.004Km^{-1}$ であるので, 例えば $H_0 = 10m$, $\Delta T_0 = 1K$ のとき, $\Gamma \approx 0.04$, $N_{rat} \approx 0.2$ となる. $N_{rat} = 0.2$, $0.02 \le R_{i_{cen}} \ge 0.16$ のとき, $k = 2\pi/\lambda$ は 0.445 から 0.48 まで変わる. ここで λ は無次元の波長を表す. 従って, 波 長はシアの厚さ ($2H_0$) の 6.54 – 7.06 倍であり, 先行研究 の結果と一致していた (e.g., Davis and Peltier 1976⁽²¹⁾). 線形安定性解析の結果, 波長は $R_{i_{cen}}$ か N_{rat} のいずれ

かが減少すると増加することが分かった.この結果をLESの計算領域の設定に利用する.

3. Large-eddy simulation

3.1 方程式系

Nakanishi(2000)⁽²²⁾ のドライバージョン LES を 2 章と 同様に長さスケール H_0 , 速度スケール U_0 , 温度差スケー ル ΔT_0 を用いて無次元化しブシネスク近似を適応した 非回転の解像スケール (RS) の方程式は以下のように表 せる.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \tag{17}$$

$$\frac{\partial \bar{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u_j} \bar{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + Rb\bar{\theta}\delta_{i3}, \qquad (18)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\bar{u}_j \bar{\theta}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \tau_{\theta j}}{\partial x_j}.$$
(19)

ここで上線は RS の量を表し, $u_i(i = 1, 2, 3)$ は速度ベク トル, p は平均密度 $\rho \geq U_0^2$ で割った気圧, τ_{ij} はサブグ リッドの運動量フラックス (j = 1, 2, 3), $\tau_{\theta j}$ はサブグリッ ドスケールの乱流熱フラックス, δ_{i3} は Kronecker のデル 夕記号である.

3.2 サブグリッドモデル

サブグリッドスケールの乱流フラックス $\tau_{ij} \geq \tau_{\theta j}$ は Smagorinsky-Lilly モデル (Smagorinsky, 1963⁽²³⁾; Lilly, 1966⁽²⁴⁾) に従いモデル化した.

$$\tau_{ij} = -2\nu_t \bar{S}_{ij} + \frac{2}{3}e\delta_{ij},\tag{20}$$

$$\tau_{\theta j} = -\frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial \theta}{\partial x_j}.$$
 (21)

ここで ν_t は渦粘性関数, e はサブグリッドスケールの乱 流運動エネルギー, $\overline{S_{ij}}$ は

$$\bar{S}_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$
(22)

で定義される RS の歪みテンソルである.

$$\nu_t = (c_s l)^2 \left(2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij} - \frac{Rb}{Pr_t} \frac{\partial\bar{\theta}}{\partial x_3} \right), \qquad (23)$$

$$e = \left(\frac{\nu_t}{C_k l}\right)^2. \tag{24}$$

ここで, C_s , C_k は Smagorinsky 定数, $l = (\Delta x \times \Delta y \times \Delta z)^{1/3}$ は乱流の長さスケール, Δx , Δy , Δz は x, y, z 方向の格子間隔である.

3.3 計算条件

上下の境界を free-slip, 側面境界は周期境界を用いた. 計算領域を x 方向に 2 波長, y 方向に 1 波長, z 方向に $20H_0$ とり, 格子数を $270 \times 135 \times 200$ に設定した. 下 層の標準大気のもとで, $N_{rat} \sim 0.2$ であり, Koop and Browand(1979) から $Ri_{cen} < 0.09$ の時 vortex pairing が ほぼ確実に起こり, $Ri_{cen} > 0.15$ で全く起こらないことを 考慮し, 線形論から初期条件を Table 1 のように決めた.

Tab. 1: LES experimental conditions . Run \sharp represents run number.

Run #	N_{rat}	Ri_{cen}	Δx	Δy	Δz
1	0.2	0.10	0.1036	0.1036	0.1
2	0.2	0.16	0.1004	0.1004	0.1
3	0.2	0.06	0.1045	0.1045	0.1

3.4 結果と考察

3.4.1 KH 波の時間発展

Fig. 2, Fig. 3, Fig. 4 は Run1, Run2, Run3 の温位のx - z方向の時間変化を示したものである. Run3 では、t=66(Fig. 4a) で KH 波特有の渦が形成 される. t=79(Fig. 4c) 付近で KH 波が接近し始め、 t=90(Fig. 4d) で pairing が起こる. ここでプレード の 1 つが消失する. x=10 付近のプレードで渦が生じ る. t=100(Fig. 4e) で pairing が終わり、プレードに 渦が見られる. その後 t=125(Fig. 4g) 付近で砕波し、 t=150(Fig. 4h) 以降乱流状態へとなる. これに対し Run2(Fig. 2) では波は接近するが、明瞭な pairing は起 こらず乱流状態へとなった. このことは、Koop and Browand(1979) の結果と一致している.

Fig. 5, **Fig. 6**, **Fig. 7**は Run1, Run2, Run3 の温位 の y - z方向の時間変化を示したものである. x-z 方向の KH 波不安定から派生する y-z 方向の不安定を Secondary instability と呼び (e.g., Kundu and Cohen, 2004⁽²⁵⁾), KH 波のコアが崩れ始める (Fig. 5c, 6c,7c) とそれまで一 様な層が乱れ始め, Secondary instability が発生してい る. 特に, Run3 の渦が接近する時 (Fig. 4d, 7d,10d), y方 向に温位の正の部分がシアの下部に集中し convection の ような状態となり,強い Secondary instability を発生して いる. Run3 の特徴的な点は, KH 波が接近する (**Fig. 5c**, 7c) とシアの中心より下部が正,上部が負になる. Pairing が起こる時 (**Fig. 7d**), 負の部分を正が包み込んだ状態と なり, 成層の厚さは大きくなる. さらに砕波 (**Fig. 7g**) で はシアの中心の下部に正の温位が集中しており, その上 部が負となっている.

Fig. 8, **Fig. 9**, **Fig. 10** は Run1, Run2, Run3 の温 位の *x* - *y* 方向の時間変化を示したものである. Run2, Run3 は, KH 波が接近する時 (**Fig. 8c, 10c**), *y* 方向に 並んでいる列が x 方向に歪み始める. Run3 の pairing が 起こる時 (**Fig. 10d**), 列は瘤のような形になる. 一度 x 方向に乱れた y 方向の縦列は, t=125(**Fig. 7f**) 付近で再 び y 方向の縦列になり, 砕波によって乱流状態へと移行 している.

3.4.2 KH 波の TKE 時間発展

計算領域全体の乱流運動エネルギー (TKE) とシア及び浮力生成項は以下のようになる.

$$[E] = \int_{-10}^{10} \frac{1}{2} \left\langle u^{\prime 2} + v^{\prime 2} + w^{\prime 2} \right\rangle dz, \qquad (25)$$

$$[S] = \int_{-10}^{10} -\langle u'w'\rangle \,\frac{\partial \langle \bar{u}\rangle}{\partial z} dz, \qquad (26)$$

$$[B] = \int_{-10}^{10} Rb \left\langle \theta' w' \right\rangle dz, \qquad (27)$$

$$[D] = \int_{-10}^{10} \left(-\frac{\partial \langle u'(\tau_{13} - \langle \tau_{13} \rangle) \rangle}{\partial z} + \langle (\tau_{13} - \langle \tau_{13} \rangle) \rangle \frac{\partial u'}{\partial z} \right) \\ -\frac{\partial \langle w'(\tau_{33} - \langle \tau_{33} \rangle) \rangle}{\partial z} + \langle (\tau_{33} - \langle \tau_{33} \rangle) \rangle \frac{\partial w'}{\partial z} \right) dz.$$
(28)

Copyright © 2011 by JSFM

第 25 回数値流体力学シンポジウム B06-5



Fig. 2: Evolution of the scalar field $\theta(x, z, t)$ for Run1. (a) - (g) The model times, respectively, of 78, 90, 104, 110, 124, 150 and 169 advection timescale units H_0/U_0 . Color indicate values ranging from -1.25(blue) to +1.25(red).



Fig. 3: The same as Figure 2 except for Run2. (a) - (g)The model times, respectively, of 110, 120, 130, 135, 141, 154 and 161 advection timescale units H_0/U_0 .



Fig. 4: The same as Figure 2 except for Run3. (a) - (i)The model times, respectively, of 66, 72, 79, 90, 100, 112, 125, 136 and 150 advection timescale units H_0/U_0 .



Fig. 5: Evolution of the scalar field $\theta(y, z, t)$ for Run1. (a) - (g) and Color same as Figure 2.



Fig. 6: Evolution of the scalar field $\theta(y, z, t)$ for Run2. (a) – (g) and Color same as Figure 3.



Fig. 7: Evolution of the scalar field $\theta(y, z, t)$ for Run3. (a) - (i) and Color same as Figure 4.



Fig. 8: Evolution of the scalar field $\theta(x, y, t)$ for Run1. (a) – (g) and Color same as Figure 2.



Fig. 9: Evolution of the scalar field $\theta(x, y, t)$ for Run1. (a) – (g) and Color same as Figure 3.



Fig. 10: Evolution of the scalar field $\theta(y, z, t)$ for Run1. (a) - (i) and Color same as Figure 4.

ここで, [E] は TKE, [S] はシア生成項, [B] は浮力生成



Fig. 11: Evolution of the TKE, shear and buoyancy production terms. (a),(b) and (c) Run1, Run2 and Run3, respectively. Solid, dashed, dotted and dashed dotted lines Shear production term, Buoyancy term, TKE and Destruction term, respectively.

項, [D] は散逸項, <> は水平平均を表す.

計算領域全体の乱流運動エネルギー (TKE) とシア生成 項及び浮力生成項の時間変化をそれぞれの Run について 調べたのが Fig. 11 である.生成項は明瞭な極大,極小が あり, Run3(Fig. 11c) は 2 回目で最大となる.3 回目の 極大の時は、シア生成項と浮力生成項が Run3 のみ同符号 となっており、Fig. 4g の砕波が起こった時刻 (t=125) に

第25回数値流体力学シンポジウム





Fig. 12: Evolution of the momentum and heat flux. (a),(b) and (c) Run1, Run2 and Run3, respectively. Solid and dashed lines momentum and heat flux.

対応する. Run1, 2(Fig. 11a, b) の極大の回数は Run3 より少ない. Run2の不安定は開始が遅く, 散逸が早い.

3.4.3 KH 波の鉛直フラックス シア層の中央の運動量と熱フラックスの時間変化をそ れぞれの Run について調べたのが Fig. 12 である.そ



Fig. 13: Vertical momentum and heat flux at maximum and minimum shear terms. (a),(b) and (c) Run1, Run2 and Run3, respectively. Solid, dotted, dashed dotted and dashed dotted dotted lines maiximum 1, 2, 3 and 4, respectively. Dashed line minimum 1.

れぞれの Run の $< u'w' > \geq < \theta'w' > の極大・極小は$ TKE のシア及び浮力生成項の極大・極小に対応している **Fig. 12c** から波が接近する (t=72) 時に - < u'w' >が 減少し、pairing(t=90)の時に増加しているのが分かる.

TKE シア生成項が極大となるときの鉛直フラックス を調べたものが Fig. 13 である. Run1 の極小1の時, < u'w' >はほとんどゼロとなり $< \theta'w' >$ は正にな る. 極大 2 の時, - < u'w' >が再び増加しており, この 時に対応する Fig. 5e を見ると、 y 方向の乱れが活発と なっていることから Secondary instability による影響を 受けたと考えられる. Run2の極大1はRun1と同様である. これに対して,極小1の時 – < u'w' > は比較的大きく, < $\theta'w'$ > は中心を挟んで正になる. Run3の極小1はRun1と同様に – < u'w' > はほとんどゼロとなる. その一方で, < $\theta'w'$ > は負になる. 極大2で – < u'w' > が大きく増加しており, この時に pairing が起こっていることから Secondary instability だけでなく pairing の影響を受けたことが示唆される. 極大3では < $\theta'w'$ > が正となっており,温位の鉛直勾配が正であることから逆勾配拡散を意味する. この時砕波が起こっていることから,砕波の影響を受けたと示唆される.

4. 結論

 $Ri_{cen} = 0.06$ では pairing が起こったが $Ri_{cen} = 0.10$ や $Ri_{cen} = 0.16$ では、明瞭な pairing は起こらなかった. しかし Ri_{cen} に関係なく Secondary intability が発生す ることが分かった. 鉛直フラックスを増加させる 1 つの 要因は Secondary instability であることが示唆された. Pairing はさらに鉛直フラックスを増加させ、ついには砕 波を起こし、砕波によって TKE のシア・浮力生成項は同 位相となり、鉛直フラックスを砕波が起こらない場合よ り大きくした.

参考文献

- Browinig, K. A., and C. D. Watkins., "Observations of clear-air turbulence by high-power radar," Nature., 227 (1970), pp. 260-263.
- (2) Ralph, F. M., Neiman P. J., Levinson D., "Lidar observations of a breaking mountain wave associated with extreme turbulence," Geophys. Res. Lett., 24 (1997), pp. 663-666.
- (3) Stull, R. B., "An Introduction to Boundary Layer Meteorology," Kluwer Academic Publishers, Dordrech (1988), pp. 666.
- (4) Garratt, J. R., "The Atmospheric Boundary Layer," Cambridge University Press, U.K(1992), pp. 316.
- (5) Kim, S.-W., S.-U. Park, and C.-H. Moeng., "Entrainment processes in the convective boundary layer with varying wind shear," Bound.-Layer Meteor., 108 (2003), pp. 221-245.
- (6) Miles, J. W., "On the stability of heterogeneous shear flows," J. Fluid Mech., 10 (1961), pp. 496-508.
- (7) Howard, L. N., "Note on a paper of John W. Miles,"J. Fluid Mech., 10 (1961), pp. 509-512.
- (8) Woods, J. D., and R. L. Willey., "Billow turbulence and ocean microstructure," Deep-Sea Res., 19 (1972), pp. 87-121.
- (9) Koop, C. G., and F. K. Browand., "Instability and turbulence in stratified fluid with shear," J. Fluid Mech., 93 (1979), pp. 125-159.
- (10) Thorpe, S. A., "Transitional phenomena and the development of turbulence in stratified fluids: A review," J. Geophys. Res., 92 (1987), pp. 5231-5248.
- (11) Lasheras, J. C., and J. S. Cho, and T. Maxworthy., "On the origin and evolution of streamwise vertical structure in a plane, free shear layer," J. Fluid Mech., 172 (1986), pp. 231-258.

- (12) Peltier, W. R., J. R. Halle. and T. L. Clark., "The evolution of finite-amplitude Kelvin-Helmholtz billows," Geophys. Astrophys. Fluid Dyn., 10 (1979), pp. 53-87.
- (13) Fritts, D. C., "Shear excitation of atmospheric gravity waves. Part 2:Nonlinear radiation from a free shear layer," J. Atmos. Sci., 41 (1984), pp. 524-537.
- (14) Klaassen, G. P., and W. R. Peltier., "The evolution of finite amplitude Kelvin-Helmholtz billows in two spatial dimensions," J. Atmos. Sci., 42 (1985a), pp. 1321-1339.
- (15) Corcos, G. M., and S. J. Lin., "he mixing layer: Deterministic models of a turbulent flow. Part 2. The origin of the three-dimensional motion," J. Fluid Mech., 139 (1984), pp. 67-95.
- (16) Klaassen, G. P., and W. R. Peltier., "The onset of turbulence in finite amplitude Kelvin-Helmholtz billows," J. Fluid Mech., 155 (1985b), pp. 1-35.
- (17) Klaassen, G. P., and W. R. Peltier., "The influence of stratification on secondary instability in free shear layers," J. Fluid Mech., 227 (1991), pp. 71-106.
- (18) Smyth, W. D., "Secondary Kelvin-Helmholtz instability in weakly stratified shear flow," J. Fluid Mech., 497 (2003), pp. 67-98.
- (19) Peltier, W. R. and C. P., Caulfield., "Mixing efficiency in stratified shear flows," Ann. Rev. Fluid. Mech., 35 (2003), pp. 135-167.
- (20) Scinocca, J. F., "The mixing of mass and momentum by Kelvin-Helmholtz billows," J. Atmos. Sci., 52 (1995), pp. 2509-2530.
- (21) Davis, P. A., and W. R. Peltier., "Resonant parallel shear instability in the stably stratified planetary boundary layer," J. Atmos. Sci., 28 (1976), pp. 181-189.
- (22) Nakanishi, M., "Large-eddy simulation of radiation fog," Bound.-Layer Meteor., 94 (2000), pp. 461-493.
- (23) Smagorinsky, J., "General circulation experiments with the primitive equations I. The basic experiment," Mon. Wea. Rev., 91 (1963), pp. 99-164.
- (24) Lilly, D. K., "On the application of the eddy viscosity concept in the inertial subrange of turbulence," Monuscript NO. 123, National Center for Atmospheric Research, Boulder, CO(1966).
- (25) Kundu, P. K., and Cohen, I. M., "Fluid Mechanics," Academic Press, 3rd edition (2004), pp. 506.