

全速度に対応した Lagrange-Remap 法による数値解析

A numerical study with an all-speed Lagrange-Remap method

- 鈴木 勝久, 東北大, 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-3, E-mail:suzuki@iswi.cir.tohoku.ac.jp
 孫 明宇, 東北大, 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-3, E-mail:sun@cir.tohoku.ac.jp
 Katsuhisa Suzuki, Tohoku University, 6-3, Aoba, Aramakiaza, Aoba-ku, Sendai
 Mingyu Sun, Tohoku University, 6-3, Aoba, Aramakiaza, Aoba-ku, Sendai

It is necessary to employ a method that can deal with compressible and incompressible flows together to analyze cavitating flows. It takes long time for explicit method based on sound speed to analyze incompressible flows. In this study, the semi-implicit method is employed to enhance the computational efficiency for incompressible flows. In this paper, the modification introduced in AUSM⁺-up scheme for all-speed flows is employed in order to deal with low Mach number flows. Moreover, two second-order methods have been implemented to calculate the normal velocity at unstructured grid interfaces. One is based on the acoustic Riemann solver coupled with MUSCL-type extrapolation, and the other is based on the finite difference.

1. 諸言

気液二相流の代表的な現象としてキャビテーション現象がある。キャビテーションとは液体が加速され、圧力が下がり、液相が気相に相変化し発生する気泡群のことである。この現象は主に液体中で作動するスクリーに性能低下や壊食などの影響を及ぼすため、現在ではキャビテーションに関する研究が行われている[1]。しかし、実験では解析が困難な場合があるため数値計算によって解析を行う必要がある。

本研究グループでは、完全保存型の Lagrange-Remap 法を導入し、非圧縮性でも計算時間を短縮できる手法を開発した。しかし、この手法を用いて翼型の抗力係数と揚力係数の解析を行ったが、非粘性流体での解析において抗力係数が 0 に収束しないという問題がある。そこで、本稿では非圧縮性ベースの手法である低マッハ数近似[2]を用いて解析を行った。また、中心差分法をベースとした界面法線速度を定義し、従来の手法との比較を行った。

2. 計算手法

本研究では、Lagrange-Remap 法を用いて計算を行った。まず、Lagrange ステップとして Lagrange 座標での基礎方程式を陰解法で解く。ここで、粒子界面での速度と圧力は単純なリーマン解法の acoustic Riemann solver[3]を用いた。また、MUSCL 法を導入し二次精度とした。界面での法線速度 U^* と圧力 p^* は次のように定義される。

$$U^* = \frac{\beta_1(p_i - p_j) + I_i U_i + I_j U_j}{I_i + I_j} \quad (1)$$

$$p^* = \frac{\beta_2(U_i - U_j)I_i I_j + I_i p_j + I_j p_i}{I_i + I_j} \quad (2)$$

ここで、 I は音響インピーダンスであり、各諸量の i と j は界面の左側と右側を表す。また、 β_1 と β_2 は Liou らによって用いられた数値粘性係数で次のように示される[4]。

$$\beta_1 = \max\left(1, \frac{1}{\beta_2}\right) \quad (3)$$

$$\beta_2 = \min(1, M(2 - M)) \quad (4)$$

ここで、 M は上流マッハ数である。また、ILU-GMRES 反復法を用いて Lagrange 座標での速度と圧力を求め、界面での速度と圧力から Lagrange 座標粒子の保存量を求めた。次に Remap ステップとして Lagrange 座標で求められた保存量を Euler 座標にマッピング[5]し、次のステップでの初期値とする。

3. 解析条件

翼型は Clark-Y 11.7% を用い、迎角は 8[deg]、翼弦長は 1[m] とした。計算格子を Fig.1 と Fig.2 に示す。O 型格子であり、全体の格子数は 160×56 の 8960 点である。翼周辺は十分な領域を確保するために翼弦長に対して 20 倍とした。

流体は非粘性の水のみの単相とし、マッハ数は 0.005 から 0.35 まで解析を行った。また、速度ベースのクーラン数は 0.4 とした。

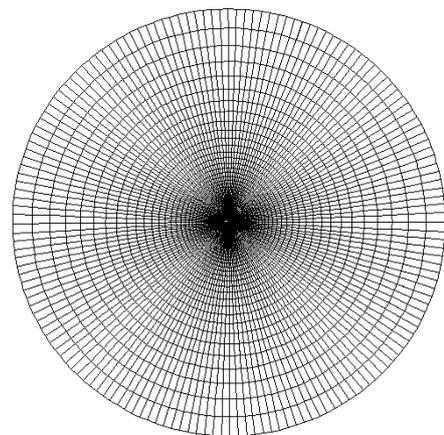


Fig.1 Computational grid

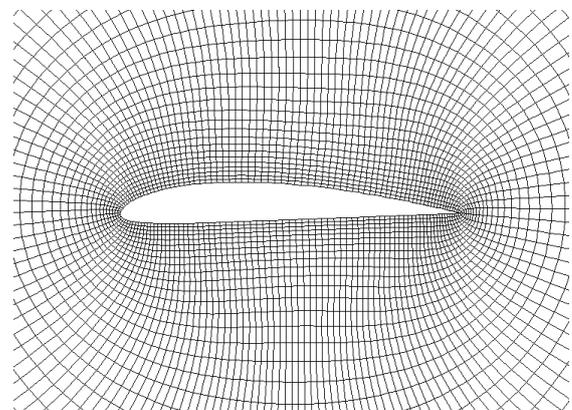


Fig.2 computational grid(detail)

4. 解析結果

4.1. 低マッハ数近似

低マッハ数近似を行うため、式(3)と式(4)に局所マッハ数 M_i を用いる。

$$M_i = \frac{\sqrt{u_i^2 + v_i^2}}{c_i} \quad (5)$$

ここで u_i , v_i 及び c_i はそれぞれセル i での x 方向, y 方向の速度と音速である。上流マッハ数と局所マッハ数をそれぞれ用いて解析を行った。抗力係数と揚力係数の比較を Fig.3 と Fig.4 に示す。

解析結果より、揚力係数は定量的に変化はなかったが、抗力係数は下がった。しかし、非粘性流体での解析なので抗力係数は大きく、まだ改善しなくてはならないと考えられる。

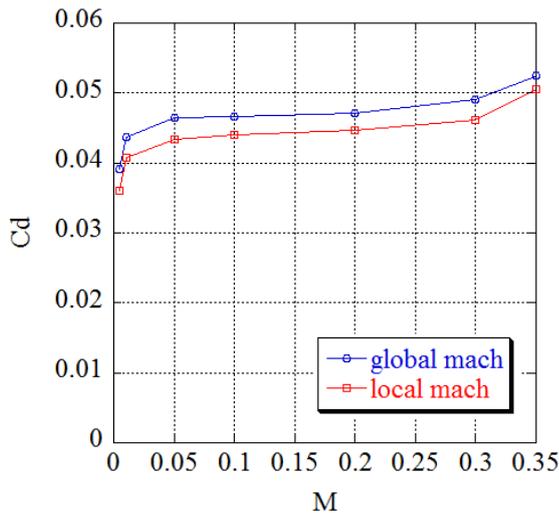


Fig.3 Mach number vs. Drag coefficient

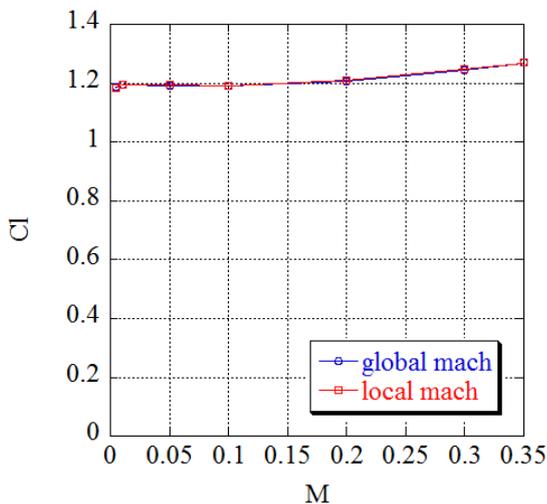


Fig.4 Mach number vs. Lift coefficient

4.2. 界面法線速度の定義

中心差分法をベースとした界面での法線速度 U^* を次のように定義した。ここで、概略図を Fig.5 に示す。点 c はエッジの midpoint である。

$$\begin{aligned} U^* &= (w_i U_i + w_j U_j) - \frac{\beta_1}{I_i + I_j} (\nabla p)_N \Delta l \\ &= (w_i U_i + w_j U_j) + \frac{\beta_1 (p_i - p_j)}{I_i + I_j} \cdot [\vec{e}_n \cdot \vec{e}_N] \\ &\quad + \frac{\beta_1}{I_i + I_j} (\nabla p)_t \Delta l \cdot [\vec{e}_t \cdot \vec{e}_N] \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 w_i と w_j はエッジに対して左右それぞれのセル中心から点 o への距離 l_{io} と l_{jo} を用いて、

$$w_i = \frac{l_{jo}}{l_{io} + l_{jo}} \quad (7)$$

$$w_j = 1 - w_i \quad (8)$$

と表される。また、 Δl は左右のセル中心間距離、 \vec{e}_n はセル i の中心からセル j の中心への単位ベクトル、 \vec{e}_t は \vec{e}_n の 90 度回転のベクトル、 \vec{e}_N は界面に対する単位法線ベクトルである。四角形構造格子では $\vec{e}_n \cdot \vec{e}_N = 1$, $\vec{e}_t \cdot \vec{e}_N = 0$ となるので式(6)を満たす。

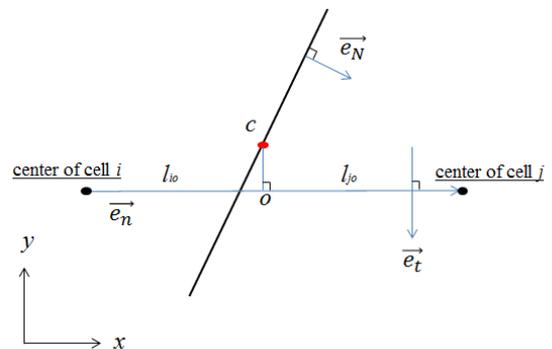


Fig.5 Schematic of an edge

式(6)を用いて解析を行い、式(1)に MUSCL 法を用いた従来の手法と比較を行った。マッハ数には上流マッハ数と局所マッハ数をそれぞれ用いて比較を行った。解析結果を Fig.6 から Fig.9 に示す。また、マッハ数 0.01 における収束特性の比較を Fig.10 と Fig.11 に示す。

解析結果より、抗力係数、揚力係数ともに定量的な変化はなかった。また、収束特性も大きな変化はなかった。

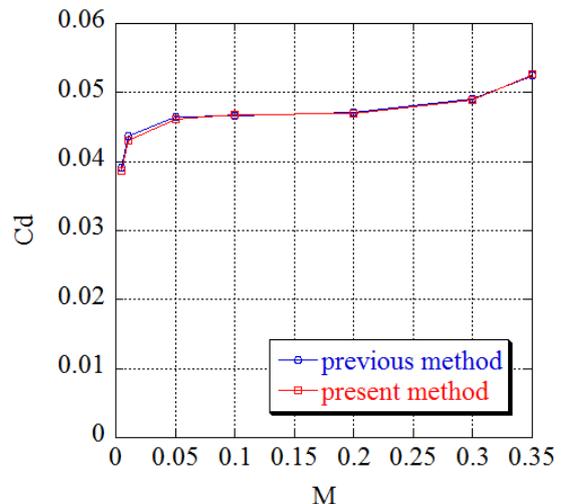


Fig.6 Mach number vs. Drag coefficient (Global Mach number)

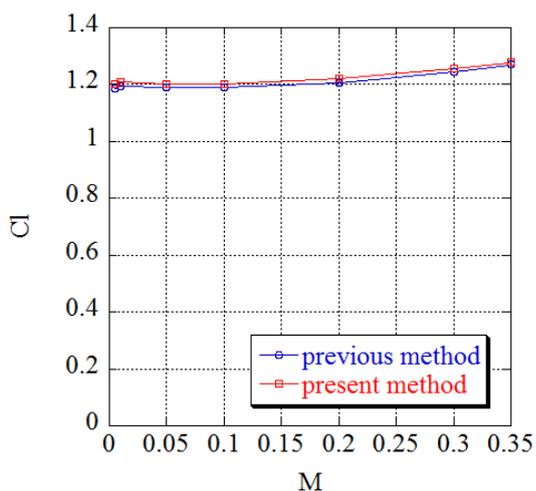


Fig.7 Mach number vs. Lift coefficient(Global Mach number)

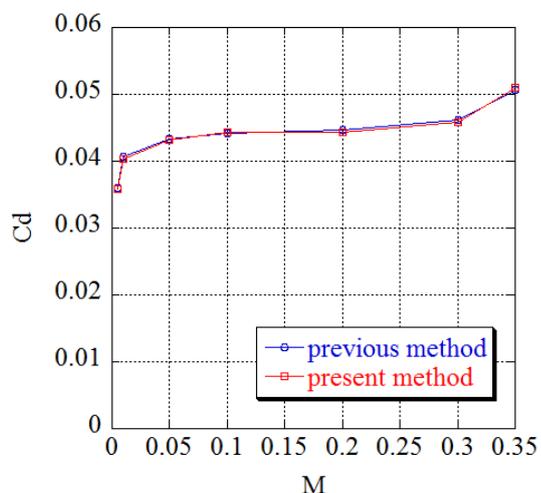


Fig.8 Mach number vs. Drag coefficient(Local Mach number)

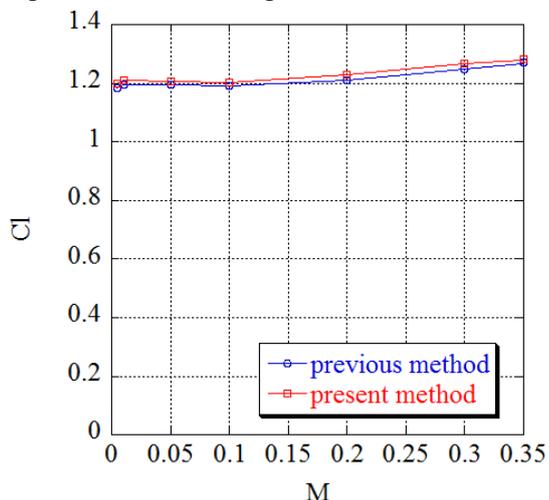


Fig.9 Mach number vs. Lift coefficient(Local Mach number)

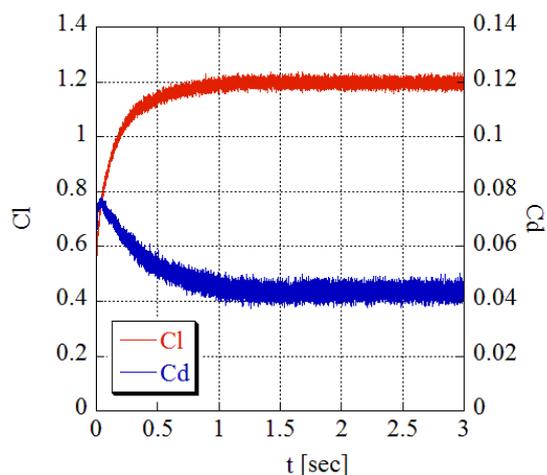


Fig.10 Histories of lift and drag coefficients at M=0.01 (previous method)

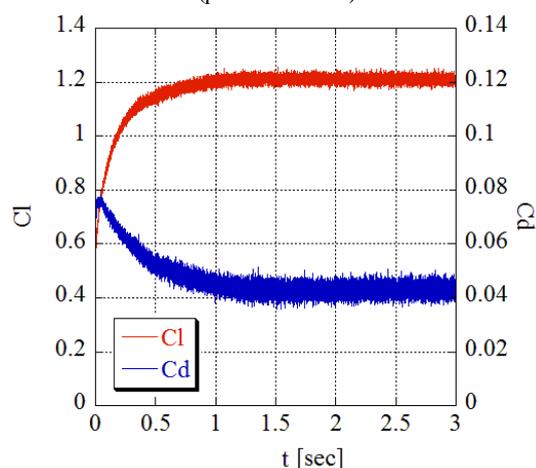


Fig.11 Histories of lift and drag coefficients at M=0.01 (present method)

5. 結言

本稿では低マッハ数近似と界面法線速度の定義を変えることによって翼型周りの解析を行い、従来の手法との比較を行った。その結果以下のことが分かった。

- ・低マッハ数近似では抗力係数の改善が見られた
- ・新中心差分法ベースの界面法線速度の定義では定量的に大きな変化はなかった
- ・また、収束特性も大きな変化はなかった

参考文献

- (1) C. Kato, Industry-University Collaborative Project on Numerical Predictions of Cavitating Flows in Hydraulic Machinery-Part 1: Benchmark Test on Cavitating Hydrofoils, ASME-JSME-KSME Joint Fluids Engineering Conference 2011, AJK2011-06084
- (2) X. Li, C. Gu, An all-speed Roe-type scheme and its asymptotic analysis of low Mach number behavior, Journal of Computational Physics 227, (2008), pp.5144-5149
- (3) R. Saurel, F. Petitpas, R. Berry, Simple and efficient relaxation methods for interfaces separating compressible fluids, cavitating flows and shocks in multiphase mixtures, Journal of Computational physics 228, (2009), pp.1678-1712
- (4) M.S.Liou, A sequel to AUSM, Part II: AUSM⁺-up for all speeds, Journal of computational physics 214, (2006), pp.137-170
- (5) 矢田和之, 市東素明, 孫明宇, 非構造格子を用いた all-speed 流れ解析, 第 24 回数値流体力学シンポジウム, C3-3(2010)