

# 直接数値解析データベースを用いた粒子 Reynolds 数 50–1000 の圧縮性流れにおける

## 微小粒子の空力係数および後流渦の解析

### Analysis of aerodynamic coefficient and wake of a small particle in compressible flow at particle Reynolds number 50–1000 using DNS database

- 永田貴之, 東北大, 宮城県仙台市青葉区 6-6-01, E-mail: nagata.takayuki@aero.mech.tohoku.ac.jp
- 野々村拓, 東北大, 宮城県仙台市青葉区 6-6-01, E-mail: nonomura@aero.mech.tohoku.ac.jp
- 吉田真優, 東海大, 神奈川県平塚市北金目 4-1-1, E-mail: 5beu4127@mail.u-tokai.ac.jp
- 高橋 俊, 東海大, 神奈川県平塚市北金目 4-1-1, E-mail: takahasi@tokai-u.jp
- 福田 紘大, 東海大, 神奈川県平塚市北金目 4-1-1, E-mail: fukuda@tokai-u.jp
- Takayuki Nagata, Tohoku University, 6-6-01, Aramaki, Aoba-ku, Sendai, Miyagi, 980-8579, Japan.
- Taku Nonomura, Tohoku University, 6-6-01, Aramaki, Aoba-ku, Sendai, Miyagi, 980-8579, Japan.
- Mayu Yoshida, Tokai University, 4-1-1, Kitakaname, Hiratsuka, Kanagawa, 259-1292, Japan.
- Shun Takahashi, Tokai University, 4-1-1, Kitakaname, Hiratsuka, Kanagawa, 259-1292, Japan.
- Kota Fukuda, Tokai University, 4-1-1, Kitakaname, Hiratsuka, Kanagawa, 259-1292, Japan.

In this study, analysis of flow regime and aerodynamic force coefficient of a sphere at compressible low Reynolds number flows using previous experimental results and the direct numerical simulation (DNS) database is conducted. The DNS database was constructed by our previous study in the Reynolds number,  $Re$ , from 50 to 1000 and the Mach number,  $M$ , from 0.3 to 2.0. As a result, we confirmed that (1) the flow regime at the high-Mach number condition is similar with that of the incompressible low-Reynolds number flow; (2) the drag coefficient predicted by the drag model shows good agreement with the experiments and DNS, but accuracy of the drag model was worsen at around high-subsonic and transonic regime under low-Reynolds number conditions; (3) the temperature of the sphere affect to flow properties and its effect can be summarized by the position of the separation point.

#### 1. はじめに

固気混相流は自然現象や工学、環境問題など様々な分野に現れる。数値計算で混相流を扱う場合には粒子を質点で近似する point-particle approach や粒子とその周りの流れも直接解像する resolved-particle approach がある<sup>(1)</sup>。Point-particle approach ではさらに流体から粒子への影響のみを考慮する one-way coupling、粒子から流体への影響も考慮する two-way coupling、粒子同士の干渉も考慮する four-way coupling がある。一方、resolved-particle approach では immersed boundary method (IBM) などを用いて粒子周りの流れも直接解像して計算を進め、粒子同士の衝突もその形状を考慮して扱える。そのため、粒子から放出される後流渦や粒子の挙動が point-particle approach と比較して詳細に再現できる。しかし、粒子周りの流れを解像できるだけの格子点を必要とするため、問題の規模が大きい場合は莫大な計算コストを要することから、適用は小規模の問題に限られる。そのため、一部の研究で扱われるような小規模な問題を除いては point-particle approach が用いられる。

速度  $\mathbf{u}$  で流れる流体中を速度  $\mathbf{v}$  で移流する粒子は周囲の流体との速度差  $\mathbf{w}$  に応じた抵抗力を受ける。相対速度は、

$$\mathbf{w} = \mathbf{v} - \mathbf{u}, \quad (1)$$

であり、この時粒子 Reynolds 数は

$$Re_p = \frac{\rho_f |\mathbf{w}| d_p}{\mu_f}. \quad (2)$$

ここで、 $d_p$  は粒子の直径、 $\rho_f$  は流体の密度、 $\mu_f$  は流体の粘性係数である。Stokes<sup>(2)</sup> は非圧縮性流れの  $Re_p \ll 1$  の条件で球に作用する抵抗を解析的に導いており、その大きさは

$$D_p = -3\pi d_p \mu_f \mathbf{w} \quad (3)$$

であり、速度に比例する。また抵抗係数にすると

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (4)$$

であり、Stokes の抵抗則として知られている。一方、慣性力が支配的な領域では抵抗は動圧に比例する。

$$D_p = -\frac{1}{8} \rho_f \mathbf{w} \mathbf{w} C_D d_p^2 \quad (5)$$

特に  $2.0 \times 10^3 \leq Re \leq 3.0 \times 10^5$  では抵抗係数はほぼ一定で、この領域は Newton regime と呼ばれる。その時の抵抗係数は臨界抵抗係数と呼ばれ、その値は  $C_D \approx 0.45$  である<sup>(1)</sup>。Stokes 則が成り立つ領域と Newton regime の中間領域では、抵抗係数は Reynolds 数で整理でき、Stokes 則を修正する形でいくつかの抵抗モデルが提案されている。例えば Clift & Gauvin<sup>(3)</sup> は Reynolds 数の関数として下記のモデルを構築した。

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \left( 1 + 0.15 Re_p^{0.687} \right) + \frac{0.42}{1 + \frac{42,500}{Re_p^{1.16}}} \quad (6)$$

このモデルの第一項は、Schiller & Naumann<sup>(4)</sup> により提案されたモデルで、Stokes 則をベースに実験データに対する curve fit で構築された慣性の効果を表す項を付加したものである。第二項は臨界 Reynolds 数手前で Newton regime の抵抗係数に漸近させるための項で、このモデルにより Stokes regime から Newton regime の抵抗

係数を精度良く予測できる。Point particle approach では、このような抵抗モデルにより粒子に加わる流れ方向の力や流体に加わる反作用力が評価される。

圧縮性流れでは抵抗係数は Reynolds 数だけでなく Mach 数、あるいは希薄効果が現れる領域では Knudsen 数の関数でもある。Mach 数は速度と音速の比、Knudsen 数は流れの代表長さと平均自由行程の比である。Knudsen 数は Mach 数と Reynolds 数、比熱比 $\gamma$ からも簡易的に見積もれる<sup>6)</sup>。

$$M_p = \frac{w}{a} \quad (7)$$

$$Kn_p = \frac{\lambda}{d_p} = \sqrt{\frac{\pi\gamma}{2}} \left( \frac{M_p}{Re_p} \right) \quad (8)$$

圧縮性流れでの粒子抵抗モデルも非圧縮性流れと同様に Carlson & Hoglund<sup>6)</sup>, Crowe<sup>7)</sup>, Henderson<sup>8)</sup>, Loth<sup>9)</sup>, Parmar et al.<sup>10)</sup> などによりいくつか提案された。しかし、圧縮性流れでは非圧縮性流れと比較して特に低 Reynolds 数領域での実験が困難なため、抵抗係数のデータが少ない。故に、既存の抵抗モデルは理論的の組み合わせや経験的修正を多く含む。実験データは例えば Crowe et al.<sup>11)</sup> や Bailey & Hiatt<sup>12)</sup> による自由飛行試験のデータ、Zarin & Nicholls<sup>13)</sup> の磁力支持天秤装置を使った亜音速での風洞試験結果のデータが使われた。

圧縮性の粒子抵抗モデルは圧縮性流れでの particle image velocimetry (PIV) における衝撃波後流の粒子の追従遅れの補正にも使われるが、Saito et al.<sup>14)</sup> は衝撃波と粒子の干渉問題に対して two-way coupling による二次元数値実験を行い、粒子抵抗モデルや Nusselt 数モデルの違いによって計算結果が異なることを示した。また、Ragni et al.<sup>15)</sup>, Williams et al.<sup>16)</sup>, Fang et al.<sup>17)</sup>, Handa et al.<sup>18)</sup> によって粒子の追従遅れとその補正に関する研究がされている。

最近では数値解析による圧縮性低 Reynolds 数の球周り流れの研究が行われている。Nagata et al.<sup>19, 20)</sup> は三次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式の直接数値解析により  $50 \leq Re \leq 300$ ,  $0.3 \leq M \leq 2.0$  と  $500 \leq Re \leq 1000$ ,  $0.8 \leq M \leq 2.0$  での流れの様相や抵抗係数など、基本的な特性に対する Mach 数の影響を調べた。また、Sansica et al.<sup>21)</sup> は線形安定性解析を用いて流れの不安定性やそのモードに対する Mach 数の影響を  $210 \leq Re \leq 370$ ,  $0.3 \leq M \leq 1.2$  の条件で調べた。さらに、Nagata et al.<sup>22)</sup> は主流と粒子の温度比  $TR$  の影響を調べるために等温球周り流れの DNS を  $100 \leq Re \leq 300$ ,  $0.3 \leq M \leq 2.0$ 、球と流体の温度比  $0.5 \leq TR \leq 2.0$  で行った。さらに、球の回転による揚力についても研究が行われており、Volkov<sup>23)</sup> は direct simulation Monte Carlo 法により  $0.03 \leq M \leq 2$ ,  $0.01 \leq Kn \leq 20$  において、回転による揚力や抗力の変化を赤道での球表面と主流の速度の比で表した無次元回転速度  $0 \leq \Omega \leq 1.0$  において調べた。また、Nagata et al.<sup>24)</sup> は DNS によって  $100 \leq Re \leq 300$ ,  $0.3 \leq M \leq 2.0$ ,  $0 \leq \Omega \leq 1.0$  で回転による揚力やその他の基礎特性に対する回転の影響を調べた。さらに、粒子同士の相互作用を考慮した解析として、埋め込み境界法を用いた圧縮性混相流の粒子解像計算の試みも行われており、Mizuno et al.<sup>25)</sup>, Schneiders et al.<sup>26)</sup>, Das et al.<sup>27)</sup>, Riahi et al.<sup>28)</sup> などによって immersed boundary method ベースのソルバーが構築され、多数粒子を含む流れの解析が行われている。

我々のグループではこれまでにロケットエンジンの排気ジェットの高精度混相流解析と微粒子によるジェットノイズ低減のメカニズム解明に向けて、主に数値計算で圧縮性球周り流れを調べてきた。本報では高精度混相流モデルの構築に向けて過去の実験データと最近の数値解析の結果を用いて改めて流れの様相や抵抗係数について改めてまとめた。

## 2. 断熱静止球

### 2. 1. 流れの様相

非圧縮性流れにおいて球周り流れの様相は実験的・数値的に調べられている<sup>29-32)</sup>。  $Re < 22$  では層流・完全付着流れであり再循環領域は形成されない (fully attached flow)。 Reynolds 数が 25 程度に達すると球の背後に定在する再循環領域が形成される (steady axisymmetric flow)。再循環領域は Reynolds 数の増加と共に拡大し、球の直径で正規化した再循環領域長さは Reynolds 数で整理できる。 Reynolds 数が 210 程度以上では流れは軸対称性を失うが、  $Re < 275$  までは定常流れが維持される (steady non-axisymmetric wake)。  $Re \geq 280$  では周期的に後流にヘアピン渦が放出される (hairpin wake)。さらに、  $420 < Re < 800$  ではそのヘアピン渦の頭が主流と垂直方向に揺れ (hairpin wake with lateral oscillation)、  $Re > 800$  で後流は螺旋状の渦 (helical wake) へと遷移する。

Fig. 1 に圧縮性流れにおける流れの様相を示す。我々のグループの他に、Riahi et al.<sup>28)</sup> の IBM を用いた圧縮性流体解析ソルバーによる計算結果と、Sansica et al.<sup>21)</sup> による圧縮性低 Reynolds 数流れにおける球周り流れの global stability analysis (GSA) の結果を示す。なお、流れの様相の名前は各論文で厳密には一致しないが当てはまると思われる名前を本研究でつけ直してまとめた。ただし、Riahi et al. と Sansica et al. の研究では定常流れは steady axisymmetric flow と steady planar-symmetric flow に分類されており、剥離点の情報もないため、fully attached flow には分類していない。また、非定常流れはすべて unsteady periodic flow と名付けられており、可視化図も掲載されていないため、すべて hairpin wake に分類したが実際には fully attached flow, hairpin wake with lateral oscillation, helical wake も含まれていると考えられる。図より、完全付着流れは遷音速以下では  $Re \leq 20$  であり、非圧縮性流れと同程度だが、  $M = 2.0$  では  $Re \leq 100$  で steady axisymmetric flow を維持する。 Steady axisymmetric flow は亜音速流れでは非圧縮性流れと同程度だが遷音速流れでは  $Re = 300$  でも steady axisymmetric flow を維持し、さらに  $M = 1.2$  では  $Re = 500$ 、  $M = 2.0$  では  $Re = 1000$  においても steady axisymmetric flow を維持する。 Hairpin wake に関しても同様で、遷音速以下では helical wake となる  $Re \geq 750$  において、  $M = 1.2$  では  $Re = 750$  で steady planar-symmetric flow、  $Re = 1000$  で hairpin wake であり、低 Reynolds 数寄りの流れ場である。圧縮性の影響は  $M \leq 0.95$  にも少なからずあるが、音速を超えた  $M \geq 1.05$  において特に顕著に現れ、Mach 数の増加とともに流れは安定化される。

### 2. 2. 抵抗係数

圧縮性流れにおける球の抵抗係数は非圧縮性流れの場合と比較して実験による取得が困難なため、データが少ない領域やデータの信頼性が十分に確かめられていない領域があるが、広い範囲で様々な方法を用いてデータが取得されている。Srekanth<sup>33)</sup> は天秤装置に固定した球に超音速ジェットを衝突させ、球の抵抗を計測した。Goin & Lawrence<sup>34)</sup>, Crowe et al.<sup>11)</sup>, Bailey & Hiatt<sup>12, 35)</sup>, Bailey & Strat<sup>36)</sup> は自由飛行する球の区間平均速度を複数区間で計測し、その減速率から抵抗係数を推定した。Zarin & Nicholls<sup>13)</sup> は亜音速流れにおいて、風洞と磁力支持天秤装置を用いて球の抵抗を計測した。また、最近では Handa et al.<sup>18)</sup> は PIV と molecular tagging velocimetry (MTV) を用いて急激な流れの加減速が発生する不足膨張自由噴流を計測し、MTV で算出した速度を流体の速度として PIV 粒子の追従遅れから PIV 粒子の抵抗係数を Basset-Boussinesq-Ossen (BBO) 方程式を定常・外力なしの条件で解くことで推定した。 Fig. 2 にそれらの研究で取得された抵抗係数と我々の DNS で取得した抵抗係数、それから Loth<sup>9)</sup> の抵抗モデルによる予測値を示す。以下に Loth のモデルの概要を示す。 Loth のモデルは  $Re < 45$  と  $Re > 45$  で 2 つの式を用い、すべての Mach

数で  $Re = 45$  で  $C_D \approx 1.63$  となるという仮定(nexus)を元にその 2 式を接続する。

$$C_D = \frac{C_{D,Kn,Re}}{1+M^4} + \frac{M^4 C_{D,fm,Re}}{1+M^4} \quad \text{for } Re < 45 \quad (9)$$

$$C_D \approx 1.63 \quad \text{at } Re = 45 \text{ for all } M \text{ and } Kn \quad (10)$$

$$C_D = \frac{24}{Re} \left[ 1 + 0.15 Re^{0.687} \right] H_M + \frac{0.42 C_M}{1 + \frac{42,500 G_M}{Re^{1.16}}} \quad \text{for } Re > 45 \quad (11)$$

(9)式は低 Mach 数での自由分子流の抵抗係数  $C_{D,Kn,Re}$  と高 Mach 数での自由分子流の抵抗係数  $C_{D,fm,Re}$  を  $M = 1.0$  で 50% ずつのブレ

ドになるように構成されている。  $C_{D,Kn,Re}$  は Schiller and Naumann<sup>(4)</sup> の抵抗モデルに Phillips<sup>(37)</sup>により低 Mach 数の希薄流れの条件で理論的に導出された希薄気体の効果を表す修正項(またはそれに準ずるもの)を付加した式で計算され、低 Mach 数の希薄領域での抵抗係数を予測する。  $C_{D,fm,Re}$  は Stalder & Zurick<sup>(38)</sup>により導出された超音速(分子速度比 1 以上)での非粘性自由分子流の理論式を nexus condition に接続するように修正項を付加した式で計算され、超音速の希薄領域での抵抗係数を予測する。なお、Stalder & Zurick<sup>(38)</sup>の式は分子速度比 1 以上に限定されているが、自由分子流領域では  $M < 0.3$  で Phillips<sup>(37)</sup>の低 Mach 数の理論式と一致する。(11)式は Cliff & Gauvin<sup>(3)</sup>の式に圧縮性の効果  $C_M$ , nexus condition を満たすための関数  $H_M$ ,  $M = 0$  で Cliff & Gauvin の式に復元するための関数  $G_M$ を付加したものである。

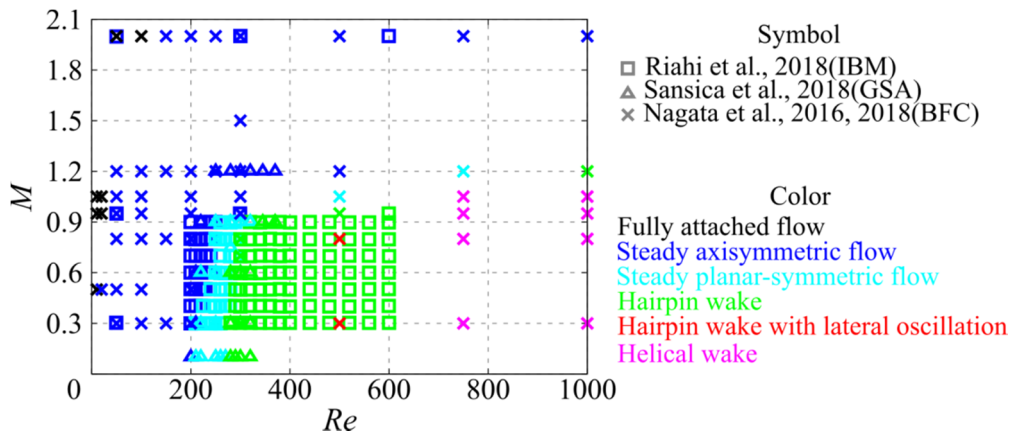


Fig. 1 Flow regime.

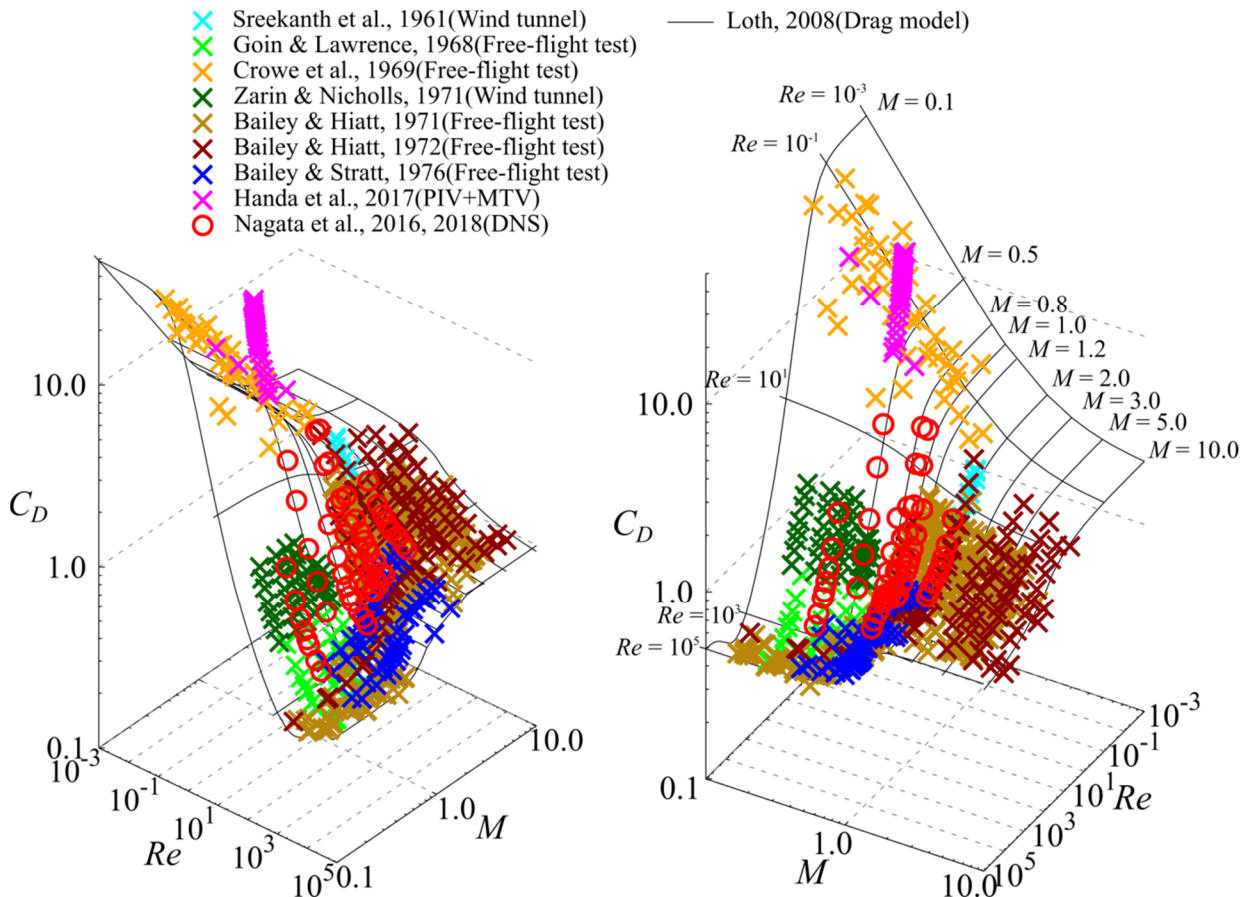


Fig. 2 Distribution of drag coefficient.

Fig. 2 より、抵抗係数に対する Reynolds 数と Mach 数の影響がわかる。低 Mach 数では  $Re = 10^3$  から  $Re = 10^4$  付近にかけて抵抗係数は減少し、さらに Reynolds 数を下げると急激に増大する。希薄流れの条件に近づくと希薄気体の効果で抵抗係数の増加は頭打ちになり、例えば  $M = 0.1$  では  $Re = 10^4$  程度で抵抗係数の増加は頭打ちになる。希薄気体の効果が現れ始める Reynolds 数は Mach 数の増加に従い大きくなる。これは、同じ Reynolds 数でも Mach 数が大きい場合に Knudsen 数が大きいためである。また、自由分子流での抵抗係数は Mach 数が大きい場合に小さく、 $M \rightarrow \infty$  の極限で  $C_D = 2.0$  である。連続領域では Mach 数の増加に伴い抵抗係数が増加し、特に遷音速域での増加が顕著である。超音速では抵抗係数はほぼ増加せず、 $M \approx 4-6$  で一定である (Oswatitsch's Mach number independence principle)。Loth のモデルは実験データがある領域ではそれを用いて圧縮性の効果などを表す項を構成しているため、当然の結果ではあるが抵抗モデルは実験で得られた抵抗係数と同様の傾向を示す。我々の DNS の結果も同様の傾向を示し、定性的に良い一致を示す。また、弱希薄・希薄領域においては自由分子流の理論式と非圧縮性流れの抵抗モデルの組み合わせ、nexus condition への滑らかな接続によって予測する。ただし、Handa et al. の PIV と MTV を組み合わせた実験で得られた抵抗係数は他の自由飛行試験で得られた抵抗係数と傾向が異なり、希薄領域にもかかわらず Reynolds 数の低下により抵抗係数が増加し続け、その傾向は Stokes 抵抗則に近い。この試験では粒子の速度が自由飛行試験より短い距離(時間)で大きく減速されている可能性があり、履歴効果の影響などをさらに詳しく調べる必要があるが、一方で自由飛行試験のデータも Crowe et al. のデータのためのため、現在 DSMC による解析で弱希薄・希薄領域の抵抗係数についても調査中である。次項では Loth の抵抗モデルと過去の実験データ、DNS を比較し Mach 数の影響などを議論するが、DNS の結果の一部の条件では希薄効果が始まると考えられる条件に差し掛かっているため、データを参照する際には Knudsen 数にも留意する必要がある。また、定常流れ中の球の抵抗モデルの中で Loth のモデルを比較対象とした理由は、単純な curve fit ではなく慣性、圧縮性、希薄流れの効果などを分離した形で書かれたモデルであり議論しやすいこと、そのような形式のモデルの中で最も新しいためである。

Fig. 3 に抵抗係数を Reynolds 数の関数として Mach 数ごとに (a)  $M \approx 0.3$ , (b)  $M \approx 0.5$ , (c)  $M \approx 0.8$ , (d)  $M \approx 1.05$ , (e)  $M \approx 1.2$ , (f)  $M \approx 2.0$  に示す。比較は  $Re \leq 1000$  で行った。これは DNS データを取得した条件が  $Re \leq 1000$  であることと、Loth の論文では  $M > 2$  の条件では  $Re \leq 2000$  での抵抗係数の比較がほとんど行われていないためである。実験結果に関しては Mach 数が等しいデータのみを抽出するとデータ点数が極端に少ないため、Mach 数方向に  $\pm 0.05$  までのずれを許容した。図より、低 Mach 数領域 ( $M \approx 0.3, 0.5$ ) では Loth のモデル、過去の実験データ、DNS の結果は広い Reynolds 数で定量的に良い一致を示す。一方、 $M \approx 0.8$  では抵抗モデルは DNS のデータに対して過小評価し、実験データは非常に少ない点数ではあるが DNS の結果を支持する。 $M \approx 1.05$  でも抵抗モデルは DNS のデータに対して過小評価し、低 Reynolds 数が低下するに伴いその差が大きくなる。実験データに関しては多少のばらつきがあるが、DNS の結果を支持するデータが多い。ただし、 $Re = 50$  で DNS の結果が実験結果と比較して大きく、これは希薄気体の効果が影響していると考えられる。実際に、(8)式で見積もった Knudsen 数は  $Re = 100$  で  $Kn = 0.016$ 、 $Re = 50$  で  $Kn = 0.031$  であり、それらの条件において完全滑りなしの境界条件では抵抗係数を過大評価している可能性が高いが、モデルが  $Re < 500$  付近から抵抗係数を過小評価し始める点は今後修正が必要と考えられる。一方、 $Re = 1,000$  付近以上では、抵抗モデルによる予測値は実験データと

DNS データに近い値を示しており、低 Reynolds 数領域でのデータ不足により低 Reynolds 数での抵抗モデルの精度が低下したことが伺える。 $M \approx 1.2$  でもこの傾向は同様で、抵抗モデルは実験結果と DNS の結果に対して抵抗係数を過小評価する(ただし  $Re = 150$  で  $Kn = 0.012$ )。一方、 $M \approx 2.0$  では低 Reynolds 数領域で抵抗モデルによる予測値と実験結果は定量的に良い一致を示す。DNS のデータはモデルと実験データに対して抵抗係数を過大評価したがこれは壁面での滑りの効果を考慮していないためと考えられる ( $Re = 250$  で  $Kn = 0.012$ )。  $Re \geq 300$  では Reynolds 数の増加に伴いモデルと実験データ、DNS の結果の差は小さくなる。

次に抵抗係数に対する Mach 数の影響を調べる。 $Re > 45$  での Loth のモデルでは、抵抗係数に対する Mach 数の影響は  $C_M$  によって考慮される。 $C_M$  の定義は

$$C_M \equiv \frac{C_{D,crit.}}{C_{D,crit.,M=0}} \quad (12)$$

であり、Newton regime での抵抗係数に対する圧縮性の効果を表し、 $C_{D,crit.,M=0} = 0.42$  である。 $C_M$  は実験データを元に構築されており、具体的には

$$C_M = \begin{cases} \frac{5}{3} + \frac{2}{3} \tanh[3 \ln(M + 0.1)] & \text{for } M \leq 1.45 \\ 2.044 + 0.2 \exp[-1.8 \{\ln(M / 1.5)\}^2] & \text{for } M \geq 1.45 \end{cases} \quad (13)$$

である。抵抗係数が Reynolds 数の関数ではなくなる Newton regime での実験データを元に構築されているため、 $Re > 1.0 \times 10^4$  で実験データと定量的に良い一致を示すが Mach 数のみの関数であり、(13)式において Reynolds 数の影響は無視される。しかし、 $Re > 45$  で適用される式に含まれる項のため、Newton regime 以下の Reynolds 数での圧縮性の影響を調べる必要がある。

Fig. 4 に非圧縮性流れにおける抵抗係数で正規化した抵抗係数を示す。Fig. 4(a) は Newton regime の抵抗係数で正規化した抵抗係数、Fig. 4(b) は各 Reynolds 数で Clift & Gauvin の非圧縮性流れの抵抗モデルで算出した抵抗係数で正規化した抵抗係数である。シンボルは  $0.3 \leq M \leq 2.0$  の DNS の結果を示し、黒の実線は  $Re > 45$  の Loth のモデル(11 式)の  $C_M$  の挙動である。Fig. 4(a) より、 $Re \leq 1,000$  では当然のことながら圧縮性の影響以前に Reynolds 数の影響があり、Reynolds 数が低い場合に正規化した抵抗係数が大きい。 $Re = 1,000$  では Loth のモデルに比較的近い値を示すが全体に抵抗係数が大きい。Fig. 4(b) では Clift & Gauvin の非圧縮性流れの抵抗モデルで算出した抵抗係数を用いて DNS で得られた抵抗係数を正規化した。これにより、非圧縮性流れでの Reynolds 数の影響をキャンセルすることを試みた。図から、 $M \leq 0.5$  においては Mach 数の影響を整理できるが、Mach 数の増加に伴い非圧縮性流れでの抵抗係数で正規化する方法では圧縮性の影響を整理できない。また、Newton regime の抵抗係数で整理した場合と同様に、Reynolds 数が大きい場合に Loth のモデルとの差異が小さい。

Fig. 5 には Fig. 4 と同様のプロットを過去の実験結果を用いて作成した。図から、 $Re \geq 10,000$  では非圧縮性流れの Newton regime での抵抗係数で正規化した場合も Clift & Gauvin のモデルで求めた各 Reynolds 数での非圧縮性流れの抵抗係数で正規化した場合も Loth のモデルと良い一致を示しており、Newton regime での抵抗係数に対する圧縮性の影響を良く再現する。一方、 $Re < 1,000$  では Newton regime の抵抗係数で整理した場合も Clift & Gauvin の抵抗係数で整理した場合も Loth のモデルとの差異が Reynolds 数が小さい場合に大きい。Fig. 4, 5 の議論から、抵抗係数に対する圧縮性の効果は Knudsen 数の効果を除けば非圧縮性流れでの抵抗係数の値とは無関係であることが示唆される。

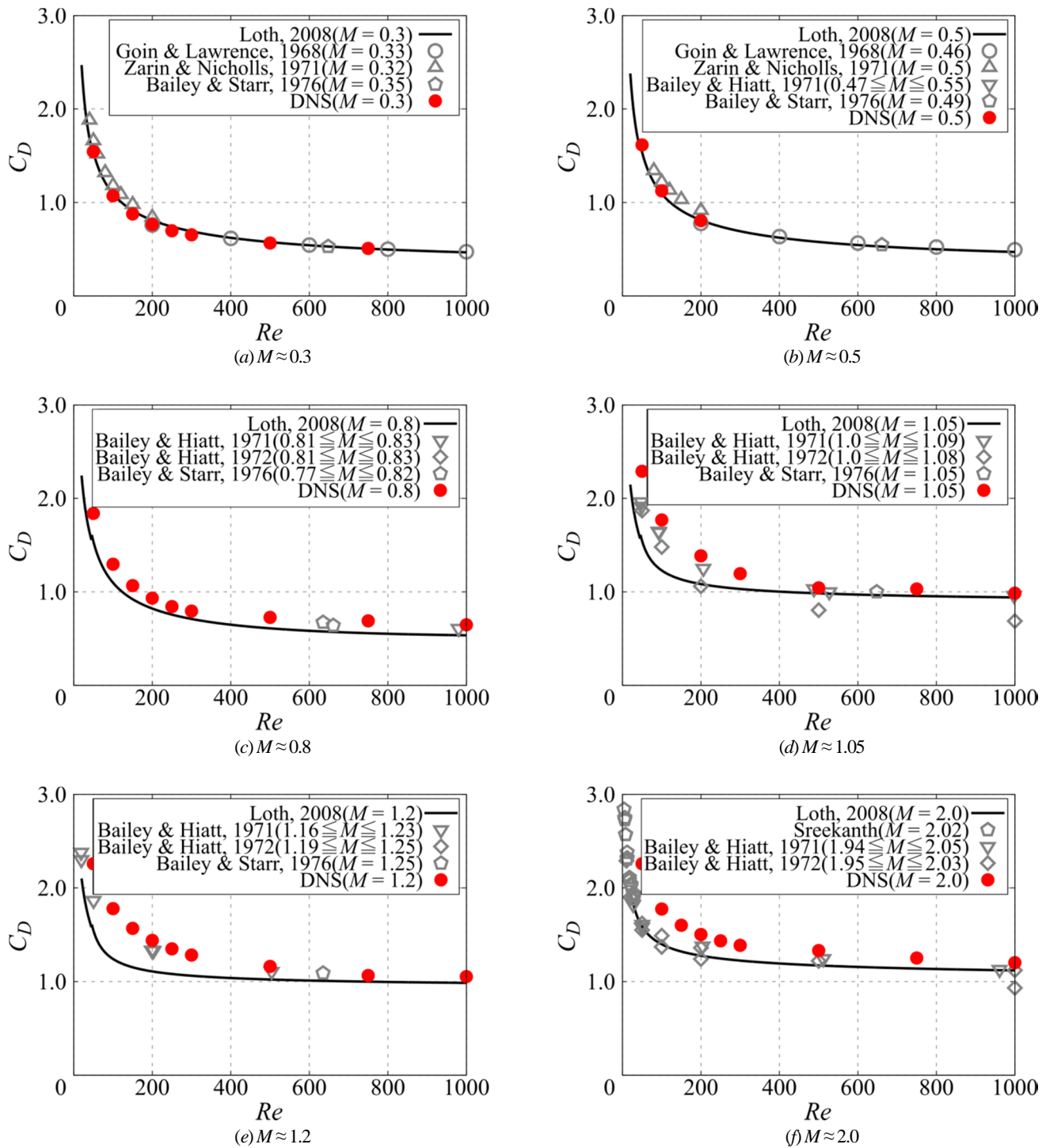


Fig. 3 Comparison of DNS result with previous experimental results and drag model.

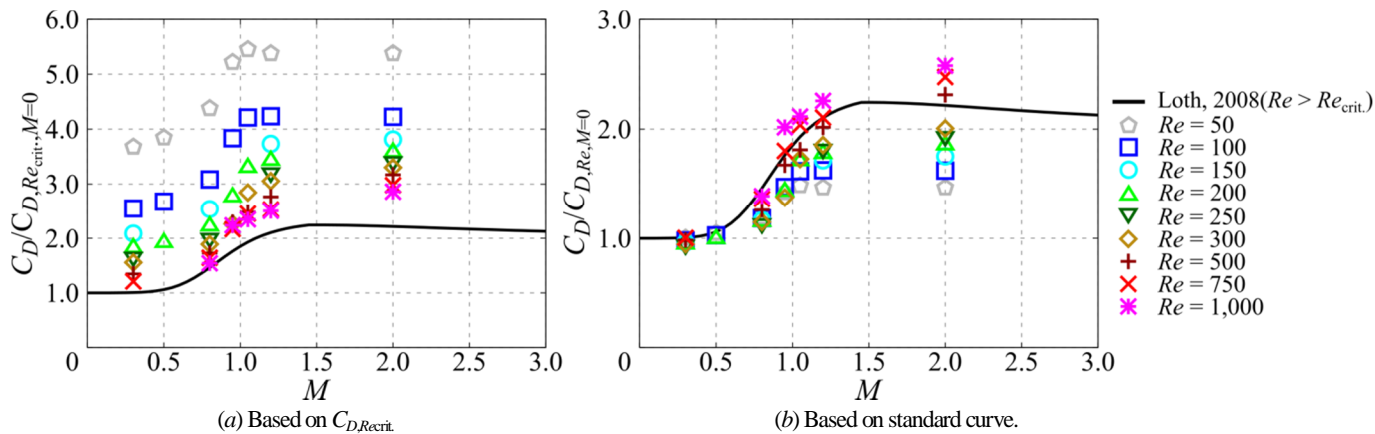


Fig. 4 Normalized drag coefficient (DNS).

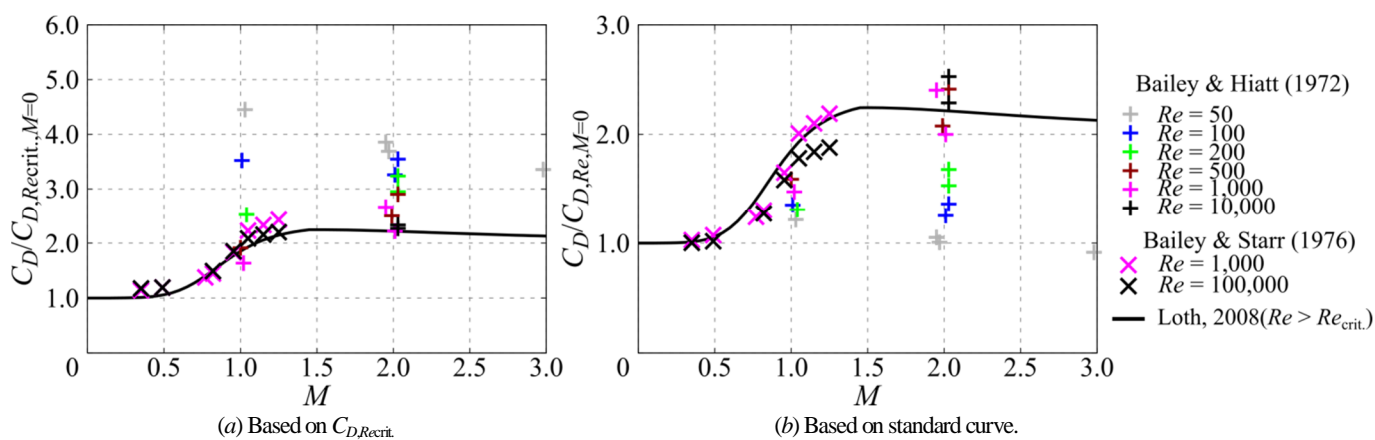


Fig. 5 Normalized drag coefficient (previous experimental data).

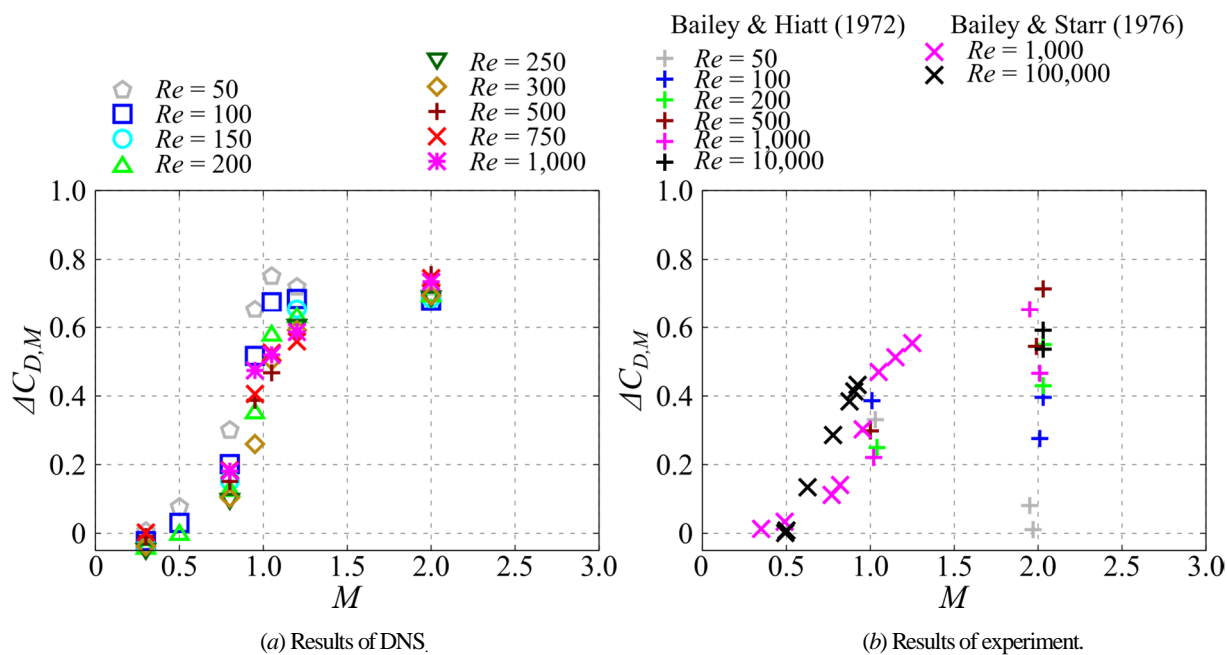


Fig. 6 Increment of drag coefficient by compressibility effect.

Fig. 6 に Mach 数の増加による抵抗係数の増分を示す。Fig. 6(a) より、DNS の結果は非圧縮性流れでの抵抗係数からの増分で整理すると比較的良い整理ができる。抵抗係数は低亜音速では非圧縮性流れと大差ないが、Reynolds 数が低い場合は  $M = 0.5$  においても抵抗係数に圧縮性の影響が見られる。 $M = 0.8$  ではその差はさらに大きく、Reynolds 数が小さい場合に圧縮性による抵抗係数の増加が大きい。Reynolds 数による抵抗係数への圧縮性の効果の差異は遷音速付近で最も顕著に現れる。超音速では DNS の結果では圧縮性による抵抗係数の変化量に対する Reynolds 数依存性は小さいが、特に  $M = 2.0$  では低 Reynolds 数で希薄気体の効果が現れていると考えられるため詳細な議論をするには DSMC での計算結果が必要である。Fig. 6(b) は過去の実験データから作成した圧縮性による抵抗係数の増分のプロットである。Reynolds 数方向にデータ点数が少ないが  $M = 2.0$  を除いて DNS の結果と同様の傾向が確認できる。 $M = 2.0$  では、DNS の結果は抵抗係数の増分に対する Reynolds 数依存性は比較的小さいが、実験データでは顕著に Reynolds 数依存性が確認でき、低 Reynolds 数で抵抗係数の増分は小さい。繰り返しになるが一部の条件では希薄気体の効果が無視できる領域ではなく、実験結果では  $M = 2.0$  の低 Reynolds 数では滑りの効果によって抵抗係数の増加が小さいが、DNS では抵抗係数を過大評価している可能性がある。そのため、詳細な議論は DSMC などの計算結果で行う予定である。

### 3. 等温静止球

粒子と流体に温度差がある場合、粒子近傍の流体が冷やされたり暖められたりすることで流れの特性が変化する。非圧縮性流れでは過去に Kurose et al.<sup>(40)</sup> が DNS で球の温度について調べており、抵抗係数や再循環領域の大きさが変化するなどを指摘した。我々のグループでは  $0.3 \leq M \leq 2.0$ ,  $100 \leq Re \leq 300$ ,  $0.5 \leq TR \leq 2.0$  で流れの様相や再循環領域の大きさ、剥離点の位置、そして抵抗係数や Nusselt 数など流れの基本的な性質を表すパラメータに対する流れの条件の影響について調べた<sup>(22)</sup>。温度による流れの特性の変化は境界層の流体が球によって加熱・冷却されるため当然主流ベースの Reynolds 数では整理できない。例えば Fig. 7 に DNS で算出した等温条件と断熱条件での抵抗係数を示す。断熱条件ではよく知られているように抵抗係数は Reynolds 数で整理でき、そこに Mach 数の効果が乗っている。一方、シンボルで示した等温条件での抵抗係数は Reynolds 数と Mach 数が同じであっても球と流体の温度比によって差異がある。温度の影響は、温度比が小さい場合は抵抗係数が小さく、温度比が大きい場合は抵抗係数が大きい。他にも剥離点の位置、再循環領域の長さ、再循環領域の渦中心の位置、衝撃波離脱距離、流れの様相などの流れを特徴づける様々なパラメータが変化する。これらの変化は球の温度によって境界層の粘性係数や密度が変化し、ひいては境界層の速度分布や剥離の様子が変化する事によって引き起こされる。そこで境界層の状態の変化に最も影響を受けると考えられる剥離点の位置によって温度の影響を整理することを試みた。この議論の詳細は Reynolds 数のレンジは狭くなるが我々の過去の文献<sup>(22)</sup> に詳しい。

Fig. 8 に剥離点の位置と抵抗係数の関係を示す。等温条件での結果をシンボルでプロットし、ラインで断熱条件の結果をプロットした。図から、抵抗係数に対する温度の影響は Mach 数ごとに剥離点の位置で整理できる。特に亜音速では等温条件の結果と断熱条件の結果は剥離点の位置で整理すればほぼ一致する。超音速流れでは亜音速流れの場合ほど等温条件と断熱条件の結果は一致しないが、それでも比較的良い整理ができる。圧力成分と粘性成分についても同様で、それぞれの成分に対する温度の影響を Mach 数ごとに整理できる。

低 Reynolds 数では、剥離点の位置が下流側に移動すれば圧力抵

抗は減少し、粘性抵抗は増加するというように剥離点の位置の変化が抵抗係数の変化を示す。一方で超音速流れの場合には離脱衝撃波による造波抵抗の成分があり、このような成分は剥離点の位置で整理できないと考えられるが、far-field 法等による抗力分解<sup>(39)</sup> は実施していない(試みたが遷音速の薄翼形状を対象とした手法であるためか、強い衝撃波が発生する鈍頭物体の超音速流れではうまく働かなかった) ため詳細な議論はできない。

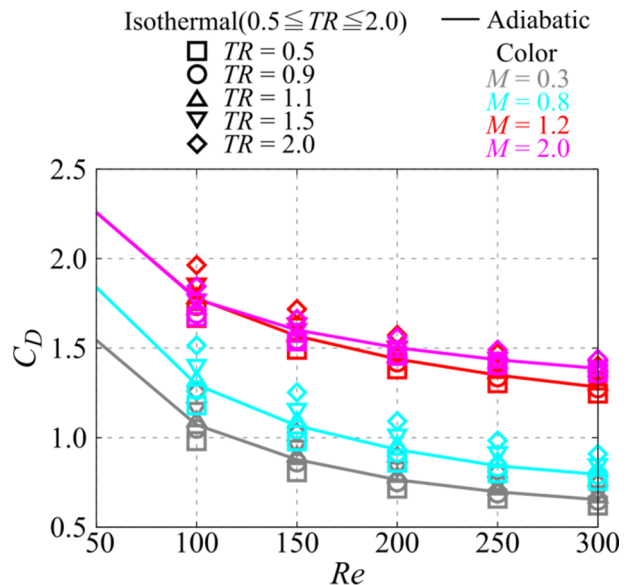


Fig. 7 Comparison of drag coefficient under isothermal and adiabatic conditions.

Fig. 8 に剥離点の位置と Mach 数で整理した流れの様相の分布を示す。流れの様相は粒子から放出される後流渦による乱流変動や粒子のクラスタリングを考える上で重要な指標であり、混相流のモデリングにおいて重要なデータの一つである。図から、流れの様相に対する温度比影響は Mach 数ごとに剥離点の位置によって整理できる。 $\theta_c = 180$  に完全付着流れがあり、 $\theta_c = 110-120$  以下で steady axisymmetric flow である。剥離点が上流側になるに従い steady planar-symmetric flow, hairpin wake, hairpin wake with side lateral oscillation, helical wake の順に遷移する。Mach 数の効果としては、剥離点で整理した場合でも Mach 数の影響はあくまで残る。 $M = 0.3$  では  $\theta_c \leq 120$  で定常軸対称流れであるが、Mach 数の増加に伴い定常軸対称流れが維持される剥離点の位置は上流側に移動し、 $M = 0.95$  で  $\theta_c \leq 111$  である。一方、 $M = 2.0$  は十分なデータがないため詳細な議論はできないが、 $M \geq 1.05$  では定常軸対称流れが維持される剥離点の位置は音速以下の場合とは逆に下流側に移動する。

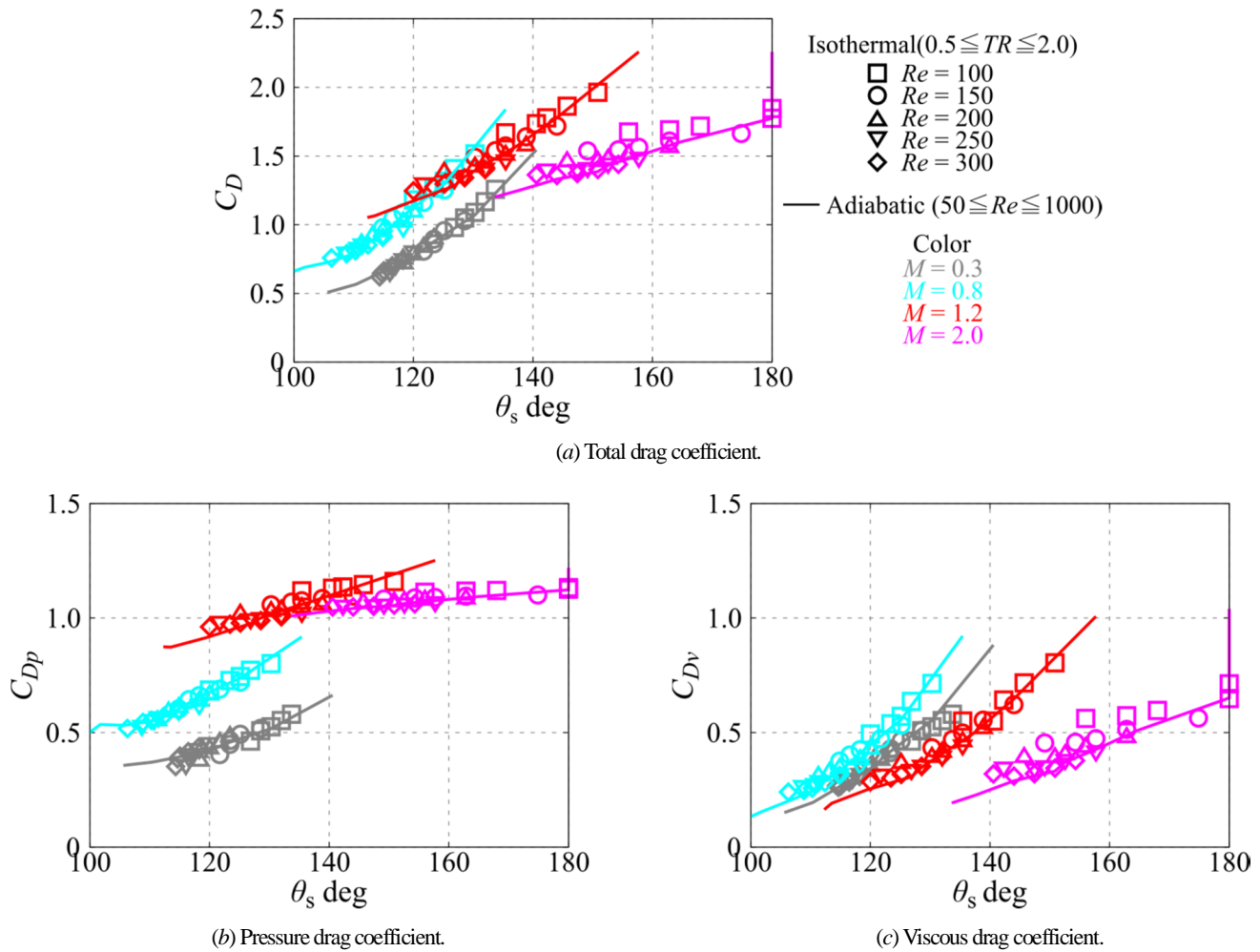


Fig. 8 Relationship between drag coefficient and position of separation point.

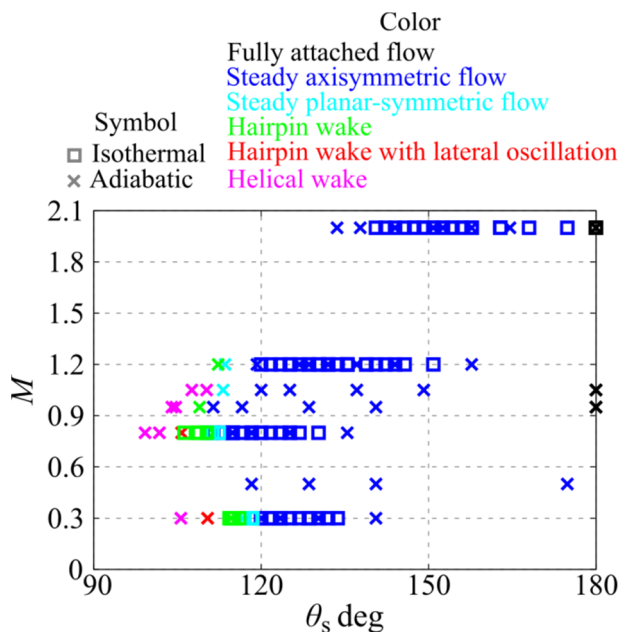


Fig. 9 Distribution of flow regime under adiabatic and isothermal conditions on separation point–drag coefficient plane.

## 5. まとめ

本研究では、著者らがこれまでに行った圧縮性低 Reynolds 数の球周り流れの DNS の結果と、過去に行われた実験結果の一部や抵抗モデル、最近行われた数値解析の結果を比較した。抵抗係数に関して、亜音速流れでは Loth の抵抗モデルは実験結果と DNS の結果と良い一致を示すが、Mach 数が増加すると抵抗モデルの予測値は実験結果や DNS との差異が大きくなる ( $0.8 \leq M \leq 1.2$ )。  $M = 2.0$  では抵抗モデルの予測値は実験結果と良い一致を示すが、壁面での滑りを考慮していないため DNS の結果は低 Reynolds 数でモデルや実験値との差異が大きい。また、抵抗係数に対する Mach 数の影響は従来の抵抗モデルでは Newton regime における実験結果から構築した非圧縮性流れと圧縮性流れでの抵抗係数の比を表す項で評価するが、低 Reynolds 数における圧縮性の影響の評価は陽的には書かれていない。実際に低 Reynolds 数領域まで含めると、従来のように非圧縮性流れとの比で整理した場合 Reynolds 数の影響を考慮したとしても圧縮性の影響は整理はできない。本研究では新たに非圧縮性流れでの抵抗係数との差に着目することで、希薄流れの効果が無い範囲で抵抗係数に対する圧縮性の影響を比較的整理できる可能性を示した。温度の影響に関しては抵抗係数や流れの様相に対する温度比の影響は剥離点の位置で整理し直すことで Mach 数ごとに整理できることを過去研究よりもより広い範囲のデータを用いて改めて示した。今後、必要な部分のデータを追加しながら混相流モデル構築に向けた解析を進めていく予定



である。

### 謝辞

本研究で行った計算はJAXA 所有のスーパーコンピュータシステム JSS2 で実行した。また、本研究の一部は科研費(17K06167, 18J11205, 18K18818)および東北大学学際高等研究教育院博士研究教育院生研究費の支援を受けた。ここに記して謝意を表す。

### 参考文献

- (1) Crowe, C. T., Schwarzkopf, J. D., Sommerfeld, M., and Tsuji, Y., "Multiphase flows with droplets and particles," Second edition, CRC Press, (2012).
- (2) Stokes, G. G., "On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums," *Trans. Cambridge Philosophical Society*, 9 (1850), pp. 8–106.
- (3) Clift, R. and Gauvin, W. H., "Motion of entrained particles in gas streams," *The Can. J. Chem. Eng.*, 49 (1971), pp. 439–448.
- (4) Schiller, L. and Naumann, A. Z., "Über die Grundlegenden Berechnungen bei der Schwerkraftaufbereitung," *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 77 (1933), pp. 318–320.
- (5) Schaaf, S. A. and Chambré, P. L., "The flow of rarefied gases," Section H of *Fundamentals of Gas Dynamics*, edited by H. W. Emmons, Princeton Univ. Press, (1958).
- (6) Carlson, D. J. and Hoglund, R. F., "Particle drag and heat transfer in rocket nozzles," *AIAA J.*, 2 (1964), pp. 1980–1984.
- (7) Crowe, C. T., "Drag coefficient of particles in a rocket nozzle," *AIAA J.*, 5 (1967), pp. 1021–1022.
- (8) Henderson, C. B., "Drag coefficients of spheres in continuum and rarefied flows," *AIAA J.*, 14 (1976), pp. 707–708.
- (9) Loth, E., "Compressibility and rarefaction effects on drag of a spherical particle," *AIAA J.*, 46 (2008), pp. 2219–2228.
- (10) Parmar, M., Haselbacher, A., and Balachandar, S., "Improved drag correlation for sphere and application to shock-tube experiments," *AIAA J.*, 48 (2010), pp. 1273–1276.
- (11) Crowe, C. T., Babcock, W. R., Willoughby, P. G., and Carlson, R. L., "Measurement of particle drag coefficients in flow regimes encountered by particles in a rocket nozzle," *Final Tech. Rep. the Period 1 Sept. 1967 through 28 February 1969, UTC 2296-FR, United Technology Center (1969).*
- (12) Bailey, A. B. and Hiatt, J., "Free-flight measurements of sphere drag at subsonic, transonic, supersonic, and hypersonic speeds for continuum, transition, and near-free-molecular flow conditions," *AEDC Tech. Rep., AEDC-TR-70-291 (1971).*
- (13) Zarin, N. A. and Nicholls, J. A., "Sphere drag in solid rockets—non-continuum and turbulence effects," *Combust. Sci. Tech.*, 3 (1971), pp. 273–285.
- (14) Saito, T., Marumoto, M., and Takayama, K., "Numerical investigations of shock waves in gas-particle mixtures," *Shock Waves*, 13 (2003), pp. 299–322.
- (15) Ragni, D., Schrijer, F., van Oudheusden, B. W., and Scarano, F., "Particle tracer response across shocks measured by PIV," *Exp. Fluids*, 55 (2011), pp. 53–64.
- (16) Williams, O. J. H., Nguyen, T., and Schreyer, A. –M., "Particle response analysis for particle image velocimetry in supersonic flow," *Phys. Fluids*, 27 (2015), pp. 076101.
- (17) Fang, C., Hong, L., Zifeng, Y., and Hui, H., "Tracking characteristics of tracer particles for PIV measurements in supersonic flows," *Chinese J. Aeronautics*, 30 (2017), pp. 577–585.
- (18) Handa, T., Koike, S., Imabayashi, K., "Estimation of the particle drag coefficients for compressible and rarefied flows using PIV and MTV data," *Proc. Int. Symp. Shock wave (2017).*
- (19) Nagata, T., Nonomura, T., Takahashi, S., Mizuno, Y., and Fukuda, K., "Investigation on subsonic to supersonic flow around a sphere at low Reynolds number of between 50 and 300 by direct numerical simulation," *Phys. Fluids*, 28 (2016), 056101.
- (20) Nagata, T., Nonomura, T., Takahashi, S., Mizuno, Y., and Fukuda, K., "Direct numerical simulation of flow past a sphere at a Reynolds number between 500 and 1000 in compressible flows," *Proc. 2018 AIAA SciTech (2018), AIAA 2018-0381.*
- (21) Sansica, A., Robinet, J. –Ch., Alizard, F., and Goncalves, "Three-dimensional instability of a flow past a sphere: Mach evolution of the regular and Hopf bifurcations," *J. Fluid Mech.*, 855 (2018), pp. 1088–1115.
- (22) Nagata, T., Nonomura, T., Takahashi, S., Mizuno, Y., and Fukuda, K., "Direct numerical simulation of flow around a heated/cooled isolated sphere up to a Reynolds number of 300 under subsonic to supersonic conditions," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 120 (2018), pp. 284–299.
- (23) Volkov, A. N., "Transitional flow of a rarefied gas over a spinning sphere," *J. Fluid Mech.*, 683 (2011), pp. 320–345.
- (24) Nagata, T., Nonomura, T., Takahashi, S., Mizuno, Y., and Fukuda, K., "Direct numerical simulation of flow past a transversely rotating sphere up to a Reynolds number of 300 in compressible flow," *J. Fluid Mech. (article in press).*
- (25) Yusuke, M., Takahashi, S., Nonomura, T., Nagata, T., and Fukuda, K., "Direct numerical simulation of shock waves passed by multiple particles using immersed boundary method," *Proc. 2016 AIAA SciTech (2016), AIAA 2018-0381.*
- (26) Schneiders, L., Günther, C., Meinke, M. & Schröder, W., "An efficient conservative cut-cell method for rigid bodies interacting with viscous compressible flows," *J. Comp. Phys.*, 311 (2016), pp. 62–86.
- (27) Das, P., Sen, O., Jacobs, G. & Udaykumar, H. S., "A sharp interface Cartesian grid method for viscous simulation of shocked particle-laden flows," *Int. J. Comp. Fluid Dynamics*, 31 (2017), pp. 269–291.
- (28) Riahi, H., Meldi, M., Favier, J., Serre, E. & Goncalves, E., "A pressure-corrected immersed boundary method for the numerical simulation of compressible flows," *J. Comp. Phys.* 374 (2018), pp. 361–383.
- (29) Taneda, S., "Experimental investigation of the wake behind a sphere at low Reynolds numbers," *J. Phys. Soci. Japan*, 11 (1956), pp. 1104–1108.
- (30) Sakamoto, H. and Haniu, H., "A study on vortex shedding from spheres in a uniform flow," *J. Fluid Eng.*, 112 (1990), pp. 386–392.
- (31) Magarvey, R. H. and Bishop, R. L., "Transition ranges for three-dimensional wakes," *Can. J. Phys.*, 39 (1961), pp. 1418–1422.
- (32) Johnson, T. A. and Patel, V. C., "Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300," *J. Fluid Mech.*, 378 (1999), pp. 19–70.
- (33) Slattery, J. C., Friichtenicht, J. F., and Hamermesh, B., "Interaction of micrometeorites with gaseous targets," *AIAA J.*, 2 (1964), pp. 543–548.
- (34) Goin, K. L. and Lawrence, W. R., "Subsonic drag of spheres at Reynolds numbers from 200 to 10,000," *AIAA J.*, 6 (1968), pp. 961–962.
- (35) Bailey, A. B. and Hiatt, J., "Sphere drag coefficient for a broad range

- of Mach and Reynolds numbers,” *AIAA J.*, 10 (1972), pp. 1436-1440.
- (36) Bailey, A. B. and Starr, R. F., “Sphere drag at transonic speeds at high Reynolds numbers,” *AIAA J.*, 14 (1976), pp. 1631–1631.
- (37) Phillips, W. F., “Drag on a small sphere moving through a gas,” *Phys. Fluids*, 18 (1975), 1089.
- (38) Stalder, J. R. and Zurick, V. J., “Theoretical aerodynamic characteristics of bodies in a free-molecule-flow field,” NACA Tech Note 2423 (1951).
- (39) Destarac, D., and van der Vooren, J., “Drag/thrust analysis of jet-propelled transonic transport aircraft; definition of physical drag components, *Aerosp. Sci. Technol.*, 8 (2004), pp. 545–55.
- (40) Kurose, R., Anami, M., Fujita, A., and Komori, S., “Direct numerical simulation of flow past a heated/cooled sphere,” *J. Fluid Mech.*, 692 (2012), pp. 332–346.