

弧状衝撃波不安定性の三次元数値シミュレーション

Three-dimensional numerical simulation of bow-shock instability

- 佐藤陽介, 東北大院, 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-01, E-mail: yosato@rhd.mech.tohoku.ac.jp
- 保江かな子, JAXA, 東京都調布市深大寺東町 7-44-1, E-mail: yasue@chofu.jaxa
- 大西直文, 東北大院, 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-01, E-mail: ohnishi@rhd.mech.tohoku.ac.jp

Yosuke Sato, Tohoku University, 6-6-01 Aramaki-Aza-Aoba, Aoba-ku, Sendai 980-8579, Japan
 Kanako Yasue, Japan Aerospace Exploration Agency, 7-44-1 Jindaiji-Higashi, Chofu, Tokyo 182-8522, Japan
 Naofumi Ohnishi, Tohoku University, 6-6-01 Aramaki-Aza-Aoba, Aoba-ku, Sendai 980-8579, Japan

Three-dimensional numerical simulations were conducted using discontinuous Galerkin (DG) finite-element method to clarify mechanism of bow-shock instability which has been experimentally observed for a blunt body in a low- γ gas. Shock-surface formation was computed with a blunt body in Mach 3.9 flow. A well-known numerical instability, carbuncle phenomenon, often occurs simultaneously in such a flow condition. Sufficient resolution of stream-ward grids is required to obtain carbuncle-free solution. In a bow shock ahead of a cone, an instability was observed, and it may be physical instability induced by the edge effect.

1. 緒論

超音速飛行する鈍頭物体前方に形成される弧状衝撃波について、これまでに多くの実験や数値計算が行われてきた。一般に、一様流中に形成される弧状衝撃波は安定であることが知られている。しかしながら、弾道法における実験において、比熱比の小さな気体中では、鈍頭物体前方に形成される弧状衝撃波が不安定であることが確認されている^(1, 2)。様々な条件による実験から、この不安定性はマッハ数や気体の圧力、物体の大きさ、縁の丸み、前面の曲率に依存して発生することが分かっている。Fig. 1 に Baryshnikov らによる実験で得られた不安定な弧状衝撃波を示す。この現象の要因として、比熱比が小さいことによる衝撃波後方の力学的非平衡と、急激な温度上昇による化学的非平衡が考えられているが、実験では衝撃波後方の流れ場の構造を詳しく解析することが困難であるため、原因は解明されていない。

現在、超音速で飛行する物体の解析には数値流体力学 (CFD) がよく用いられる。CFD を用いることによって、衝撃波後方の流れ場の構造を詳しく解析することができ、不安定性の原因を解明することが可能になると考えられる。一方で、強い衝撃波が形成される数値計算において、衝撃波が計算格子に平行に近い場合に、衝撃波捕獲スキームは数値的に不安定になることが知られている。この不安定性はカーバンクル現象と呼ばれる⁽³⁾。カーバンクル現象は主流条件、計算格子、計算手法等の様々な要因によって生じるため、適切な計算条件を整えることが重要である。

本研究では、鈍頭物体前方に形成される弧状衝撃波不安定性のメカニズムの解明を目指し、非構造格子を用いた Discontinuous Galerkin (DG) 法⁽⁴⁾による三次元数値流体解析を行う。カーバンクル現象の存在により、発生した不安定性が物理的なものか数値的なものかの判別が難しくなる。そこで、カーバンクル現象を生じにくく考えられる数値流束関数を用いて計算する⁽⁵⁾。また、計算格子には、カーバンクル現象を生じにくくするために主流方向の解像度が高い計算格子を用いて計算を行う^(6, 7)。本稿では、物体形状が不安定性に与える影響に焦点を当て、物体の曲率による影響や角を含む物体について数値計算結果に基づく考察を行う。

2. 数値計算法

弧状衝撃波の物理的不安定性を調べるために、上で述べたカーバンクル現象を防ぐ必要がある。カーバンクル現象を検証するには、同形状の物体について、同じ主流条

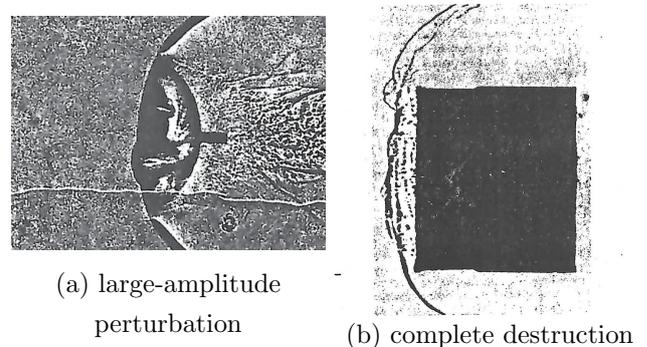


Fig. 1: 不安定な弧状衝撃波^(1, 2)。

件と計算手法を用い、計算格子のみを変更してその影響を調べる必要があるため、計算格子には物体の形状適合性が高く、格子の配置を比較的自由に変更できる非構造格子を用いる。計算手法としては、有限要素法の一つで、高精度を達成できる DG 法を用いて数値計算を行う。

2.1 Discontinuous Galerkin 法

基礎方程式

三次元 Euler 方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

ここで、 Q は保存関数、 E , F , G はそれぞれ x , y , z 方向の流束関数であり、以下のように表される。

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e+p)u \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e+p)v \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (e+p)w \end{pmatrix} \quad (2)$$

ρ は密度, u, v, w はデカルト座標系における速度成分, e は単位体積あたりの全エネルギーである. また, 圧力 p が次式で表される理想気体における状態方程式に従うことを仮定する.

$$p = (\gamma - 1) \left\{ e - \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \right\} \quad (3)$$

ただし, γ は比熱比である.

DG 法は有限要素法的一种であるので, 次式のような弱形式にした積分方程式を解くことで解を得る.

$$\int_{\Omega} w(x, y, z) \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} \right) d\Omega = 0 \quad (4)$$

Ω は計算空間での領域, $w(x, y, z)$ はテスト関数を表す. 式 (4) に対して Gauss の発散定理を適用し, 展開すると次式を得る.

$$\int_{\Omega} \frac{\partial w Q}{\partial t} d\Omega + \int_{\partial\Omega} w (En_x + Fn_y + Gn_z) d\partial\Omega - \int_{\Omega} \left(E \frac{\partial w}{\partial x} + F \frac{\partial w}{\partial y} + G \frac{\partial w}{\partial z} \right) d\Omega = 0 \quad (5)$$

ここで, $\partial\Omega$ は領域 Ω の境界, n_x, n_y, n_z はそれぞれ境界における x, y, z 方向の法線ベクトルを表す. 有限要素法では, 次式のような自由度 $Q_j(t)$ と基底関数 $v_j(x, y, z)$ の積の線形形で表される近似関数 $Q_h(x, y, z, t)$ を用いてセル内の物理量の分布を記述する.

$$Q_h(x, y, z, t) = \sum_j Q_j(t) v_j(x, y, z) \quad (6)$$

DG 法では, テスト関数 $w(x, y, z)$ を基底関数 $v_j(x, y, z)$ とし, 式 (5) において厳密解 $Q(t)$ を式 (6) で表される近似関数 $Q_h(x, y, z, t)$ に置き換える. そして, w が v_i のときの各種分項を以下のように定義する.

$$K_1^i = \int_{\Omega} \frac{\partial v_i Q_h}{\partial t} d\Omega \quad (7)$$

$$K_2^i = \int_{\partial\Omega} v_i (E(Q_h)n_x + F(Q_h)n_y + G(Q_h)n_z) d\partial\Omega \quad (8)$$

$$K_3^i = \int_{\Omega} \left(E(Q_h) \frac{\partial v_i}{\partial x} + F(Q_h) \frac{\partial v_i}{\partial y} + G(Q_h) \frac{\partial v_i}{\partial z} \right) d\Omega \quad (9)$$

さらに式 (6) を K_1^i に代入すると

$$K_1^i = \sum_j \frac{dQ_j}{dt} \int_{\Omega} v_i v_j d\Omega = \sum_j I_{ij} \frac{dQ_j}{dt} \quad (10)$$

となる. ここで, 基底関数の積のモーメントを $I_{ij} = \int_{\Omega} v_i v_j d\Omega$ と表す. モーメント I_{ij} は基底関数に直交性がある場合には $i = j$ 以外では 0 となる. その場合, 自由度の数だけ時間積分を独立に実行することが可能となり, 自由度ごとに解を得る.

直交基底関数

前述のように, 基底関数に直交性があれば, 自由度ごとに独立な時間発展の方程式が得られる. 非構造格子を用いて計算を行う場合には, 各セルの物理空間における座標 (x, y, z) を基準セルの計算空間の座標 (ξ, η, ζ) およびテンソルセルの写像空間座標 (r, s, t) に座標変換を行うことで直交性が実現される. 三次元の計算セルにおけるテンソルセル座標の直交基底関数 $\phi_{lmn}(r, s, t)$ および基準セル座標の直交基底関数 $\phi_{lmn}(\xi, \eta, \zeta)$ は Jacobi 多項式 $P_{\gamma}^{\alpha, \beta}(z)$ を用いて記述される.⁽⁸⁾ 三角柱セルの場合は次式のようになる.

$$\begin{aligned} \phi_{lmn}(r, s, t) &= P_l^{0,0}(r) P_m^{0,0}(s) (1-t)^l P_n^{2l+1,0}(t) \\ \phi_{lmn}(\xi, \eta, \zeta) &= P_l^{0,0} \left(2 \frac{1+\xi}{1-\zeta} - 1 \right) P_m^{0,0}(\eta) (1-\zeta)^l \end{aligned} \quad (11)$$

ここで, Jacobi 多項式 $P_{\gamma}^{\alpha, \beta}(z)$ は次式で与えられる.

$$P_{\gamma}^{\alpha, \beta}(z) = \frac{(-1)^{\gamma}}{2^{\gamma} \gamma!} (1-z)^{-\alpha} (1+z)^{-\beta} \frac{d^{\gamma}}{dz^{\gamma}} [(1-z)^{\alpha+\gamma} (1+z)^{\beta+\gamma}] \quad (12)$$

三次元二次精度の場合, 自由度は 4 個必要となる. また, 添字 l, m, n は多項式の次数であり, (l, m, n) の組み合わせは定数項では $(0, 0, 0)$ となり, 1 次項では $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$ となる.

離散化

式 (1) の物理空間 (x, y, z) における支配方程式を計算空間 (ξ, η, ζ) へ変換すると, 次式のように記述できる.

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} = 0 \quad (13)$$

ここで, \hat{Q} は保存関数, $\hat{E}, \hat{F}, \hat{G}$ はそれぞれ ξ, η, ζ 方向の流束関数である.

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= J^{-1} Q \\ \hat{E} &= J^{-1} (\xi_x E + \xi_y E + \xi_z E) \\ \hat{F} &= J^{-1} (\eta_x F + \eta_y F + \eta_z F) \\ \hat{G} &= J^{-1} (\zeta_x G + \zeta_y G + \zeta_z G) \end{aligned} \quad (14)$$

J^{-1} は座標変換におけるヤコビアンであり次式で表される.

$$J^{-1} = \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} \quad (15)$$

式 (13), (14) に対して DG 法を適用する. 弱形式にした積分方程式は次式のようになる.

$$\int_{\hat{\Omega}} w(\xi, \eta, \zeta) \left(\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} \right) d\hat{\Omega} = 0 \quad (16)$$

$\hat{\Omega}$ は計算空間での領域, $w(\xi, \eta, \zeta)$ はテスト関数を表す. 式 (16) に対して Gauss の発散定理を適用し, 展開すると

次式を得る.

$$\int_{\hat{\Omega}} \frac{\partial w \hat{Q}}{\partial t} d\hat{\Omega} + \int_{\partial\hat{\Omega}} w (\hat{E}n_{\xi} + \hat{F}n_{\eta} + \hat{G}n_{\zeta}) d\partial\hat{\Omega} - \int_{\hat{\Omega}} \left(\hat{E} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \hat{F} \frac{\partial w}{\partial \eta} + \hat{G} \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) d\hat{\Omega} = 0 \quad (17)$$

$\partial\hat{\Omega}$ は計算空間領域 $\hat{\Omega}$ の境界, $n_{\xi}, n_{\eta}, n_{\zeta}$ はそれぞれ境界における ξ 方向, η 方向, ζ 方向の法線ベクトルを表す.

ここで, 次式のような自由度 $\hat{Q}_j(t)$ と前述した直交基底関数 $\phi_j(\xi, \eta, \zeta)$ の積の線形和で表される近似関数 $\hat{Q}_h(\xi, \eta, \zeta, t)$ を用いてセル内の分布を記述する.

$$\hat{Q}_h(\xi, \eta, \zeta, t) = \sum_j \hat{Q}_j(t) \cdot \phi_j(\xi, \eta, \zeta) \quad (18)$$

式 (17) において厳密解 $\hat{Q}(t)$ を式 (18) で表される近似関数に置き換え, テスト関数を直交基底関数とする. i 番目の基底関数を乗じた各積分項を以下のように定義する.

$$K_1^i = \int_{\hat{\Omega}} \frac{\partial \phi_i \hat{Q}_h}{\partial t} d\hat{\Omega} \quad (19)$$

$$K_2^i = \int_{\partial\hat{\Omega}} \phi_i (\hat{E}(Q_h)n_{\xi} + \hat{F}(Q_h)n_{\eta} + \hat{G}(Q_h)n_{\zeta}) d\partial\hat{\Omega} \quad (20)$$

$$K_3^i = \int_{\hat{\Omega}} \left(\hat{E}(Q_h) \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi} + \hat{F}(Q_h) \frac{\partial \phi_i}{\partial \eta} + \hat{G}(Q_h) \frac{\partial \phi_i}{\partial \zeta} \right) d\hat{\Omega} \quad (21)$$

式 (19)–(21) より, 式 (17) は次式のように記述できる.

$$K_1^i + K_2^i - K_3^i = 0 \quad (22)$$

また, 式 (18) を式 (19) に代入すると

$$K_1^i = \sum_j \frac{dJ^{-1}Q_j}{dt} \int_{\hat{\Omega}} \phi_i \phi_j d\hat{\Omega} = \sum_j I_{ij} \frac{dJ^{-1}Q_j}{dt} \quad (23)$$

となる. ここで, 基底関数の積のモーメントを $I_{ij} = \int_{\hat{\Omega}} \phi_i \phi_j d\hat{\Omega}$ と表す. モーメント I_{ij} は基底関数の直交性により $i = j$ 以外で 0 となるので, 以下のように表せる.

$$K_1^i = I_{ii} \frac{dJ^{-1}Q_i}{dt} \quad (24)$$

式 (22) と式 (24) より, 最終的に次式に対して時間積分を行うことで解を得る.

$$\frac{dQ_i}{dt} = -\frac{1}{J^{-1}I_{ii}} (K_2^i - K_3^i) \quad (25)$$

K_2^i の評価において, DG 法では各セル毎に独立した近似関数を用いてセル内部の物理量を記述しているため, セル境界における流束関数の値は不連続となり, 直接求めることは出来ない. そのため, セル境界における流束関数

を数値流束関数で置き換える必要がある. その際の流束計算には Riemann 解法を適用する.

式 (20) において, 流束関数 $(\hat{E}(\hat{Q}_h)n_{\xi} + \hat{F}(\hat{Q}_h)n_{\eta} + \hat{G}(\hat{Q}_h)n_{\zeta})$ はセル内部の物理量 Q_h^- と隣のセルの物理量 Q_h^+ を用いて表される流束関数 $\hat{h}(Q_h^-, Q_h^+)$ に置き換えられる. よって, 式 (20) は次式のように記述できる.

$$K_2^i = \int_{\partial\hat{\Omega}} \phi_i \hat{h}(Q_h^-, Q_h^+) d\partial\hat{\Omega} \quad (26)$$

ここで, 本研究では, 流束関数 $\hat{h}(Q_h^-, Q_h^+)$ に数値流束 SLAU (Simple Low-dissipation AUSM)⁽⁹⁾ を用いる.

K_2^i の積分の評価は, 各境界上に精度に見合った Gauss 点を取り, 二次元の Gauss 求積法を用いて面積分を行い K_2^i の近似を行う. また, K_3^i の評価は, セル内に精度に見合った Gauss 点を取り, 三次元の求積法を用いて体積分により近似を行う. それにより式 (26) および式 (21) はそれぞれ次式のように置き換えられる.

$$\hat{K}_2^i = \sum_e \sum_l \left(\phi_i \hat{h}_l(Q_h^-, Q_h^+) \sigma_l \right)_e \quad (27)$$

$$\hat{K}_3^i = \sum_l \left(\hat{E}(\hat{Q}_h) \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi} + \hat{F}(\hat{Q}_h) \frac{\partial \phi_i}{\partial \eta} + \hat{G}(\hat{Q}_h) \frac{\partial \phi_i}{\partial \zeta} \right)_l \sigma_l \quad (28)$$

ここで, e はセル境界面, l はセル境界面の Gauss 点, σ_l は各 Gauss 点における重みを表す. 二次精度の場合, 三角形および四角形のセル境界面の Gauss 点の数は 4 個, セル内の体積 Gauss 点は 8 個となる.

2.2 勾配制限法

本研究で定義した自由度 Q_j は, 二次精度の場合には Q_1 がセル内の物理量の平均値, Q_2, Q_3, Q_4 がセル内の物理量の一階微分を表す. よって, 勾配制限は Q_2, Q_3, Q_4 に対して以下のように行う.

$$\tilde{Q}_{2,3,4} = \begin{cases} \phi Q_{2,3,4} & , \text{ if } p_{l_{max}} > p_{m_{max}} \text{ or } p_{l_{min}} > p_{m_{min}} \\ Q_{2,3,4} & , \text{ otherwise} \end{cases}$$

$$\phi = \min(\phi_{max}, \phi_{min})$$

$$\phi_{max} = \frac{p_{m_{max}} - p_n}{p_{l_{max}} - p_n}$$

$$\phi_{min} = \frac{p_{m_{min}} - p_n}{p_{l_{min}} - p_n}$$

ここで, p_n はセル内の圧力, $p_{l_{max}}, p_{l_{min}}$ はそれぞれセル境界の Gauss 点における圧力の最大値および最小値, $p_{m_{max}}, p_{m_{min}}$ はそれぞれ各面に隣接するセルの圧力の最大値および最小値を表す.

2.3 TVD Runge-Kutta 法

本計算で時間積分に用いた二段階 TVD Runge-Kutta 法⁽¹¹⁾は以下に示す通りである.

$$Q^{(1)} = Q^n + \Delta t R(Q^n) \quad (29)$$

$$Q^{n+1} = \frac{1}{2} \left(Q^n + Q^{(1)} + \Delta t R(Q^{(1)}) \right) \quad (30)$$

ここで, R は式 (25) の右辺を表す.

3. 計算結果および考察

弧状衝撃波の力学的不安定性を調べるために、カーバンクル現象を防ぐ必要がある。以前の結果から、カーバンクル現象を防ぐには、主流方向の解像度を均一かつ高くすることが重要であることが分かった^(6, 7)。本研究では、そのような計算格子を用いて計算を行うことにより、物理的な不安定性を調べる。

3.1 物体の曲率による衝撃波面への影響

計算条件

物体の曲率が不安定性に与える影響を調べるために、曲率の異なる 2 つの物体について計算を行った。計算対象として、短径と長径の比がそれぞれ 1:10, 1:20 の楕円体を用いた。計算格子はそれぞれセル数を 199,200, 749,500 とし、計算にはプリズムセルを用いた。カーバンクル現象を防ぐために、上に述べたような主流方向の解像度が均一かつ高い格子を用いた。それぞれの計算格子を Fig. 2 に示す。主流条件は主流マッハ数を 3.9, 迎え角を 0, 比熱比を 1.01 とした。また、CFL 数は 0.5 とした。

得られた衝撃波面と亜音速領域のマッハ数分布

Fig. 3 にある断面における圧力分布を示す。色は圧力の大きさを表す。赤と青の境界が衝撃波面であり、どちらの曲率の物体を用いて計算を行ったときにも衝撃波面は定常になった。

弧状衝撃波不安定性において、亜音速領域における乱れは衝撃波面に影響を与える可能性があると考えられる。2 つの物体における亜音速領域のマッハ数分布を Fig. 4 に示す。短径と長径の比が 1:10 の場合に比べて 1:20 の場合には亜音速領域に擾乱が残っていることが分かる。また、1:10 の場合にも、わずかに非対称性が見られる。しかし、この亜音速領域の乱れは衝撃波面の歪みを招くまでには至っていない。

この 2 つの形状で不安定性は見られなかったが、より大きな短長径比をもつ楕円体を用いて計算を行った場合には、亜音速領域のマッハ数分布の乱れはより大きくなることが予想される。しかし、1:10 の場合と 1:20 の場合のマッハラインの位置の比較から、短長径比が大きくなってもマッハラインの位置はほとんど変わらず、衝撃波面に大きな変化が起きる可能性は低いと考えられる。

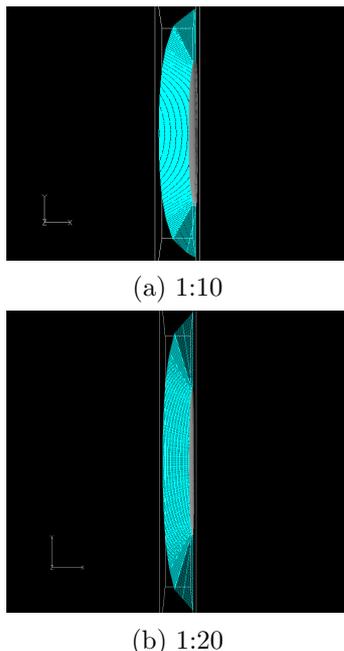


Fig. 2: 各計算格子の物体中心を通る断面図。

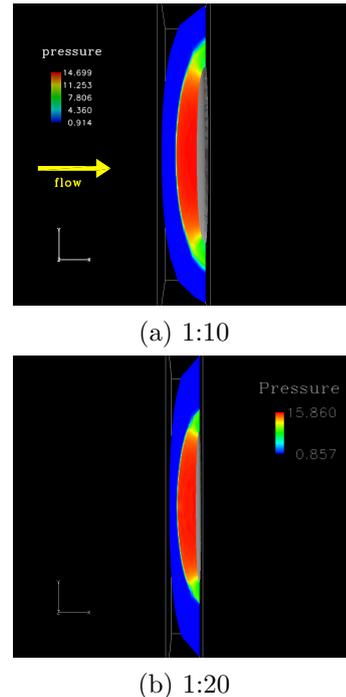


Fig. 3: 異なる短長径比をもつ楕円体前方の圧力分布。

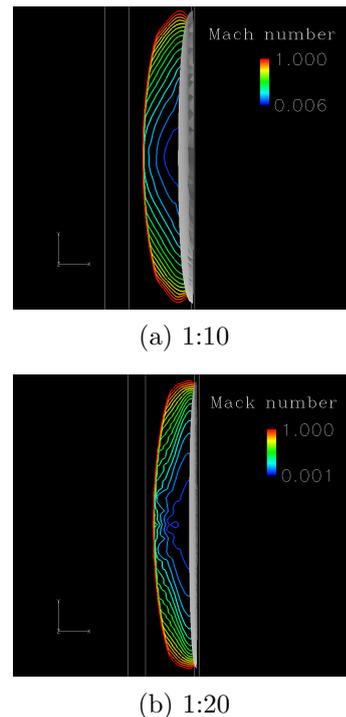


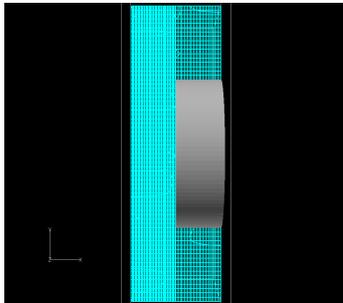
Fig. 4: 亜音速領域のマッハ数分布。

3.2 物体の角による衝撃波面への影響

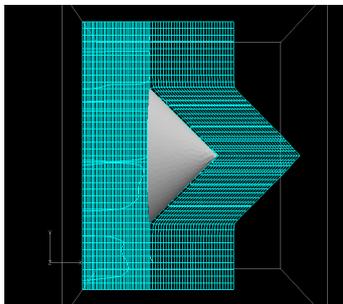
前節で曲率の異なる 2 つの楕円体について計算を行ったが、衝撃波面に不安定性は見られなかった。しかし、短長径比が 1:10, 1:20 の場合の比較から、より大きな曲率をもつ場合に亜音速領域の乱れが大きくなることが分かった。次により大きな曲率をもつ極限として、前面が平坦な物体を考える。そのような、物体が角をもつ場合には、物体の角付近で生じた擾乱が音波として亜音速領域中を伝わり、衝撃波面に達することで不安定性を引き起こす可能性がある。そこで、角を含む物体についての計算結果を示す。

計算条件

計算対象として円柱, 円錐を用いた. 計算格子は, それぞれセル数が 896,340, 375,436 とし, 計算にはプリズムセルを用いた. カーバクル現象を防ぐために主流方向の解像度が均一かつ高い格子を用いた. それぞれの計算格子を Fig. 5 に示す. 主流条件は主流マッハ数を 3.9, 迎え角を 0, 比熱比を 1.01 とした. また, CFL 数は 0.5 とした.

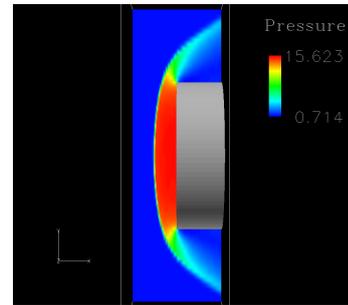


(a) 円柱

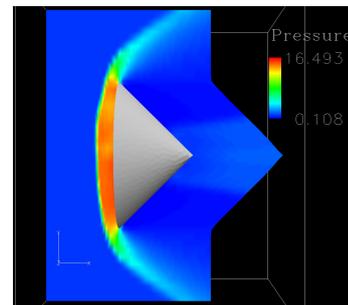


(b) 円錐

Fig. 5: 各計算格子の物体中心を通る断面図.



(a) 円柱



(b) 円錐

Fig. 6: 角を含む物体の圧力分布.

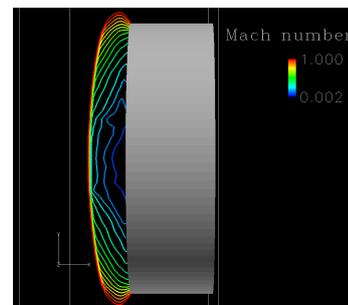
得られた衝撃波面と亜音速領域のマッハ数分布

Fig. 6 に流れ場がある程度定常になった後の圧力分布を示す. 色は圧力の大きさを表す. どちらの物体形状で計算を行ったときにも衝撃波面は定常になったが, 円錐を用いて計算を行った場合は衝撃波面に歪みが見られる. 2つの物体における亜音速領域のマッハ数分布を Fig. 7 に示す. どちらの場合にも衝撃波内のマッハ数分布には非対称性が残った. また, どちらの物体を用いた場合にもマッハラインが物体の角にかかり, 角を含まない物体に比べて分布の乱れが大きくなっていることが分かる. さらに, 円錐においてはマッハラインに歪みが見られる. 前節において楕円体を用いて計算した結果や円柱を用いた結果との比較から, この不安定性には円錐の角付近が影響していると考えられる. この衝撃波面の歪みは, Baryshnikov らによる実験で得られた不安定性 (Fig. 1 (a)) と同じ不安定性である可能性がある.

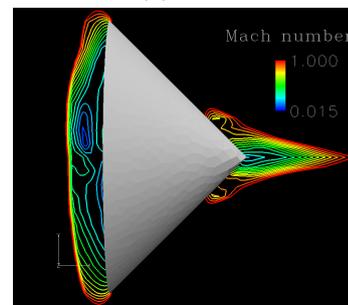
4. 結論

本研究では, 弧状衝撃波不安定性の力学的メカニズムを調べるために, DG 法を用いて鈍頭物体周りの衝撃波を含む流れ場を調べた.

弧状衝撃波の物理的不安定性を調べるために, カーバクル現象を生じにくいと考えられる数値流束, 計算格子を用いて, 不安定性の物体形状依存性を調べた. 曲率が異なる2つの楕円体形状物体を用いて計算を行った結果, どちらの場合にも衝撃波面は定常になったが, 曲率が大きくなるにつれて亜音速領域の乱れは大きくなった. しかし, 衝撃波面の歪みは確認できなかった. 次に, 物体の角が不安定性に与える影響を調べるために, 円柱と円錐



(a) 円柱



(b) 円錐

Fig. 7: 角を含む物体の亜音速領域のマッハ数分布.

を用いて計算を行った。その結果、円錐を用いて計算した場合に衝撃波面に歪みが見られた。したがって、衝撃波面の歪みには円錐の角付近が影響する可能性がある。また、この歪みは、Baryshnikov らによって得られた弧状衝撃波不安定性と同じ不安定性である可能性がある。

今後、得られた不安定性が物理的なものか確かめるために、更に計算格子依存性を調べ、スペクトル解析を通してメカニズムの解明を目指す。

参考文献

- (1) A. S. Baryshnikov, A. P. Bedin, V. G. Maslennikov and G. I. Mishin, "Stability of a bow shock," *Sov. Tech. Phys. Lett.*, 5 (1979), pp. 113–114.
- (2) A. S. Baryshnikov, "Baroclinic turbulence of dissociating gas as a reason for instability of bow shock wave," *Phys. Scr.*, T132 (2008), 014007.
- (3) J. Quirk, "A contribution to the great Riemann solver debate," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 18 (1994), pp. 555–574.
- (4) B. Cockburn and C.-W. Shu, "The Runge-Kutta discontinuous Galerkin method for conservation laws V: Multidimensional systems," *Journal of Computational Physics*, 141 (1998), pp. 199–224.
- (5) 鈴木佑一郎, 保江かな子, 大西直文, 第 42 回流体力学講演会, (2010), 2E10.
- (6) Y. Sato, Y. Suzuki, K. Yasue and N. Ohnishi, "Three-dimensional simulation of bow-shock instability using discontinuous Galerkin method," *Proceedings of 28th International Symposium on Shock Waves*, (2011), 2713.
- (7) 佐藤陽介, 鈴木佑一郎, 保江かな子, 大西直文, 第 43 回流体力学講演会, (2011), 1E09.
- (8) J. Sherwin, "Hierarchical hp finite elements in hybrid domains," *Finite Elements in Analysis and Design*, 27 (1997), pp. 109–119.
- (9) E. Shima and K. Kitamura, "On New Simple Low-Dissipation Scheme of AUSM-Family for All Speeds," *AIAA Paper 2009-136* (2009).
- (10) Y. Wada and M. S. Liou, "A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities," *AIAA Paper 94-0083* (1994).
- (11) S. Gottlieb and C.-W. Shu, "Total Variation Diminishing Runge-Kutta Schemes," *Mathematics of Computation*, 67 (1998), pp. 73–85.