

# 時間スケールに着目した 3 方程式乱流モデルの旋回噴流への適用

## Application of a three-equation turbulence model with emphasis on time-scale to swirling jets

- 松尾裕一, JAXA, 東京都調布市深大寺東町 7-44-1, matsuo.yuichi@jaxa.jp  
吉澤 徹, JAXA (客員), 東京都調布市深大寺東町 7-44-1, E-mail: ay-tschi@mbg.nifty.com  
Yuichi MATSUO, JAXA, 7-44-1, Jindaijihigashi, Chofu, Tokyo 182-8522  
Akira YOSHIZAWA, JAXA, 7-44-1, Jindaijihigashi, Chofu, Tokyo 182-8522

In this paper, we introduce a three-equation turbulence model with the characteristic time scales intrinsic to complex turbulent flows like separated flows or swirling flows incorporated, where, in addition to the conventional two equations of  $K$  and  $\varepsilon$ , another equation on the turbulent eddy viscosity  $\nu_t$  is solved. We discuss the quantitative features of the proposed three-equation model by applying it to swirling round jets, and found that by comparing the experimental data the proposed model has the similar prediction capability as the standard  $K$ - $\varepsilon$  model.

### 1. はじめに

近年の実用的工学流体解析において、計算機性能の向上とともに LES/DES 等の非定常解析が徐々に使われるようになって来ている。しかし、計算時間がかかりすぎるため、乱流モデルを用いる定常 RANS 解析の（特に設計・開発段階における）有効性・有用性は依然として大きい。

航空宇宙分野では、Spalart-Allmaras モデル<sup>(1)</sup>、Menter の SST モデル<sup>(2)</sup>といった実用ベースの乱流モデルが利用されているが、剥離や旋回がある場合に、過大な渦粘性のために剥離域が過小評価、旋回成分が急消滅といった課題が指摘されている。この問題は、モデルの複雑さも相俟って、未だ適当な改良・改善がなされない状況にある。応力モデル等の高次モデルの使用は、原理的優位性は認められるものの、数値的取扱いの煩雑化・困難をもたらし、実用的には必ずしも有効でない。本研究は、こうした状況に対して工学的な打開策を見出すことにより、RANS 解析の有効性を向上させ適用力を拡大することを第一義的な目的としている。

前報告<sup>(3,4)</sup>までに、剥離や旋回に密接に関係する「特性時間スケール」を取り入れることによる乱流モデリングの改良を試み、吉澤らにより新たに提案された 3 方程式モデル<sup>(5)</sup>を軸に、工学的に重要である管内旋回流や翼端渦の解析に適用し、モデルの基本的有効性や課題を確認してきた。本論では、それをさらに進め、旋回噴流の解析に適用し、モデルの定量的な特性を議論した結果を報告する。

### 2. 3 方程式モデル導入の背景と今までの経緯

前々報告<sup>(3)</sup>においては、剥離や旋回に係る「特性時間スケール」を検討することで、標準  $K$ - $\varepsilon$  モデルから得られる渦粘性  $\nu_t$  を修正係数により直接補正する方法を検証した。この方法により、過大な運動エネルギー  $K$  や  $\nu_t$  の出現は避けられるようになることはわかった。しかしながら、移流効果等は考慮されず、 $\nu_t$  の修正があくまでも局所に留まることもあり、応用例として実施した翼の失速の解析においては、剥離域の大きさの抜本的改善や失速特性の予測精度の改善にはつながらなかった。剥離の場合、現象論的にはレイノルズ応力の非等方性や移流効果等がより重要になるので、局所的な  $\nu_t$  の大小だけで論じるのはアプローチ的に無理があったのではないと思われる。その一方で、 $\nu_t$  修正を局所的に行うがために、数値解析上の不安定性を引き起こした。

そこで、前報告<sup>(4)</sup>では、吉澤らにより新たに提案された特性時間スケールを組み込んだ 3 方程式モデル<sup>(5)</sup>を採用し、さらなる改善を試みた。吉澤らの 3 方程式モデルは、標準  $K$ - $\varepsilon$  モデルを発展させたこれまでの陽的代数型モデルと異なり、渦粘性  $\nu_t$  の方程式をレイノルズ応力方程式から直接導出するものである。その主たる動機として、A) 移流効果、拡散効果、上流条件などを

$\nu_t$  に直接取り込む、B) 統計的非定常性をレイノルズ応力に効率的に取り込む、等が挙げられ、これにより代数的乱流粘性近似では表現できない現象を捉えられる可能性がある。また、何らかの改良を行う場合にも、項の付加やその妥当性評価が容易であり、超音速混合層等にみられる圧縮性の効果を取り込むことも可能である。このモデルは、応力モデル等の 2 次モデリングの長所を部分的に取り入れつつ、陽的代数モデリングの枠内で改善を行ったものであるといえる<sup>(5)</sup>。前報では、この 3 方程式モデルを用いて、直円管内の旋回流や翼端渦の解析に適用することにより当該モデルの定性的特性について検討し、旋回が維持されること、数値的安定性も改善されることを明らかにした。ただ、直円管旋回流や翼端渦は、壁面があるために、壁面補正や入口条件の設定に困難が発生したという事実を踏まえ、今回は、壁面の影響のない旋回噴流の解析を行い、定量的な特性を調べることにした。

### 3. 3 方程式モデルの概要

渦粘性  $\nu_t$  に対するもつとも簡潔な方程式は、レイノルズ応力方程式において生成、消滅、拡散項のみを残すことにより

$$\frac{D\nu_t}{Dt} = C_{\nu p} K - C_{\nu \varepsilon} \frac{1}{\tau} \nu_t + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\nu} \right) \frac{\partial \nu_t}{\partial x_i} \right) \quad (1)$$

と得られる<sup>(5)</sup>。乱流量  $K$ 、 $\varepsilon$  は、標準  $K$ - $\varepsilon$  モデルで使われているものと同じ 2 方程式

$$\frac{DK}{Dt} = -R_{ij} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \left( \nu + \frac{\nu_{TE}}{\sigma_K} \right) \frac{\partial K}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{K} \left( -R_{ij} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{K} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \left( \nu + \frac{\nu_{TE}}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right)$$

を解くことにより決定される。モデル定数としては、

$$\sigma_K = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92$$

が一般にはよく使われるが、噴流等では別の定数系が使われることもある。また、壁面があれば、壁面等の補正が必要になる。

式(1)の  $\tau$  は乱流の特性時間であり、乱流モデリングでよく使われるのはエネルギーカスケード時間  $\tau_E = K/\varepsilon$  であるが、平均流に関連する代表的時間スケールとしてその他に、歪時間スケールと回転時間スケール、すなわち

$$\tau_S = 1/\sqrt{S_{ij}^2}, \quad \tau_\Omega = 1/\sqrt{\Omega_{ij}^2} \quad (3)$$

が考えられる。ここで、

$$S_{ij} = U_{j,i} + U_{i,j}, \quad \Omega_{ij} = U_{j,i} - U_{i,j}, \quad (4)$$

と定義される。さらに、渦構造変化に関する時間スケールとして文献(6)により

$$\tau_L = 1 / \sqrt{\left| \frac{D\Omega}{Dt} \right|} \quad (5)$$

が定義される。ここで、 $\Omega^2 = \Omega_{ij}^2/2$  に注意する。また、 $D\Omega/Dt = \partial\Omega/\partial t + U \cdot \nabla \Omega$  を意味する。

いま、実用上遭遇する複雑乱流に係る乱流の特性時間  $\tau$  としてここでは、 $\tau_E$ ,  $\tau_S$ ,  $\tau_\Omega$ ,  $\tau_L$  の4スケールを考える。さらには、 $\tau_S$ ,  $\tau_L$  の双方に依存する複合スケールとして、

$$\tau_{LE} = \left( \frac{\tau_L}{\tau_E} \right)^2 \tau_E \quad (6)$$

の形を考え、これらを、関係

$$\frac{1}{\tau^n} = \frac{1}{\tau_E^n} + C_S \frac{1}{\tau_S^n} + C_\Omega \frac{1}{\tau_\Omega^n} + C_{LE} \frac{1}{\tau_{LE}^n} \quad (7)$$

により統合する。ここで  $C_S$  等は正係数である。この段階では指数  $n$  として任意の正整数が可能であるが、弱い非平衡性に対する TSDIA の理論的結果との整合性よりここでは  $n=2$  を採用した<sup>(5)</sup>。その結果、統合された時間スケールは

$$\tau = \frac{K/\varepsilon}{\Gamma} \quad (8)$$

と表現される。時間スケール補正係数  $\Gamma$  は

$$\Gamma = \sqrt{1 + C_S \left( \frac{K}{\varepsilon} S_{ij} \right)^2 + C_\Omega \left( \frac{K}{\varepsilon} \Omega_{ij} \right)^2 + C_{LE} \left( \frac{K^2}{\varepsilon^2} \frac{D\Omega}{Dt} \right)^2} \quad (9)$$

と表される。この修正係数により、より速い運動の時間スケールの効果が優先的に取り込まれることになる。モデル定数は、

$$\begin{aligned} C_S &= 0.015, & C_\Omega &= 0.02 C_S, & C_{LE} &= 0.30 \\ C_{\nu p} &= 4/15, & C_{\nu \varepsilon} &= 3.5, & \sigma_\nu &= 3.0 \end{aligned} \quad (10)$$

が提案されている<sup>(9)</sup>。

ここでは、流れを解くソルバーとして、航空宇宙での応用を念頭に、一般的な圧縮性流れのもの<sup>(6)</sup>を用いた。3次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式を、空間方向は、MUSCL 補間で高次精度化した Roe のリーマン解法を用いて有限体積的に離散化し、時間方向は LUADI 法を用いて陰解法により定常解を求めた。また、式(9)においては、定常ということから  $D\Omega/Dt = U \cdot \nabla \Omega$  とおいた。さらに、数値的な安定性を高めるために、正值性の確保や非物理的な値を防止するリミッターを入れる等の工夫を施した。

#### 4. 旋回噴流への適用と考察

旋回噴流は、その拡散性に特徴があり、燃焼器等の工業機器に幅広く利用されている。Fig. 1 は、旋回円形噴流のスケッチを示す。また、Fig. 2 の写真は、旋回のない噴流(a)とある噴流(b)の拡散の違いを示すもの<sup>(7)</sup>である。

RANS による旋回噴流の解析には、従来、Richardson 数によるモデル定数へ補正を施した Leschziner ら<sup>(8)</sup>の事例、同じく flux Richardson 数を用いた補正による Chenoweth ら<sup>(9)</sup>の事例、応力モデルを用いた Gibson ら<sup>(10)</sup>の事例、代数応力モデルを用いた Kim ら<sup>(11)</sup>の事例などがある。Richardson 数を用いた補正では、旋回の影響を流線曲率の変化として取り込んでいる。最近では LES や DNS による解析事例<sup>(12,13)</sup>が多い。3方程式モデルは、時間スケールの導入により、過大な渦粘性による過度の拡散を避けるところに一つの特徴があるので、旋回噴流は厳しい条件となるが、前述のように壁がなく条件設定が容易ということで選択している。

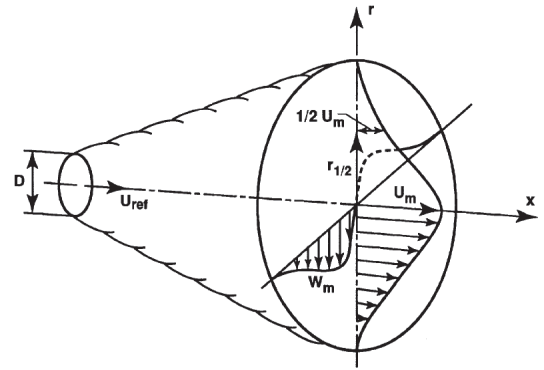


Fig. 1 Schematic view of a swirling round jet.

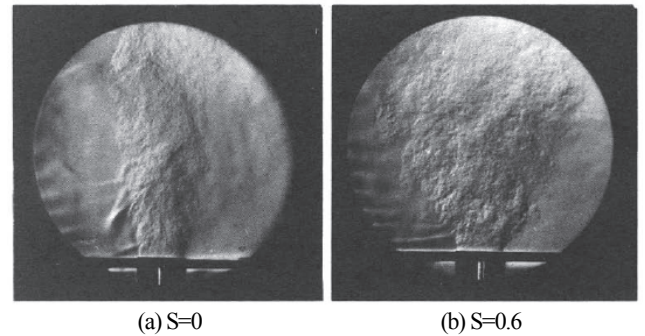


Fig. 2 Schlieren photographs of round jets with and without swirl.

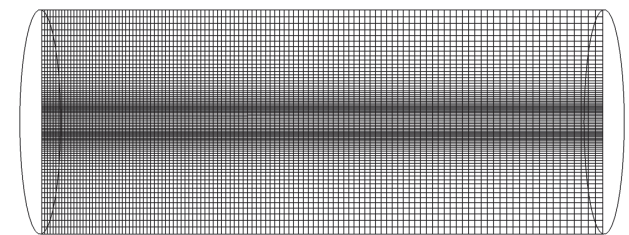


Fig. 3 Region of interest and the computational grid.

Fig. 3 に計算領域と用いた格子を示す。計算領域の大きさは、 $0 < x/D < 20, 0 < r/D < 4$  ( $D$  は噴流の直径) の円筒領域とし、噴流は、直径  $D$  の部分から一定速度  $U_\infty$  で一様に吹き出されるとした。格子には、121 (軸方向)  $\times$  41 (半径方向)  $\times$  41 (円周方向) の構造格子を用いた。

基本的なモデル特性を調べるために、まず、旋回のない円形噴流の解析を行った。ここでは、Gilchrist らの実験データ<sup>(14)</sup>と比較した。流入 (ノズル出口) 境界条件として、軸流速度一定とともに、 $K$ ,  $\varepsilon$  の値として

$$K = (0.05 U_\infty)^2, \quad \varepsilon = C_\mu^{3/4} K^{3/2} / 0.075 b_{m,0} \quad (11)$$

とした、ここに、 $b_{m,0}$  は、 $x=0$  での噴流の半値幅(=0.5D)である。

Fig. 4 は、軸方向の幾つかの断面位置における軸方向速度成分 (以下、流入中心速度で無次元化) を標準  $K$ - $\varepsilon$  の計算と実験とで比較したものである。各断面位置での最大速度はほぼ予測できているのがわかる。ただし、裾野部分の拡がりについては、実験に比べ必ずしも十分でない。

Fig. 5 は、下流方向における噴流の中心軸上の速度を解析と実験とで比較したものである。解析には、定数係数  $C_{s1}$ ,  $C_{s2}$  として、1.44 と 1.92 の組み合わせを用いた標準  $K$ - $\varepsilon$  モデル[SKE(S=0):1.44],

Chen<sup>(15)</sup>による 1.35 と 1.80 の組み合わせを用いた標準  $K-\epsilon$  モデル [SKE( $S=0$ ):1.35], さらに 3 方程式モデル[3EQ( $S=0$ )]の結果をプロットした。ただし, 3 方程式モデルにおいて, オリジナルの定数係数は渦粘性の過少による数値的な不安定が現れたため, 試行錯誤の結果,  $C_{ve}$  を 3.5 から 2.5 に変更した。図より, 実験と概ね一致する速度の減衰が再現できていることがわかる。

Fig. 6 は, 前報で示した低速 ( $M=0.3$ ) における平板境界層の解析結果を再掲したものである。ここで, BL は Baldwin-Lomax モデル, SKE は標準  $K-\epsilon$  モデル, 3EQ は 3 方程式モデルのそれぞれに対応する。ここでも, 3 方程式モデルは, 標準  $K-\epsilon$  モデルとほぼ同等の結果を与えており, 旋回等がない場合は, 3 方程式モデルは標準  $K-\epsilon$  モデルとほぼ同等の結果を与えるといえる。

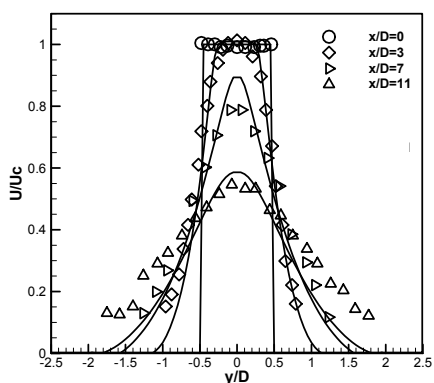


Fig. 4 Comparisons of normalized mean axial velocity profiles at several axial locations for a non-swirling jet.

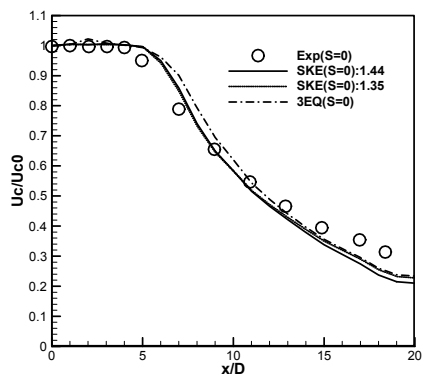


Fig. 5 Comparison of centerline velocity normalized by the velocity at the jet exit for the non-swirling ( $S=0$ ) case.

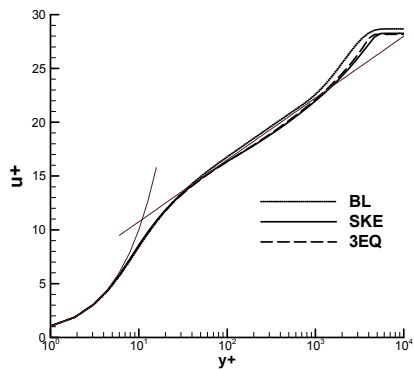


Fig. 6 Comparison of the velocity profiles for a turbulent flat plate boundary layer.

次に, 旋回噴流の場合であるが, 旋回の強さは, 以下で定義されるスワール数  $S$  によって規定される。

$$S = \frac{\int r^2 u_x u_\theta dr}{R \int r u_x^2 dr} \quad (12)$$

ただし,  $u_x, u_\theta$  は軸流速度成分, 旋回速度成分,  $R$  は噴流半径を表す。スワール数  $S$  が大きいほど旋回が強いことを意味し,  $S > 0.55$  では渦崩壊が起こると報告がある<sup>(13)</sup>。本研究は, 物理過程を追うのが目的ではないので, 渦崩壊が起きない程度のスワール数に設定した。ここでは, Gilchrist らの実験の Case5 ( $S=0.23$ , 強制渦)<sup>(14)</sup> に合わせて解析条件を設定し, 流入 (ノズル出口) 境界条件として, 実験の軸流成分, 旋回成分, 圧力分布を与えた。マッハ数は, 実験の流束 (60m/s 程度) に合わせて  $M=0.2$  とし, レイノルズ数は  $Re=10,000$  とした。

Fig. 7 は, 下流方向  $x$  断面 ( $x/D=0,3,7,11$ ) における軸流速度成分の分布を示す。準  $K-\epsilon$  モデル[SKE]及び 3 方程式モデル[3EQ]ともに, 実験と同程度の減衰を示している。ただし, 下流に行くほど, 裾野部分の実験と計算との差が大きくなっているのがわかる。

Fig. 7 は, 下流方向  $x$  断面 ( $x/D=0,2,3,4,5$ ) における旋回速度成分の分布を示す。軸流成分と同様に, 標準  $K-\epsilon$  モデル[SKE]及び 3 方程式モデル[3EQ]ともに, 実験と同程度の減衰を示している。標準  $K-\epsilon$  モデルの 3 方程式モデルに違いを強いていえば, 旋回成分の角が鋭くなる傾向があることであろうか。これは, 渦粘性が小さくなることによる効果と思われる。

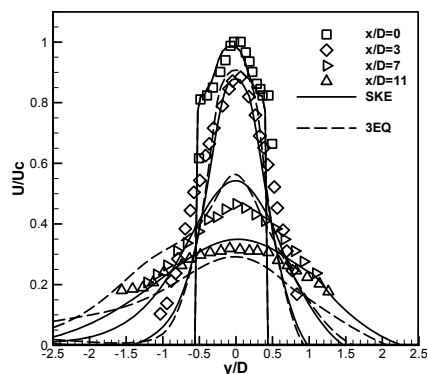


Fig. 7 Comparison of the swirling components of the velocity vectors at some specified streamwise sections for a swirling jet.

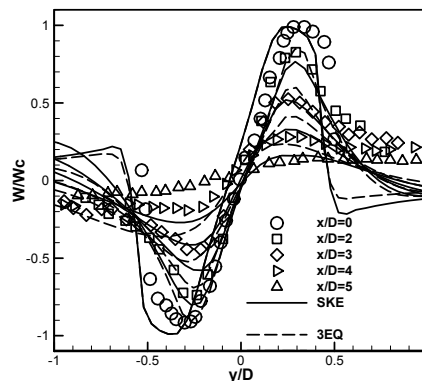


Fig. 8 Comparison of the swirling components of the velocity vectors at some specified streamwise sections for a swirling jet.

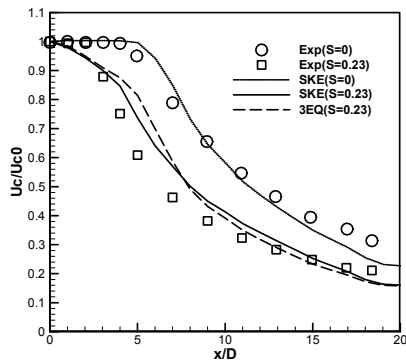


Fig. 9 Comparison of centerline velocity normalized by the velocity at the jet exit for the swirling ( $S=0.23$ ) case.

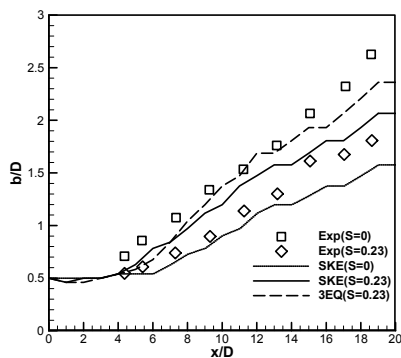


Fig. 10 Comparison of the jet velocity half-width for the swirling ( $S=0.23$ ) case.

Fig. 9 は、下流方向における噴流の中心軸上の速度を解析と実験とで比較したものである。なお、参考のために、旋回がない場合の実験値と標準  $K-\epsilon$  モデル[SKE]の結果をプロットした。旋回のある場合、標準  $K-\epsilon$  モデル[SKE]及び 3 方程式モデル[3EQ]は、減衰傾向に若干の違いがみられるものの、概ね実験の傾向を追随しているのがわかる。

Fig. 10 は、下流方向における半値幅を解析と実験とで比較したものである。旋回のある場合、標準  $K-\epsilon$  モデル[SKE]及び 3 方程式モデル[3EQ]ともに実験に比べ、下流に行くほど実験値との差が大きくなっている。

以上より、3 方程式モデルは、旋回噴流において、標準  $K-\epsilon$  モデルと同程度の予測精度を与えることがわかった。また、実験値との定量的な一致もまずまずのものが得られた。前述のように、従来の研究では、標準  $K-\epsilon$  モデルでは正確な予測は無理で、係数の補正とか非線形の導入が必要とされていたのに対し、本研究では比較的实验と良く合っている結果になったのは、スワール数が  $S=0.23$  と比較的小さいことが理由として考えられる。また、限られた条件での比較なので、より一般的な結論を導くにはもう少しパラメータを振った解析が必要と思われる。

## 5. まとめ

本報告では、吉澤らにより新たに提案された 3 方程式モデルを、旋回噴流の解析に適用し、有効性を定量的に検証し、妥当性や課題等を抽出した。スワール数  $S=0.23$  の実験との比較では、3 方程式モデルは、標準  $K-\epsilon$  モデルと同程度の結果を与えることがわかった。今後の課題として、さらなる定数のチューニング、事例をさらに重ねることが挙げられる。

## 参考文献

- (1) Spalart, P. R., and Allmaras, S. R., "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows," AIAA Paper 92-0439, 1992
- (2) Menter, F., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA Journal* **32**, 1994, 1598-1605.
- (3) 松尾, 阿部, 吉澤: 航空宇宙の剥離流への時間スケールに着目した乱流モデルの適用, 第 42 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2010, 2010, 1B10.
- (4) 松尾, 阿部, 吉澤: 時間スケールに着目した 3 方程式レイノルズ平均モデルの航空宇宙実用流れへの適用, 日本流体力学会年会 2011, 2011, 2E34.
- (5) Yoshizawa, A., Abe, H., Matsuo, Y., Fujiwara, H. and Mizobuchi, Y., "TA Reynolds-averaged turbulence modeling approach using three transport equations for the turbulent viscosity, kinetic energy, and dissipation rate," *Physics of Fluids* **24**, 2012, 075109.
- (6) Matsuo, Y. "Computations of Three-Dimensional Viscous Flows in Turbomachinery Cascades," AIAA Paper 91-2237, 1991.
- (7) Park, S. H. and Shin, H. D., "Measurements of entrainment characteristics of swirling jets," *International Journal of Heat and Mass Transfer* **36**, 1993, 4009-4018.
- (8) Lechziner, M. A. and Rodi, W., "Computation of Strongly Swirling Axisymmetric Free Jets," *AIAA Journal* **22**, 1984, 1742-1747.
- (9) Chenoweth, J. D., York, B. and Hosangadi, A., "Modification of the Standard  $K-\epsilon$  Model For Swirling Flows," AIAA Paper 2007-5755, 2007.
- (10) Gibson, M. M. and Younis, B. A., "Calculation of swirling jets with a Reynolds stress closure," *Physics of Fluids* **29**, 1986, 38-48.
- (11) Kim, K. Y. and Chung, M. K., "Calculation of a strongly swirling turbulent round jet with recirculation by an algebraic stress model," *International Journal of Heat and Fluid Flow* **9**, 1988, 62-68.
- (12) Gopalan, H., Zementsop, C. P., Heinz, S., and Stoellinger, M. K., "Investigation of Vortex Breakdown and Scalar Mixing in Swirling Turbulent Jet Flows using Unified LES-RANS Models," AIAA Paper 2011-768, 2011.
- (13) Ruith, M. R., Chen, P., Meiburg, E., and Maxworthy, T., "Three-dimensional vortex breakdown in swirling jets and wakes: direct numerical simulation," *Journal of Fluid Mechanics* **486**, 2003, 331-378.
- (14) Gilchrist, R. T. and Naughton, J. W., "Experimental Study of Incompressible Jets with Different Initial Swirl Distributions: Mean Results," *AIAA Journal* **43**, 2005, 741-751.
- (15) Chien, K.-Y., "Predictions of Channel and Boundary Layer Flows with a Low-Reynolds-Number Turbulence Model," *AIAA Journal* **20**, 1982, 33-38.