

# 重合格子を用いた翼列流れの LES

## Large Eddy Simulation of Cascade Flows by Overset Mesh Method

- 立石 敦, 東大, 文京区本郷 7-3-1, E-mail: tateishi@aero.t.u-tokyo.ac.jp  
 渡辺 紀徳, 東大, 文京区本郷 7-3-1, E-mail: watanabe@aero.t.u-tokyo.ac.jp  
 姫野 武洋, 東大, 文京区本郷 7-3-1, E-mail: himeno@aero.t.u-tokyo.ac.jp  
 Atsushi Tateishi, The University of Tokyo, Hongo 7-3-1, Bunkyo-ku, Tokyo, Japan  
 Toshinori Watanabe, The University of Tokyo, Hongo 7-3-1, Bunkyo-ku, Tokyo, Japan  
 Takehiro Himeno, The University of Tokyo, Hongo 7-3-1, Bunkyo-ku, Tokyo, Japan

This paper presents validation and application of an in-house compressible Large-Eddy Simulation (LES) code, which has been developed for compressible turbulent flow simulation for transonic fans in aeroengines. Overset mesh framework is employed for handling internal turbulent flow field of highly staggered cascade configuration. The discretization is conducted by high-order optimized central finite difference schemes, where shock capturing is handled by adding artificial bulk viscosity. In addition, a new interpolation technique by radial basis function is specially developed for the reduction of numerical error introduced by data interpolation between meshes. After validating the LES code by fundamental turbulent flows, applications for cascade flow of turbines and compressors are presented. Although the numerical results are very promising for well-defined test cases, further development will be needed for dealing with flow conditions in realistic turbomachines such as inflow turbulence and high Reynolds number.

### 1. 緒言

極限的な軽量化と高性能の両立が要求される航空用エンジンファンの開発においては、すべての作動条件で異常な翼振動を起こさないよう空力・構造・振動を同時に評価し進めるコンカレント設計が主流となっている。振動解析においても実現象を高い精度で予測する手法が求められているが、著者らが過去に実施した、ファンブレードで生じる「失速フラッター」と呼ばれる自励振動の解析では、フラッターの発生範囲が試験よりも大きく算出され、さらなる精度向上が必要とされた<sup>(1)</sup>。

航空用エンジンのファンブレードは翼相対流入マッハ数が超音速の条件で設計されるため、翼厚さが薄く、前縁の鋭い翼型が使用される。このような翼列が失速フラッターの発生点付近で作動する場合、翼列への相対流入角が大きく、また相対流入マッハ数が音速に近い条件となる。翼振動解析に用いた流体解析結果を詳細に観察した結果、鋭い前縁をもつファン翼の前縁における、亜音速流れ特有の「前縁剥離」現象と、負圧面前縁が超音速付着流となり下流に強い衝撃波と剥離が生じる「遷音速流」の切り替わり過程が、乱流モデルによる解析でうまく捉えられていない可能性があることが、上記 mismatches の原因であることが考察された。

そこで本研究では、鋭い前縁をもつ航空用エンジンファン翼列が失速点付近で作動する条件において、亜音速・前縁剥離流れと剥離・衝撃波を伴う遷音速流れの切り替わり過程にみられる流体現象を、Large Eddy Simulation (LES) によって明らかにすることを目的とする。本発表では、これまで著者らが構築してきた重合格子 LES コードの特徴と応用について紹介する。

### 2. 基礎方程式と数値解法

基礎方程式は以下に示す、密度加重平均フィルタの施された圧縮性 Navier-Stokes 方程式である。

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{v}}) = \nabla \cdot (\alpha \nabla \bar{\rho}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\mathbf{v}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{v}} \otimes \tilde{\mathbf{v}} + \bar{p}) = \nabla \cdot (\bar{\boldsymbol{\tau}} + \boldsymbol{\tau}_{SGS}) \quad (2)$$

$$+ \nabla \cdot [\tilde{\mathbf{v}} \otimes (\alpha \nabla \bar{\rho}) + (\beta \nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}) \mathbf{I}]$$

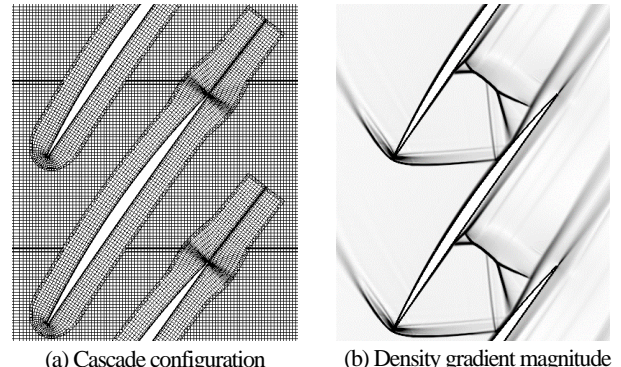


Fig.1. Examples of numerical setup and result by overset mesh

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{e}_t}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{h}_t \tilde{\mathbf{v}}) = \nabla \cdot (\bar{\boldsymbol{\tau}} \tilde{\mathbf{v}} - \bar{q} - \mathbf{q}_{SGS}) \quad (3)$$

$$+ \nabla \cdot \left[ \frac{\tilde{v}^2}{2} \alpha \nabla \bar{\rho} + (\beta \nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}) \tilde{\mathbf{v}} \right]$$

$$\tilde{e}_t = \tilde{e} + \frac{\tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\mathbf{v}}}{2} + k_{SGS}, \quad \tilde{h}_t = \tilde{h} + \frac{\tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\mathbf{v}}}{2} + k_{SGS} \quad (4)$$

$$k_{SGS} = \frac{\tilde{v} \tilde{v} - \tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\mathbf{v}}}{2}, \quad \boldsymbol{\tau}_{SGS} = -\bar{\rho} (\tilde{\mathbf{v}} \otimes \tilde{\mathbf{v}} - \tilde{\mathbf{v}} \otimes \tilde{\mathbf{v}}), \quad (5)$$

$$\mathbf{q}_{SGS} = \bar{\rho} (\tilde{h} \tilde{\mathbf{v}} - \tilde{h} \tilde{\mathbf{v}}) + \bar{\rho} \frac{\tilde{v} \tilde{v} - \tilde{v} \tilde{v}}{2}$$

これらを一般曲線座標系上で Cell-center 型の有限差分法により離散化する。内挿、差分は非粘性項に Lele の三重対角型コンパクトスキーム<sup>(2)</sup>、粘性項に陽的中心内挿・差分スキームをそれぞれ用いて計算しており、形式的に 4 次精度を保ちつつ高波数領域の分散誤差を減らすように係数を調整している。時間進行は二次精度の三点後退差分であり、ADI 法による陰解法を 3 回の内部反復と組み合わせて用いる。また、格子点一点おきの振動により生じる計算不安定を防ぐため、Visbal and Gaitonde の 8 次精度三重対角ローパスフィルタ<sup>(3)</sup> (フィルタ係数 0.495) を毎時間ステップ終了後に適用する。

添字 SGS の付く項はフィルタ操作により現れる項であり、Sub-

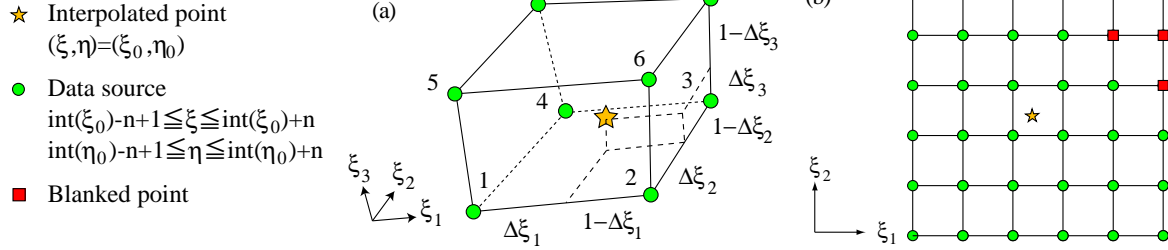


Fig. 2. Schematics of interpolation methods.  $N$ : total number of source points,  $n$ : the width of stencil. (a) trilinear (3D,  $n=1$ ,  $N=8$ ), (b) radial basis function (RBF,  $n=3$ , 2D:  $N=6^2$ , 3D:  $N=6^3$ ). All 8 points should be active in trilinear interpolation, while blank cells are acceptable for RBF interpolation.

Grid Scale (SGS) モデルによるモデル化が必要である。本コードでは、前述のローパスフィルタ操作が SGS モデルの役割を担うと期待し、SGS モデルは用いない (Implicit LES)。なお、作動流体は熱的に完全な理想ガスの空気とする。

さらに、強い衝撃波が生じる流れ場を数値粘性のない中心差分スキームで安定に解析するため、Localized Artificial Diffusivity (LAD) と呼ばれる人工粘性項を右辺に導入する。衝撃波捕獲項として Kawai and Lele の提案する体積粘性項<sup>4)</sup>を、また接触面捕獲項として Terashima らにより提案された密度拡散項<sup>5)</sup>をそれぞれ用いており、これらの拡散係数は、強い圧縮部や密度不連続の存在する部分にのみ作用するように設計されている。

境界での擾乱の反射を抑制し準定常状態への収束を早めるため、流入・流出境界条件として、Poinsot and Lele により提案された、特性境界条件に基づく無反射境界条件<sup>6)</sup>を用いる。その際、完全な無反射条件とするのではなく、流入境界ではエントロピ、全温度、流れ角が、また流出境界では静圧が弱く固定されている。

本研究では、翼スタガ角の大きい翼列に対して、複数の構造格子をパッチワーク的に接続して流れ場を解析する、重合格子手法を採用する。重合格子に着目した主な理由は以下である。

- ・ 格子幅が均一で直交性の良い物体適合格子を生成できる。
- ・ LES で重要な、壁面、一樣乱れ、翼後流部分の格子幅設定が容易である。

Fig. 1 に、重合格子による翼列流れ解析の一例を示す。Fig. 1 (a) の解析領域は、翼周りの物体適合格子と背景格子から構成され、これらは流れ場の情報を互いに内挿しあうことで接続されている。Fig. 1 (b) は超音速流入となる翼列流れの解析結果であり、前縁で生じる弧状衝撃波、翼間に生じる衝撃波、剥離領域付近のλ型衝撃波などがはっきりと解像されていることがわかる。

### 3. 重合格子における内装誤差の低減

#### 3. 1. Radial Basis Function による内挿の応用

重合格子を用いた LES で重要となるのが、格子間の内挿によって生じる誤差の低減である。本研究では解像度の高いスキームを用いていることから、内挿の誤差が十分小さくないと内点スキームの性能を十分生かすことができない。格子間の内挿には通常簡便な Trilinear 内挿が用いられるが、予備的な解析により Trilinear 内挿では多大な数値誤差が発生することが判明した。したがって、誤差を低減するため Radial Basis Function (RBF) を用いた新たな内挿手法を考案した。

RBF に着目した理由は、データ点の部分的な削除が可能な運用の自由さである。重合格子の計算では、重なり領域において使用しないセルを無効化 (ブランク) するため、無効化した点を有効な点の計算に使用しないように差分・内挿・陰解法を構築する必要がある。RBF を用いれば、重合格子生成時に無効化されたセルがデータ点の探索範囲に多少あっても内挿操作を行える。一方、高次のラグランジュ補間では、各座標方向に決まった点数の

補間点が必要になるため、このようなロバストさはない。

Fig. 2 に、RBF 補間を Trilinear 補間と比較した模式図を示す。Trilinear 補間は内挿点を囲む 8 点を用いた線形補間の一種であり、2 次精度となる。いっぽう、今回構築した RBF 補間は、各座標方向に 6 次精度ラグランジュ補間と同一のステンシル幅となる最大 6 点を考慮し、内挿を受ける点からの  $L^\infty$  距離が 3 以内となる点を用いることで、内挿誤差の低減を図る。

関数  $f$  の内挿は、二点間の距離のみの関数  $\phi(\xi, \xi_i)$  の重み  $w$  による線形結合として、一般に Eq. (6) のように書ける。本研究では基底関数には Eq. (7) で表される正規分布を用い、そのパラメータ  $\varepsilon$  は  $\varepsilon=0.05$  とした。ここで、流体解析ではしばしば非常にアスペクト比の大きい格子が現れるため、RBF における「距離」の評価には物理空間中の距離ではなく、計算空間中の距離によって二点間の距離を評価する。 $N$  は内挿に用いられる点の個数で、用いるデータ点の最大個数は 3 次元の場合に  $N=6^3=216$  (多次元の 6 次精度ラグランジュ補間と同一) となる。

$$f(\xi) = \sum_{i=1}^N \phi(\xi, \xi_i) w_i = \phi(\xi)^T \mathbf{w} \quad (6)$$

$$\phi(\xi, \xi_i) = e^{-\varepsilon|\xi - \xi_i|^2} \quad (7)$$

RBF の線形結合で近似された関数  $f$  が、 $N$  個の内挿データ点全てと値が一致する時、重み係数ベクトル  $\mathbf{w}$  を求める連立一次方程式は Eq. (8) のように得られる。これを解くことで、点  $\xi_0$  まわりの内挿は Eq. (9) のかたちで求めることができる。ここに、 $\phi(\xi_0)^T \Phi^{-1}$  は重み係数ベクトル、 $\mathbf{f}$  は全データ点の値からなるベクトルである。

$$\phi(\xi_i, \xi_j) w_j = f(\xi_i) \text{ for } i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

$$\Leftrightarrow \Phi \mathbf{w} = \mathbf{f} \\ f(\xi_0) = \phi(\xi_0)^T \Phi^{-1} \mathbf{f} \quad (9)$$

重み係数は格子と内挿位置によってのみ決まるため、前処理として計算前にこれらを求め、外部データとして保存すればよい。

#### 3. 2. 渦移流問題を用いた内挿手法の評価

RBF 内挿による誤差の低減効果を確認するため、渦の移流問題を用いた評価を行った。Fig. 3 に、渦移流問題の模式図と格子を示す。単一の渦が一樣流中に置かれ、3 方向を周期境界で接続された計算領域 (一辺の長さ  $L=20$ ) を移流する。初期条件は Eq. (10) で与えられ、一樣流マッハ数  $M_0$ 、スワール強さ  $\varepsilon_0$ 、渦のサイズ  $R_0$  はそれぞれ 0.5, 0.5, 4/3 である。

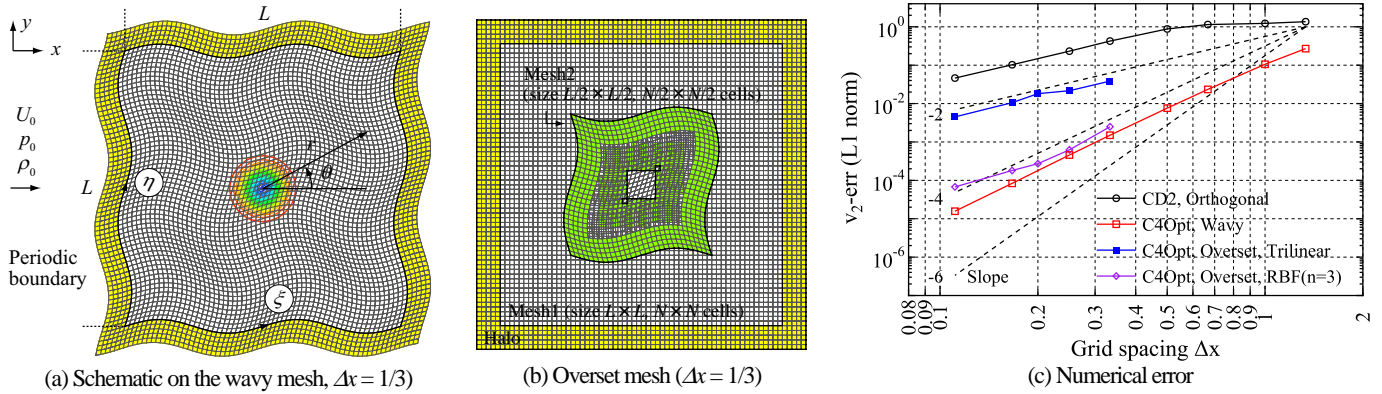


Fig. 3. Schematic and numerical error in the vortex advection test case

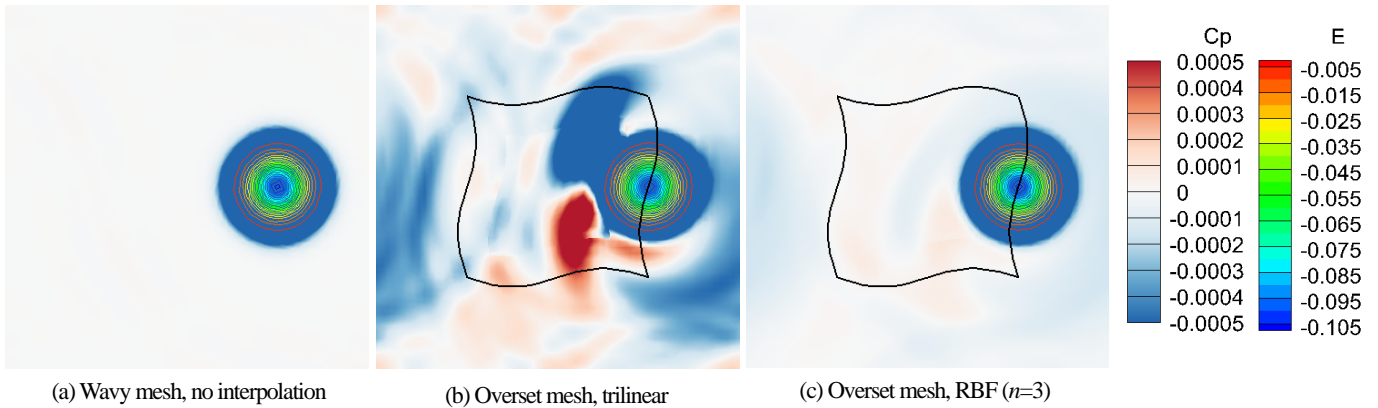


Fig. 4. Behavior of numerical error around the overset boundary (pressure coefficient and entropy,  $\Delta x = 1/3$ )

$$v_1 = V_0 - V_r \exp\left(\frac{r^2}{2R_0^2}\right) \frac{y}{r}, \quad v_2 = V_r \exp\left(\frac{r^2}{2R_0^2}\right) \frac{x}{r},$$

$$p = p_0 - \frac{\rho_0 V_r^2}{2} \exp\left(\frac{r^2}{R_0^2}\right), \quad V_0 = M_0 \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}}, \quad V_r = \varepsilon V_0 \quad (10)$$

渦が解析領域を一周した際の初期条件からの変化を、格子幅に対して調べることで誤差の大きさを評価する。比較のため、Fig. 3 (a) のような波状の連続な格子と、Fig. 3 (b) に示す重合格子を用意した。また、一般的な2次精度中心差分スキームも用いた。

Fig. 3 (c) に、y 方向速度の誤差の L1 ノルムを示す。波状格子上の4次精度最適化スキームの結果は、格子幅の4乗に比例して誤差が単調に減少している。一方重合格子を用いた場合には Trilinear 内挿を用いると誤差が急増するが、RBF 内挿を用いると連続な格子の場合とほとんど同様のオーダーの誤差に落ち着いている。

Fig. 4 に、渦が重合格子部分を通る際に生じる誤差を、瞬時の圧力場 (圧力係数) により示す。Trilinear 補間では格子の境界から非常に大きな圧力波が生じてしまうが、RBF 補間ではそれが大きく抑制されている。

以上のことから、高解像度スキームを用いた重合格子の解析では、内点スキームの性能を十分活かすために、誤差の小さい内挿手法を選択することが非常に重要であるといえる。

#### 4. 基礎的な乱流場に対する検証

本コードが基礎的な乱流現象を正しく捉えられることを確認するために、Wray の DNS データ<sup>7)</sup>を参照した一様等方性乱流の減衰過程の計算と、チャンネル乱流 ( $Re_\tau = 590$ )<sup>8)</sup>を実施した。

##### 4. 1. 一様等方性乱流

Wray は、 $512^3$  の格子を用い、非圧縮性流体について減衰する一様等方性乱流の DNS を行い、結果をデータベースとして公開して

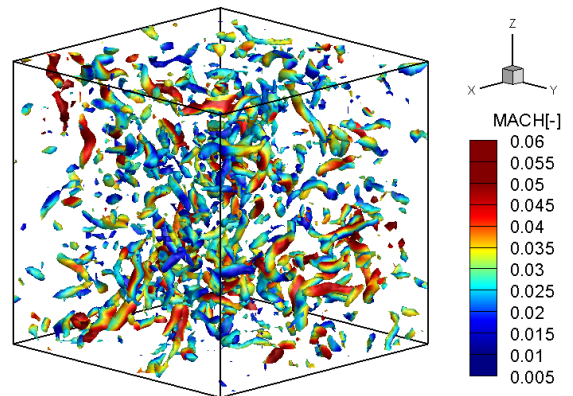


Fig. 5. Vortical structure in homogeneous isotropic turbulence

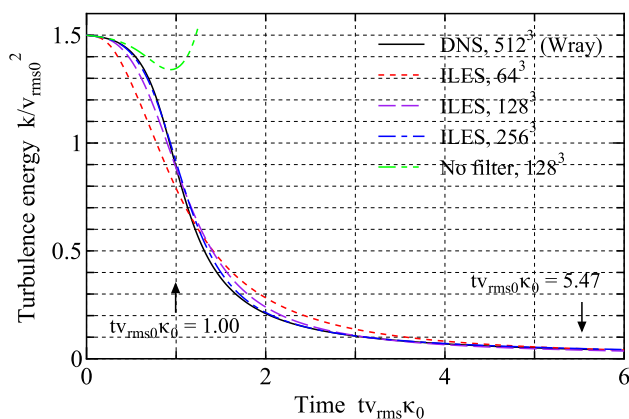
いる。このデータベースにおいて、テイラー長スケールに対するレイノルズ数は、計算初期に 950、公開データは 58~104 である。

初期条件は乱流マッハ数  $M_t = v_{rms0}/C_s = 0.1$  とし、発散なしの条件を満たすよう、速度分布を波数領域でランダムに生成した。その際、三次元エネルギースペクトルが Eq. (11) の形を満たすようにしている。ここに、基本波数  $\kappa_0 = 2\pi/L$  である。なお、初期密度は一定とし、初期圧力の空間変動成分を、圧力のポアソン方程式 Eq. (12) を波数領域で解いて与えた。DNS データへの収束を確認するため、 $64^3$ ,  $128^3$ ,  $256^3$  の三種類の格子を用意した。

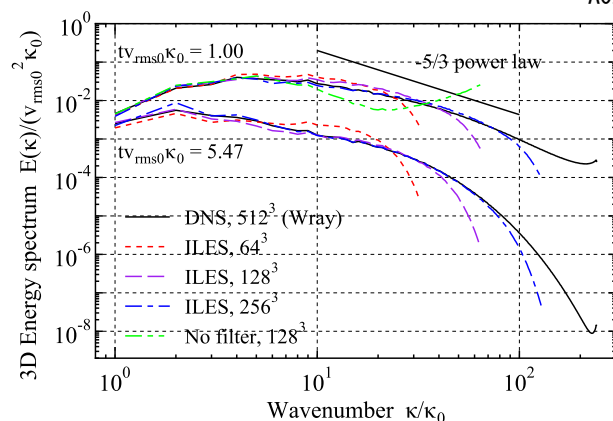
$$E(\kappa) \propto \kappa^4 \exp\left[-2\left(\frac{\kappa}{\kappa_p}\right)^2\right], \quad \kappa_p = 6\kappa_0 \quad (11)$$

$$\nabla^2 p = -\rho(\partial_j v_i)(\partial_i v_j) \quad (12)$$





(a) Decay history of turbulence kinetic energy



(b) 3D energy spectra for two instantaneous time

Fig. 6 Behavior of kinetic energy in the decaying homogeneous isotropic turbulence

Table 1. Test cases for channel flow study

Case	$N_x$	$N_y$	$N_z$	$\Delta x^+$	$\Delta z^+$
1	64	82	64	57.9	28.9
2	96	82	96	38.6	19.3
3	128	82	128	29.0	14.5
4	190	82	190	19.5	9.8

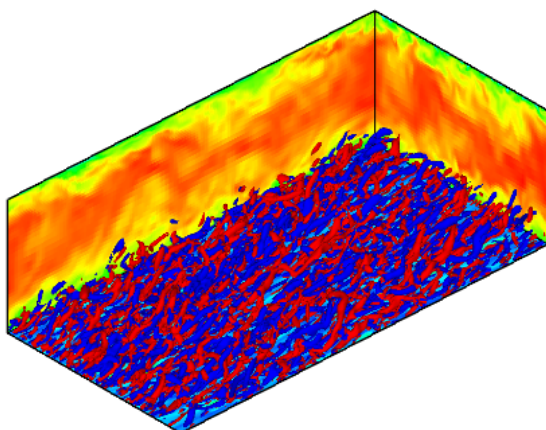
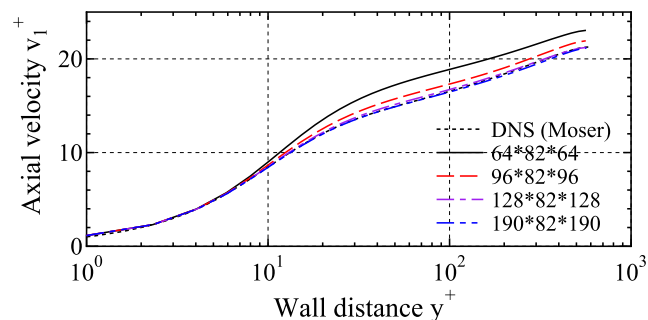
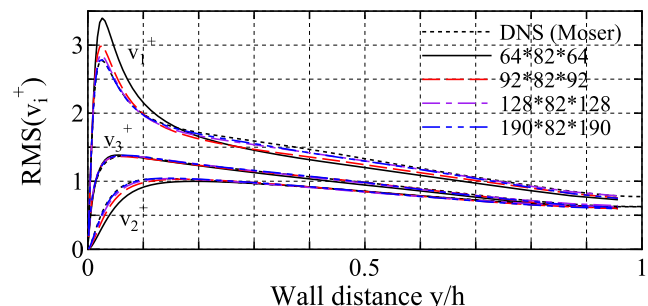


Fig. 7 Instantaneous Mach number and vortex structure near the wall. Result from case 4 is shown here.



(a) Wall-normal distributions of axial velocity



(b) Wall-normal distributions of velocity fluctuation

Fig. 8. Comparison of velocity distributions with DNS data

Fig. 5 に、瞬時の渦構造分布を Q 値の等値面として示す。計算開始時からある程度経つと、このように芋虫のような乱流構造が現れ、次第に減衰していく。

Fig. 6 に、解析開始時からの運動エネルギーの減衰履歴と、瞬時におけるエネルギースペクトル分布を示す。格子を細かくするとともに減衰履歴、エネルギースペクトルともに DNS の結果に近いことがわかる。また、フィルタを用いない計算 (No filter) は運動エネルギーが適切に減衰せず、計算が発散してしまっていることから、本解析コードではローパスフィルタは必須である。

以上より、構築された解析コードが基本的な乱流減衰挙動を正しく再現することが確認できた。

#### 4. 2. チャネル乱流

続いて、壁乱流に対する検証としてチャネル乱流 (チャネル半幅と摩擦速度に基づくレイノルズ数  $Re_\tau = 590$ ) を対象とし、検証した。参照データには Moser らによる DNS 結果<sup>8)</sup>である。

計算領域は、流れ方向 (x)、壁垂直方向 (y)、幅方向 (z) にそれぞれ  $2\pi h \times 2h \times \pi h$  の広さを持ち、流れ方向・スパン方向を周

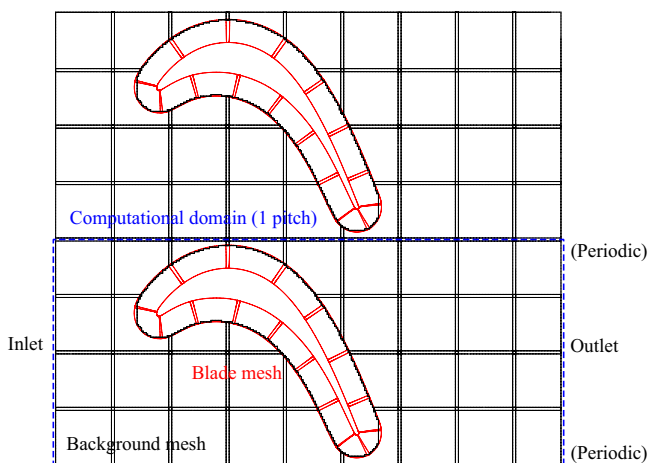


Fig. 9. Computational setup of T106C cascade (grid 1)

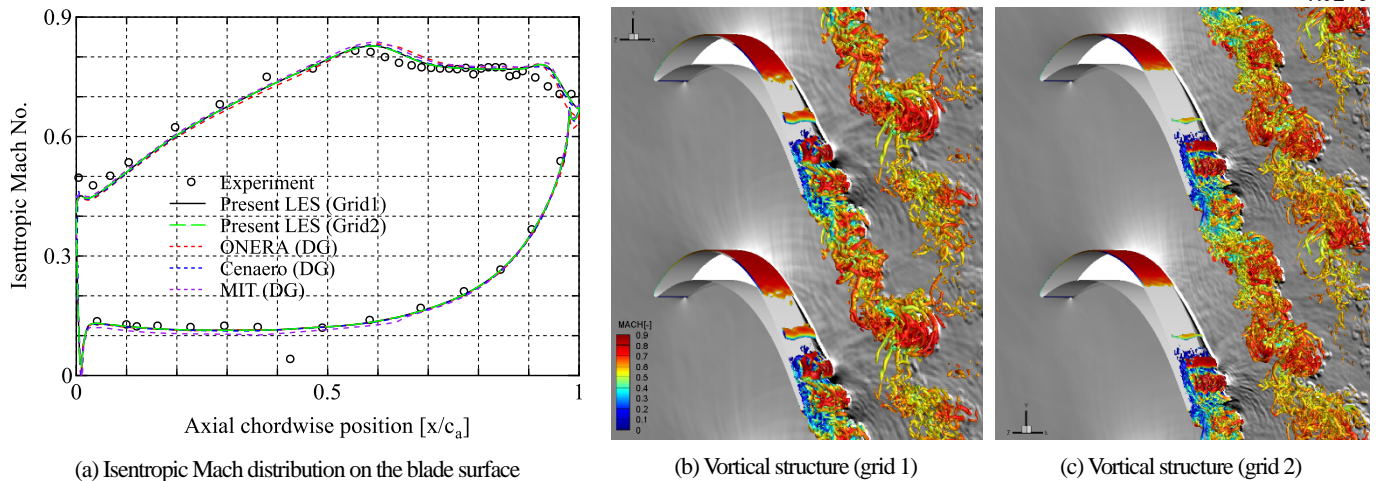


Fig. 10. Mesh study of T106C cascade

期境界条件で接続した。ここで、 $h$  はチャンネル半幅である。解析は、Table 1 に示す 4 種類の格子について行い、本コードで適切に壁乱流が捉えられる格子幅を調べる。

壁面摩擦速度に釣り合う体積力をかけて流れを駆動し、十分な統計平均時間が経過したのち、壁垂直方向の速度分布を参照データと比較した。Fig. 7 は、もっとも格子が細かい Case 4 の瞬時流れ場の可視化であり、壁面付近の微細な渦構造が捉えられている。

Fig. 8 に、チャンネル乱流の時間平均流速とその root mean square を示している。一様等方性乱流のときと同様に、どちらも格子を細かくすると DNS に近づいていくことがわかる。本コードでは、格子幅が Case 3 の格子 ( $\Delta x^+ = 30, \Delta z^+ = 15$ ) であれば、対数則の高さや壁付近の流れ方向速度変動のピークが収束し、壁乱流の解析精度が十分あることがわかった。なお、Case 2 ( $\Delta x^+ = 39, \Delta z^+ = 19$ ) では解像度が不足している。

## 5. 翼列流れ解析への応用

このように構築・検証されたコードを用いて、これまで著者らが行ってきた翼列流れ場の解析例を紹介する。

### 5. 1. T106C 高負荷低圧タービン翼列

まず初めに、International Workshop of High-Order CFD Methods (HOCFD)<sup>9)</sup>にて継続的に取りあげられ、確かな境界条件のもとで他者の解析結果が比較公開されている翼列流れのテストケースである、T106C 低圧タービン翼列の LES 解析例を示す。

航空エンジンの低圧タービンは、巡航時にレイノルズ数が  $5 \times 10^4$  程度まで低下するため、流れ場は一様乱れや動静翼列干渉の影響を強く受け、層流剥離が生じた際には大きな全圧損失が生じることが知られている。T106C テストケースはそのような流れ場を対象として、Von Karman Institute で行われた閉ループ式の変圧翼列風洞で取得された翼列風洞試験<sup>10)</sup>に基づいている。翼列はピッチの翼弦長さに対する比が 0.95 と比較的大きく、高負荷な翼列となっている。低レイノルズ数、低乱れ度の条件では、後縁付近に層流剥離泡が生じ、乱流遷移して再付着する流れ場となる。

T106C の翼列作動条件は、流入角 32.7deg、流出等エントロピマッハ数 0.65、タービン出口流速と翼弦長に基づくレイノルズ数 80,000 である。入口乱れを導入しないときの乱れ度は  $Tu = 0.9\%$  と小さいことから、本テストケースにおいては無視されている。

Fig. 9 に、解析に用いた格子の概要図を示す。解析領域は、物体適合格子で構成された翼格子と、等間隔の背景格子からなる。格子は、は乱流境界層が捉えられる程度の格子幅で作成した Grid 1 (翼格子: 流れ方向  $\Delta x^+ = 30$ , Span 方向  $\Delta z^+ = 15$ , 総格子数 4.5M), より

Chord length	$c = 127.4\text{mm}$
Solidity	0.835
Setting angle	16.3deg
Inflow angle	38.3deg
Reynolds No.	210,000
Upstream Mach No.	0.073

細かい Grid 2 (翼格子: 流れ方向  $\Delta x^+ = 20$ , Span 方向  $\Delta z^+ = 10$ , 総格子数 14.0M) の二種類を用意した。なお、壁面垂直方向の最小格子幅はともに  $\Delta y^+ = 0.9$  ほどであり、背景格子は、流れ方向の格子幅で等間隔に生成している。Span 方向には翼弦長の 20% の解析領域を用意し、ピッチ方向、Span 方向ともに周期境界条件で接続する。

Fig. 10 に、得られた結果を示す。まず、Fig. 10(a) は時間平均流れ場の翼面上等エントロピマッハ数分布であり、Grid1, Grid2 どちらの格子でもほとんど同一のマッハ数分布が得られている。さらに、HOCFD5 における、ONERA (Office National d'Études et de Recherches Aéronautiques), Cenaero, MIT (Massachusetts Institute of Technology) の各研究グループの Discontinuous Galerkin 法による解析結果とも良好な一致を見せていることから、与えられた境界条件に対して適切な解析が行えていると考えられる。特に負圧面のフラットな分布と急峻な速度低下は、層流剥離泡の発生と崩壊・再付着に対応するが、ここを含めて良好に一致している。

Fig. 10 (b), (c) に、2 種類の格子に対する瞬時流れ場の可視化を示す。なお、瞬時流れ場は  $Q$  値の等値面を局所マッハ数で色付けしており、背景にはピッチ方向の密度勾配をプロットしている。格子幅の粗い Grid 1 よりも Grid 2 のほうがより微細な渦まで解像できているが、おおまかな流れのパターンはほぼ同一である。

以上より、境界条件が明確に定義された翼列流れの LES 解析については、他研究者の解析結果と比較しても遜色ない結果が得られ、本コードが翼列流れの LES を正しく行えることが示された。

### 5. 2. NASA Stator 67B 高負荷ファン静翼列

T106C と同様に層流剥離泡が生じる翼列流れとして、米国 Naval Postgraduate School で Hobson<sup>11)</sup>, Schnorenberg<sup>12)</sup> によって行われた実施された NASA Stator67B の翼列風洞試験を取り上げた。この翼列は NASA Stage67 と呼ばれる遷音速ファンの静翼の、拡散制御翼による改良設計版であり、Hobson らの実験では翼列ピッチを設計よりも広げて高負荷な状態が実現されるようにしている。レイノルズ数が低い作動状態 ( $Re = 210,000$ ) では、負圧面上に層流剥離泡が形成される流れ場となる。

実験では静圧孔計測や流れ場の可視化のほか、レーザードップ

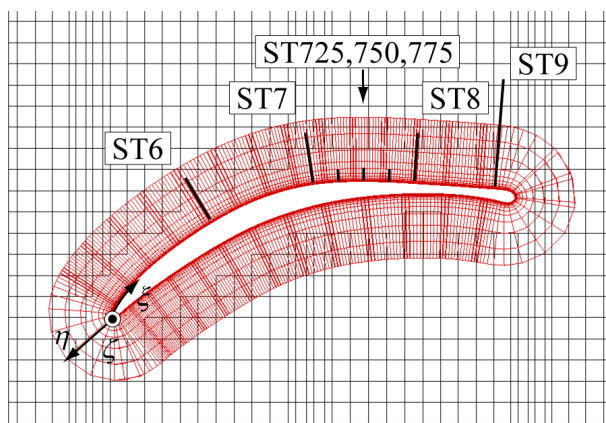


Fig. 11. CFD mesh and boundary layer stations. Every 5 lines are shown.

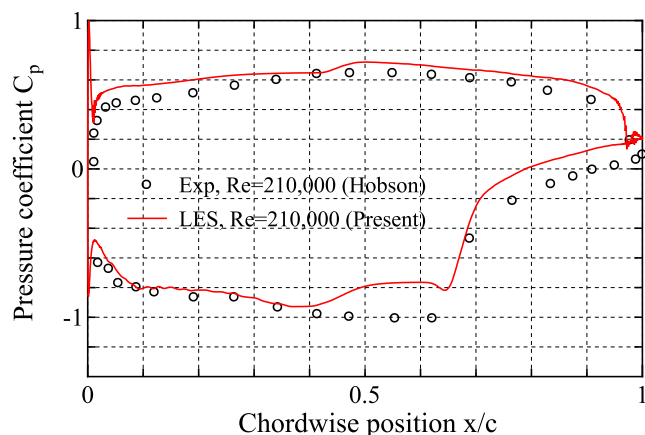
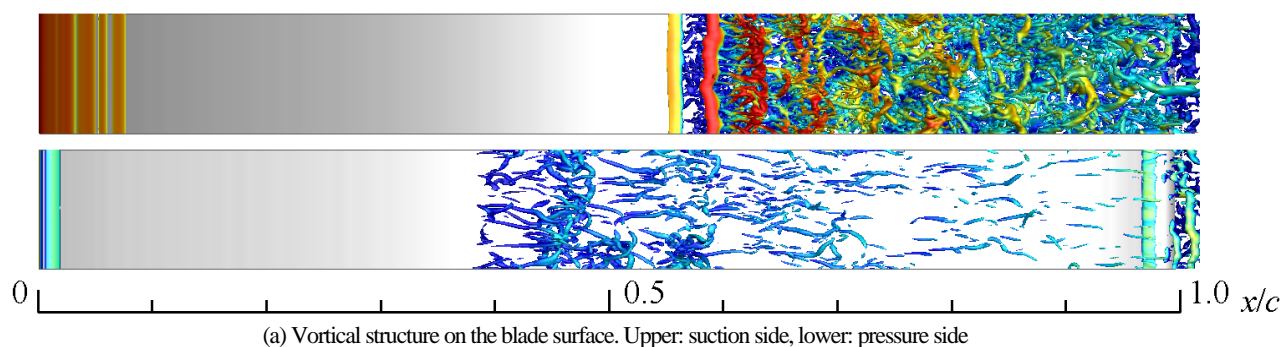
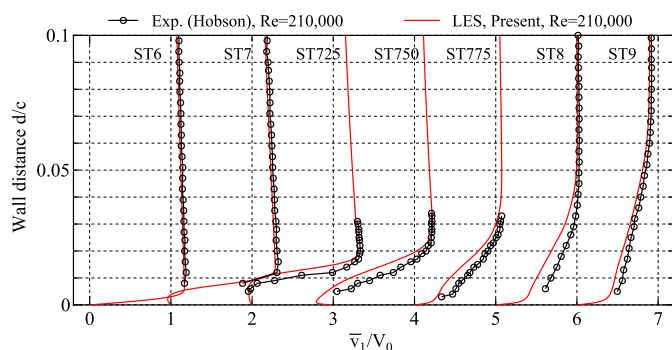


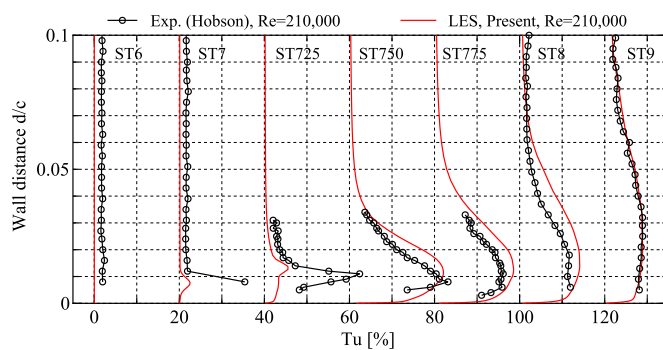
Fig. 12. Cp distributions of Stator 67B



(a) Vortical structure on the blade surface. Upper: suction side, lower: pressure side



(b) Axial velocity



(c) Turbulence intensity

Fig. 13 Velocity distributions at the measurement stations of Stator 67B

ラ流速計による境界層内速度分布計測が行われ、データが提供されている。これらを用い、境界層内の速度分布が本解析コードで再現されるかを確認した。Fig. 11 に翼列の外観と境界層計測ラインを、また Table 2 に翼列のパラメータを示す。翼負圧面上の7箇所で境界層計測が行われ、流速や乱れ度の分布が取得されている。入口乱れ度は1.6~1.9%であるが、今回は T106C 同様、入口乱れは与えなかった。なお、格子は Span 方向に翼弦長 10% をとり、格子幅は  $\Delta x^+ = 20$ , Span 方向  $\Delta z^+ = 10$  以下である。

Fig. 12 に得られた翼面上の  $C_p$  分布を示す。実験では前縁より 70% 翼弦長ほどで、負圧面において層流剥離泡の再付着にともなう急激な静圧の上昇がみられているが、解析でもその位置はかなりよく捉えられている。

Fig. 13 に、翼面付近の渦構造と、境界層内の時間平均速度分布と乱流強度を、軸流速度成分について示す。Fig. 13(a) の渦構造分布を見ると、 $C_p$  分布において負圧面で急激に圧力回復している位置で、Span 方向に軸を持つ二次元的な層流剥離泡が三次元的な構造に遷移していることが改めて確認できる。なお、正圧面上でも凹曲面で見られる、ゲルトラー渦のような不安定性により 40% 翼

弦長付近で乱流遷移している。

しかし、速度分布を見ると、ST750 以降で、実験に比べて LES では境界層内の速度分布の回復が遅れているように見える。ここで Fig. 13(b) の乱れ度を見ると、ST750 の上流の ST7 や ST725 で実験では剥離線断層中の乱れ度が大きく出ているのに対して、解析ではほとんど乱れが生じていない。ここから、実験では解析より上流側で、剥離線断層内で乱流遷移しているものと予想される。

解析では一様乱れを含んでいないが、1.5%程度わずかな一様乱れが層流境界層内に流れ方向のストリーク構造を誘起し、層流剥離泡の乱流遷移を促進する<sup>(13)</sup>という報告もあるため、今後解析では一様乱れを含んだ、より詳細な検討が必要である。

### 5. 3. 5th Standard Configuration 圧縮機翼列

最後に、遷音速ファン翼列流れに対する応用を紹介する。航空エンジン遷音速ファンに似た形態の二次元翼列として、Fransson と Verdon によってまとめられたターボ機械空力弾性問題の公開テストケースのうちの1つである、5th Standard Configuration 翼列を用いた。翼列モデルの詳細を Table 3 に示す。この翼列は軸流ファン



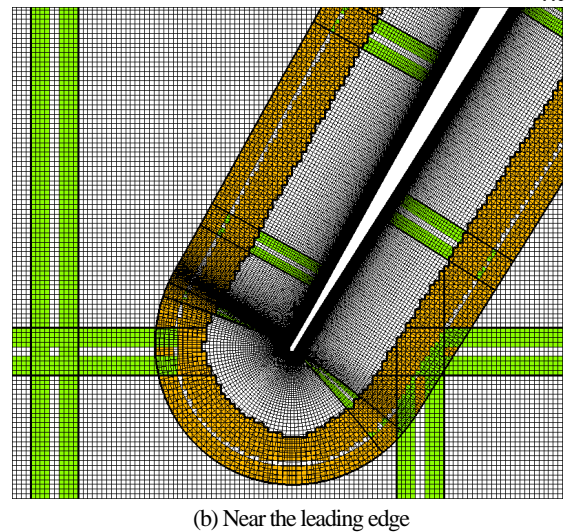
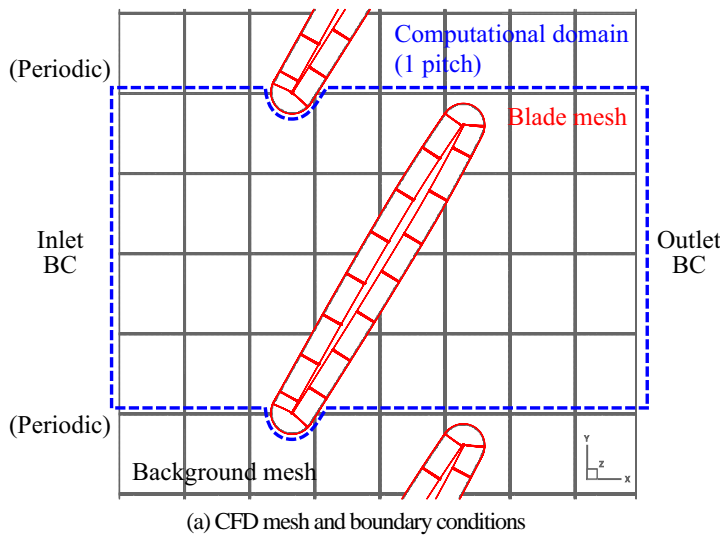


Fig. 14. Computational setup of STCF5 cascade

Table 3. STCF5 specifications in this study

Chord	$c$	0.09m
Pitch/Chord	$s/c$	0.95
Span/Chord	$l/c$	1.33
Stagger angle	$\gamma$	59.3deg
Incidence	$i$	10deg
Inlet Mach No.	$M$	0.5, 0.8, 0.9, 1.0
Reynolds No.	$Re$	300k

または圧縮機の翼端部分を模擬しており、非常に鋭い前縁・後縁をもつ薄翼で構成されている。風洞試験は ONERA で行われ、広範なインシデンス角 ( $i=2\sim 12\text{ deg}$ )、流入マッハ数 ( $M=0.5\sim 1.0$ ) について翼面上圧力分布の計測が行われている。

公開されている試験条件は翼弦長に基づくレイノルズ数が  $Re = 1.4 \times 10^6$  以上と非常に大きく、実施当初得られる計算リソースでの解析は難しかった。そこで解析の目的を、マッハ数を変化させた際の前縁剥離流れ場の変化を調べることとし、インシデンス  $10\text{ deg}$ 、流入マッハ数 4 ケース (0.5, 0.8, 0.9, 1.0) を実行できる計算規模となるよう、レイノルズ数を  $Re = 3.0 \times 10^5$  まで低下させた。

Fig. 14(a) は用いる格子と境界条件である。格子は背景格子 ( $611 \times 380 \times 360$ ) と翼格子 ( $1288 \times 100 \times 360$ ) の 2 つの構造格子からなり、これらは並列計算のため 250 個の小領域に分割される。各ブロック 5 点の袖領域を含め、格子点数は約 1 億 7700 万点である。境界条件として、翼面上では粘着壁条件を与え、流入部ではエントロピ、全温度、流れ角を、流出境界では静圧を弱く固定し、特性無反射境界条件を併用する。解析領域の翼高さは翼弦長さの 30% であり、ピッチ方向、翼高さ方向は周期境界条件である。

Fig. 14(b) に、前縁付近の格子の拡大図と、これら格子がどのように接続されているかを示す。緑のセルは同一格子グループ内での通信 (背景同士、翼同士)、オレンジのセルは異なる格子グループ間 (背景・格子間) での通信が生じる。この通信は MPI によって行われ、事前に算出した重合格子の接続情報と、プロセスが担当するブロックのリストから通信テーブルが自動的に決定される。

Fig. 15 に、得られた流れ場の概要を示す。(a)から(d)に向かい  $M = 0.5, 0.8, 0.9, 1.0$  を狙い条件を設定したケースであり、キャプションには解析中で落ち着いたマッハ数を示している。特に  $M = 1.0$  に近づくと背圧によるマッハ数の調整が難しく、RANS の予備解析を参考にして狙ったマッハ数からずれてしまった。そのため、流入マッハ数の厳密な設定方法の確立は今後の課題である。

Fig. 15 では白黒のコンターで翼弦方向の密度勾配を、また虹色で乱流の渦構造と局所マッハ数を示している。最もマッハ数が低い  $M = 0.50$  では、衝撃波のように不連続な密度勾配は流れ場中に確認できず、全域が亜音速となっており、前縁から大きな剥離が生じていることがわかる。 $M = 0.81$  のケースでも  $M = 0.50$  と同様に前縁剥離が生じているが、剥離せん断層の上側に強く微細な密度勾配 (Shocklet) が形成されている。

さらにマッハ数を上げて  $M = 0.93$  となると、前縁から 10% 翼弦長ほどで翼負圧面上が超音速となり、その下流に強い離脱衝撃波が形成された。同時に、その足元から大きく剥離している様子が観察できる。この状態の衝撃波や剥離開始位置は非常に不安定であり、解析中に絶えず振動していた。最後に  $M = 1.0$  を狙ったケースでは、 $M = 1.07$  と過大なマッハ数が得られてしまった。この条件では、前縁から 30% 翼弦長ほどが超音速領域に包まれ、 $M = 0.93$  のケースと同様に、衝撃波の足元で剥離する。しかし、剥離領域の大きさは  $M = 0.93$  よりも小さく、衝撃波位置も非常に安定していた。

## 6. 結言

遷音速翼列流れの LES にむけて、最適化コンパクトスキーム・重合格子・LAD による衝撃波捕獲を組み合わせた圧縮性流体解析コードを構築し、基礎的な乱流から翼列流れに対する検証を実施した。そのなかで、Radial Basis Function を用いた新しい内挿手法を考案し、重合格子で生じる誤差が大きく低減されることを定量的に示すことができた。

基礎的な乱流場や翼列流れに対する検証は、境界条件が明確なものについては、他者の解析結果とよく一致する結果が得られたことから、正しくコードが構築され、LES ができていることがわかった。また、遷音速ファン翼列を用いたデモンストレーションでは、大インシデンスの条件下で亜音速から遷音速へと流れの条件が変化する際に、前縁剥離現象と衝撃波構造の詳細な描像が LES によるシミュレーションで詳細に得られるようになった。

しかし、一樣流乱れが重要になってくる問題に対しては十分対応できておらず、今後の課題といえる。実験結果との定量的な比較や高レイノルズ数対象への応用も今後の課題といえるが、ターゲットとするフラッター現象を理解するのに有益な視点が得られるようなテストケースを考えていきたい。また、LES で流れ場が落ち着くような実時間幅に比べて、翼振動はその 10 倍以上の長い周期をもつ。そのため、LES 結果を援用したマルチタイムスケールの翼振動解析手法についても今後考えていきたい。

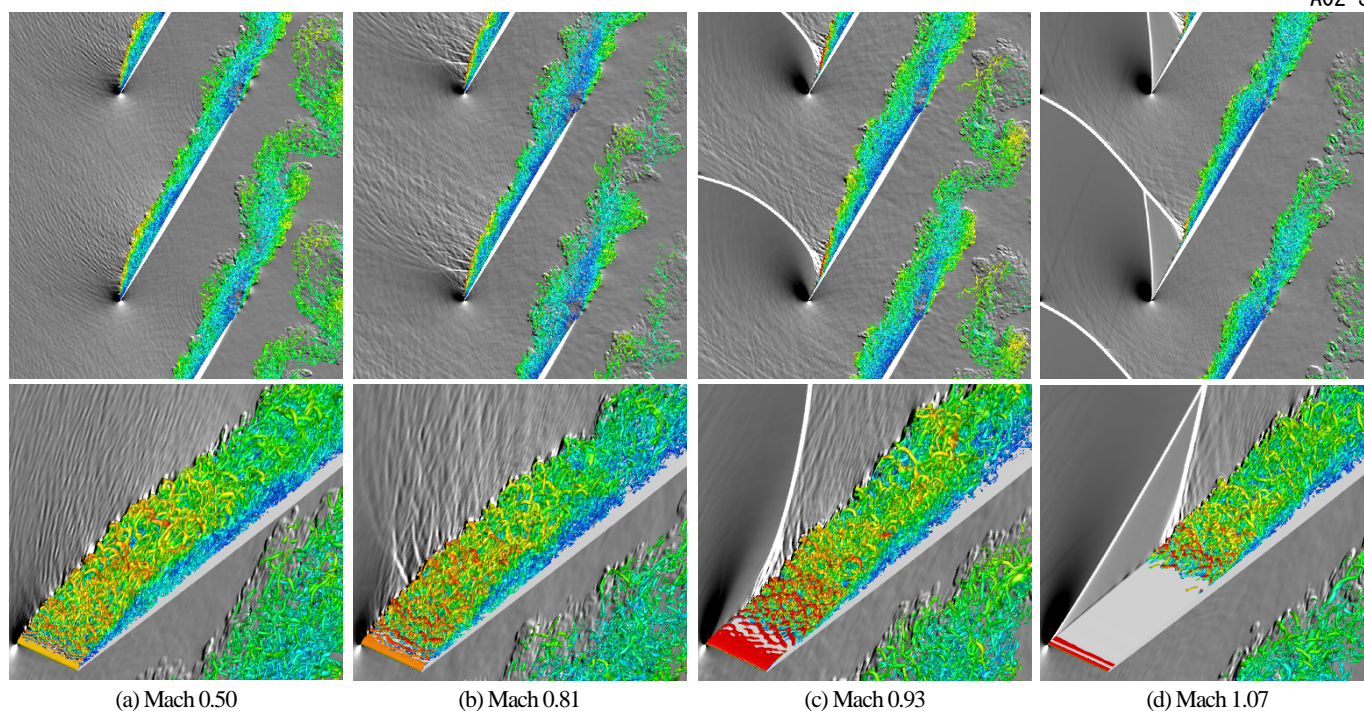


Fig. 15. Effect of Mach number on the flow field. Chordwise density gradient is shown by grayscale contour. The vortical structure is visualized by the positive isosurface of Q criterion colored with local Mach number. Upper row: whole the computational domain, lower row: close view around the leading edge.

#### 謝辞

本研究は東京大学情報基盤センター「若手・女性利用者推薦」平成 29 年度（後期）および JSPS 科研費 18K13922 の助成を受けた。ここに記して謝意を表する。

#### 参考文献

- (1) Tateishi, A., Watanabe, T., Himeno, T., Aotsuka, M., and Murooka, T., “Verification and Application of Fluid-Structure Interaction and a Modal Identification Technique to Cascade Flutter Simulations”, *International Journal of Gas Turbine, Propulsion and Power Systems*, Vol. 8, No. 3, pp.20-28, 2016.
- (2) Lele, S. K., “Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution”, *Journal of Computational Physics*, 103, pp. 16-42, 1992.
- (3) Visbal, M. R. and Gaitonde, D.V., “On the Use of High-order Finite-Difference Schemes on Curvilinear and Deforming Meshes”, *Journal of Computational Physics*, 181, pp. 155-185, 2002.
- (4) Kawai, S. and Lele, S. K., “Localized Artificial Diffusivity Scheme for Discontinuity Capturing on Curvilinear Meshes”, *Journal of Computational Physics*, 227, pp. 9498-9526, 2008.
- (5) Terashima, H., Kawai, S. and Koshi, M., “Consistent Numerical Diffusion Terms for Simulating Compressible Multi-component Flows”, *Computers & Fluids*, 88, pp. 484-495, 2013.
- (6) Poinso, T. J. and Lele, S. K., “Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows”, *Journal of Computational Physics*, 101, pp.104-129, 1992.
- (7) Wray, A. A., “HOM02: Decaying isotropic turbulence in a Selection of Test Cases for the Validation of Large-Eddy Simulations of Turbulent Flows”, *AGARD Advisory Report 345*, pp. 63-64, 1998.
- (8) Moser, R. D., Kim, J., and Mansour, N. N., “Direct Numerical Simulation of Turbulent Channel Flow up to  $Re_\tau = 590$ ”, *Physics of Fluids*, 11(4), p. 943, 1999.
- (9) 5th International Workshop of High-Order CFD Methods, <https://how5.cenaero.be/>, 2018.
- (10) Michalek, J., Monaldi, M., and Arts, T., “Aerodynamic Performance of a Very High Lift Low Pressure Turbine Airfoil (T106C) at Low Reynolds and High Mach Number With Effect of Free Stream Turbulence Intensity”, *J. Turbomach.* 134(6), p.061009, 2012.
- (11) Hobson, G. V., Hansen, D. J., Schnorenberg, D. G., and Grove, D. V., “Effect of Reynolds Number on Separation Bubbles on Controlled-Diffusion Compressor Blades in Cascade”, *ASME Paper*, 98-GT-422, 1998.
- (12) Schnorenberg, D. G., “Investigation of the Effect of Reynolds Number on Laminar Separation Bubbles on Controlled Diffusion Compressor Blades in Cascade”, *Master’s thesis*, Naval Postgraduate School, Monterey, California, 1996.
- (13) McAuliffe, B. R. and Yaras, M. I., “Transition Mechanisms in Separation Bubbles Under Low- and Elevated-Freestream Turbulence”, *J. Turbomach* 132(1), p. 011004, 2010.
- (14) Fransson, T. H. and Verdon, J. M., “Updated Report on Standard Configurations for Unsteady Flow Through Vibrating Axial-Flow Turbomachine Cascades: Status as of July 1991”, *Technical Report*, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden and United Technologies Research Center, East Hartford, Connecticut, USA, URL: [http://www.energy.kth.se/proj/projects/Markus\\_Joecker/STCF/](http://www.energy.kth.se/proj/projects/Markus_Joecker/STCF/), 1992.