

直方体容器内多液面の非線形挙動に関する数値シミュレーション

Numerical simulation on nonlinear behavior of multi-surface liquid in a horizontally excited rectangular tank

- 遠藤悠輔, 東工大, 東京都目黒区大岡山 2-12-1-i6-29, E-mail: endo.y.ag@m.titech.ac.jp
 肖鋒, 東工大, 東京都目黒区大岡山 2-12-1-i6-29, E-mail: xiao.f.aa@m.titech.ac.jp
 高原弘樹, 東工大, 東京都目黒区大岡山 2-12-1-i1-312, E-mail: htakahar@vib.mes.titech.ac.jp
 Yusuke ENDO, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo
 Feng XIAO, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo
 Hiroki TAKAHARA, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo

In this paper, the behavior of free surface in a rectangular tank under periodical forcing is simulated using the thincFoam model that combines the THINC (tangent of hyperbola interface capturing) method and the interDyMFoam module in the open source CFD toolbox OpenFOAM. We firstly validate the thincFoam model with a single-surface sloshing experiment. We then focus on the three-dimensional nonlinear behavior of multi-surface liquid that is separated by a baffle in the tank. Our numerical simulations successfully reproduce two different regimes of the sloshing behavior corresponding to parametric and non-parametric resonance respectively. Furthermore, by analyzing the streamlines and the strength of vortex, we have clarified the major flow structures for the different oscillation regimes.

1. はじめに

自由界面を有する液体が外部からの加振を受け揺動する現象はスロッシングと呼ばれる⁽¹⁾。我が国では地震によるスロッシングの被害が古くから数多く報告されており、代表的な事例としては1964年の新潟地震や2003年の十勝沖地震、2011年の東北地方太平洋沖地震などが挙げられる。スロッシングによる事故は石油コンビナートやタンカー内の燃料タンクで発生することが多いが、ひとたび事故が起こると大規模な火災や海上への燃料の流出などの甚大な被害が誘発される。したがって、スロッシングの特性を把握することは工学上重要である。このような背景から、石油タンク等で広く用いられている矩形容器や円筒容器を対象としたスロッシング現象についての研究は、理論解析と実験の両面から数多く行われてきた。単一液面系の容器におけるスロッシング現象では、二次元的な液面の揺動が時間とともに三次元的な揺動に遷移する現象などが知られている^(2,3)。

一方で、化学プラントにおける反応層などで用いられる多液面を有する容器におけるスロッシングについての研究は少なかった。近年では容器底面に垂直な隔壁を、底面まで届かないように挿入した矩形容器を用いての研究が行われてきており、隔壁の左右の液面で揺動の振幅が異なる三次元揺動と呼ばれる現象が報告されている⁽⁴⁾。しかし、隔壁下部における複雑な流れを実験で正確に捉えることは困難であり、現状では振動特性は未解明である。

そこで本研究では、数値シミュレーションによって流れ場の様子を明らかにし、三次元揺動の振動特性を解明することを目的とする。スロッシングは揺動する液面に強い非線形性が現れるため、自由界面を高精度に解析できる必要がある。そこで、Xiaoらによって開発された高精度な自由界面捕獲法として知られる THINC 法^(5,6)を、オープンソース CFD ツールボックスの OpenFOAM に実装されている流体ソルバーと組み合わせた thincFoam⁽⁷⁾を用いる。THINC 法は界面を追跡する手法として広く用いられている VOF 法における体積率の不連続部分を双曲線正接関数を用いて表現する方法で、界面領域の厚みをコントロールすることで界面の拡散を防ぐことが可能である。

本報では、隔壁により液面が分けられた容器のスロッシングにおける三次元揺動をシミュレーションで再現するとともに、流れ場の解析結果について報告する。

2. スキームの概要

本研究では、オープンソース CFD ツールボックスの OpenFOAM を用いて次節以降に示すシミュレーションを行った。OpenFOAM にはメッシュの移動に対応した非圧縮多相流解析ソルバーである interDyMFoam が実装されているが、本研究ではこれをベースに界面追跡法の部分が THINC 法に置き換えられた thincFoam を用いた⁽⁸⁾。スキームの概要を以下に示す。

支配方程式は非圧縮性流れの連続の式およびナビエーストークス方程式である。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\eta(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)) - \frac{\mathbf{F}}{\rho} + \mathbf{g} \quad (2)$$

\mathbf{F} は体積力であり、これは Brackbill らの continuum surface force (CSF) モデルに基づいて表面張力を計算するものである。また、液体と気体の密度および粘度を $\rho_L, \rho_G, \eta_L, \eta_G$ とすると、 $\rho = \rho_L \phi + \rho_G (1 - \phi)$ 、 $\eta = \eta_L \phi + \eta_G (1 - \phi)$ となる。ここで、 ϕ は体積率であり、流体の種類を識別する関数である。

計算領域 $\Omega \subset \mathbf{R}^3$ に複数の流体が存在する場合を考えると、点 \mathbf{x} における流体を識別する関数 $H(\mathbf{x}, t)$ は以下のように定義される。

$$H(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad (3)$$

$H(\mathbf{x}, t) = 1$ のとき \mathbf{x} において流体 1 が存在する。このとき、流体粒子の速度を \mathbf{v} とすれば、 $H(\mathbf{x}, t)$ に関する移流方程式は次のようになる。

$$\frac{D}{Dt} (H(\mathbf{x}, t)) = 0 \quad (4)$$

または、オイラー形式で表して

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}H) = H \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (5)$$

計算領域が N 個のセル Ω_i ($i = 1, 2, \dots, N$) に分割されているとき、 i 番目のセルにおける体積率は次式で表される。

$$\phi_i(t) = \frac{1}{\Delta V_i} \int_{\Omega_i(\mathbf{x})} H(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} \quad (6)$$

ΔV_i は*i*番目のセルの体積である。したがって、流体1は0と1の間の値を持つセルによって識別され、 $0 < \phi_i(t) < 1$ となるセルが界面となる。

式(3)より、式(6)は、有限体積法を用いて次式のように離散化される。

$$\frac{d\phi_i(t)}{dt} + \frac{1}{\Delta V_i} \sum_{j=1}^J \left(v_{n_{ij}} \int_{S_{ij}} H(\mathbf{x}, t) dS \right) = \frac{\phi_i(t)}{\Delta V_i} \sum_{j=1}^J (v_{n_{ij}} \Delta S_{ij}) \quad (7)$$

J はセルが持つ面の数で、二次元四面体セルならば4、三次元六面体セルならば6となる。アルゴリズム中において式(7)を解き体積率が更新されるが、式(7)を解くために数値流束 $v_{n_{ij}} \int_{S_{ij}} H(\mathbf{x}, t) dS$ を離散化された体積率 ϕ_i により計算する。THINC法では、 $H(\mathbf{x})$ は以下の双曲線正接関数を用いた区分近似関数 $H_i(\mathbf{x})$ により局所的に近似される。

$$H_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh(\beta(P_i(x, y, z) + d_i)) \right) \quad (8)$$

$P_i(x, y, z) + d_i$ は $P_i(x, y, z)$ を二次多項式とする界面の方程式で

ある。また、 β は界面の幅を決定するパラメータであり、これによって界面の厚みをコントロールすることで界面の拡散を完全に除去することが可能である。

3. スキームの検証

3.1 ベンチマークテスト

六面体構造格子を用いて球体の変形に関するベンチマークテスト⁶⁾を行い、interDyMFoamとthincFoamの結果を比較し性能を検討した。なお、VOF値の初期分布は以下で与えた。

$$H(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \sqrt{(x-0.35)^2 + (y-0.35)^2 + (z-0.35)^2} \leq 0.15 \\ 0 & \text{(上記以外)} \end{cases} \quad (9)$$

また、 x, y, z 方向の変形速度は次式とした。

$$\mathbf{u} = \begin{cases} 2\sin^2(\pi x) \sin(2\pi y) \sin(2\pi z) \cos \frac{\pi t}{T} \\ -\sin(2\pi x) \sin^2(\pi y) \sin(2\pi z) \cos \frac{\pi t}{T} \\ -\sin(2\pi x) \sin(2\pi y) \sin^2(\pi z) \cos \frac{\pi t}{T} \end{cases} \quad (10)$$

図1に変形後の球体、表1に各格子サイズにおける誤差と収束率を示す。なお図1に示した球体は、格子サイズ128³のものである。誤差は変形後に元の球体形状がどれだけ保たれているかを表し、収束率 ϵ は次式から計算される。

$$\epsilon = \log_2 \left(\frac{\epsilon_L}{\epsilon_F} \right) \quad (11)$$

ϵ_F は ϵ_L よりも1段階小さい格子サイズにおける誤差の値をとる。例えば ϵ_L が格子サイズ32³における誤差の値ならば、 ϵ_F は64³における誤差の値をとり収束率を計算する。

図1より、thincFoamはinterDyMFoamに比べ変形後も元の球体の形状をよく保てていることが分かる。また、表1より、thincFoamはinterDyMFoamに比べ全ての格子サイズにおいて誤差が小さく、収束率は大きくなっていることが分かる。以上より、thincFoamの界面の捕獲精度の高さを確認できた。

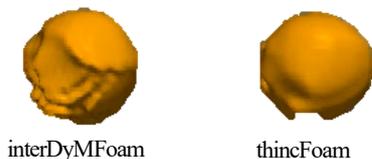


Fig. 1: 変形後の球体

Table 1 各計算格子における誤差と収束率

スキーム	計算格子				
	32 ³	収束率	64 ³	収束率	128 ³
interDyMFoam	9.95 × 10 ⁻³	1.06	4.78 × 10 ⁻³	1.24	2.03 × 10 ⁻³
thincFoam	7.57 × 10 ⁻³	1.40	2.87 × 10 ⁻³	1.72	0.87 × 10 ⁻³

3.2 単一液面系のスロッシングシミュレーション

隔壁等によって容器内の液面が区切られていない、単一液面系でスロッシングのシミュレーションを行い、Panigrahyらの実験⁹⁾と比較しシミュレーションの妥当性を検討した。図2に計算に用いたモデルを示す。容器形状は直方体で、 x 方向の幅は600 mmである。容器内液体は水とし、液深 h を100 mm, 150 mm, 200 mm, 250 mmとした5ケースについてシミュレーションを行った。この容器を x 方向に変位 $X = 0.002 \sin \omega t$ で100秒間加振し、壁面における波高の最大変位を測定した。なお、励振振動数 ω は2.07 rad/sおよび2.64 rad/sとした。また、境界条件として壁面における流速にはすべりなし条件を課した。計算に使用したスキームはthincFoamである。

図3に各液深における液面の最大変位を示す。実験とシミュレーションを比較すると、全ての励振振動数および液深について液面の最大変位が近い値をとっていることが分かる。また、励振振動数が大きい方が最大変位が大きくなるという特徴と、同じ励振振動数でも液深が深くなるほど波高の最大変位が小さくなるという傾向も一致している。以上のことから、thincFoamはスロッシングのシミュレーションにおいても界面を精度良く再現することができ、シミュレーションも正しく行えていることが確認できた。

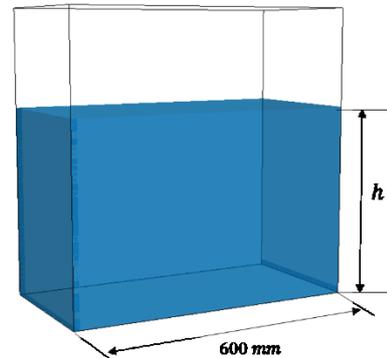


Fig. 2: 計算モデル

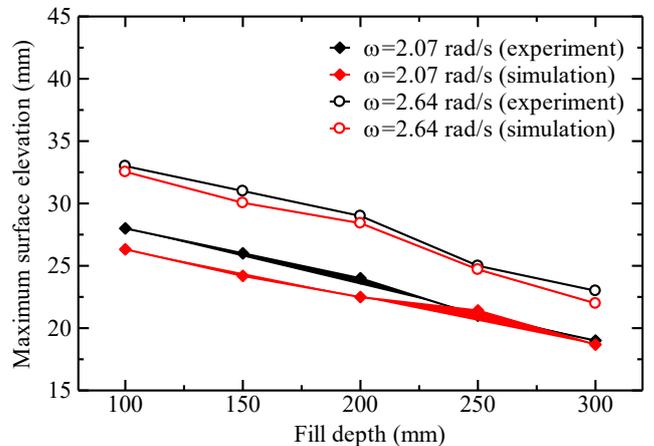


Fig. 3: 各液深における液面の最大変位

4 多液面系のスロッシングシミュレーション

容器内の液体が隔壁で区切られた多液面系のスロッシングでは、それぞれの液面が同相で揺れる(1,0)モードと逆相で揺れる(1,1)モードの固有振動数近傍のごく狭い周波数範囲において、液面の揺動に振幅差が生じる三次元揺動が発生することが報告されている⁽⁴⁾。本研究では、まず三次元揺動をシミュレーションで再現し、得られた結果をもとに流れ場の様子を調べた。

4.1 計算条件

図4に計算に用いたモデルを示す。容器形状は立方体であり、 x, y 方向の幅はそれぞれ $a = 105 \text{ mm}$, $b = 105 \text{ mm}$ である。隔壁の厚さは $d = 10 \text{ mm}$ とした。容器内液体は水とし、液深は $h = 150 \text{ mm}$ 、隔壁下部の開口幅は $c = 30 \text{ mm}$ とした。この容器を変位 $X = 0.0004 \sin \omega t$ で 300 秒間加振し、励振周波数 $\omega = 1.85 \text{ Hz}$ および 1.88 Hz についてシミュレーションを行い壁面における液面の高さの時間変化を測定した。隔壁の左右それぞれの液面の高さを測定するため、測定点は各液面の中央である $P_1 (-50 \text{ mm}, 210 \text{ mm})$ および $P_2 (50 \text{ mm}, 210 \text{ mm})$ の二箇所とした。なお、境界条件として壁面における流速にはすべりなし条件を課した。また、容器上部は解放されている状況を想定し、流速は勾配ゼロ、圧力は 0.1013 MPa とした。

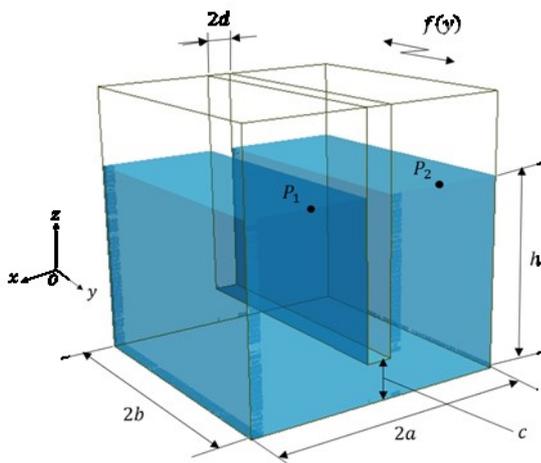


Fig. 4: 計算モデル

4.2 計算結果

4.2.1 液面高さの時間変化

図5に液面高さの時間変化を示す。1.85 Hz では計算開始から終了まで P_1 と P_2 における液面がほぼ等しい振幅で揺動していることが分かる。一方で 1.88 Hz では、はじめの約 40 秒間は隔壁左右の液面が等しい振幅で揺動しているが、徐々に P_1 側の液面の振幅が減少し、最終的に両者の液面の振幅に大きな差が生じたところで定常となっている。

以上より、液面の振幅に差が生じるという三次元揺動の特徴をシミュレーションによって再現することができた。また、1.85 Hz および 1.88 Hz のそれぞれにおける液面のふるまいの違いが再現されたことから、流れ場についても正しく解析できていると判断できる。

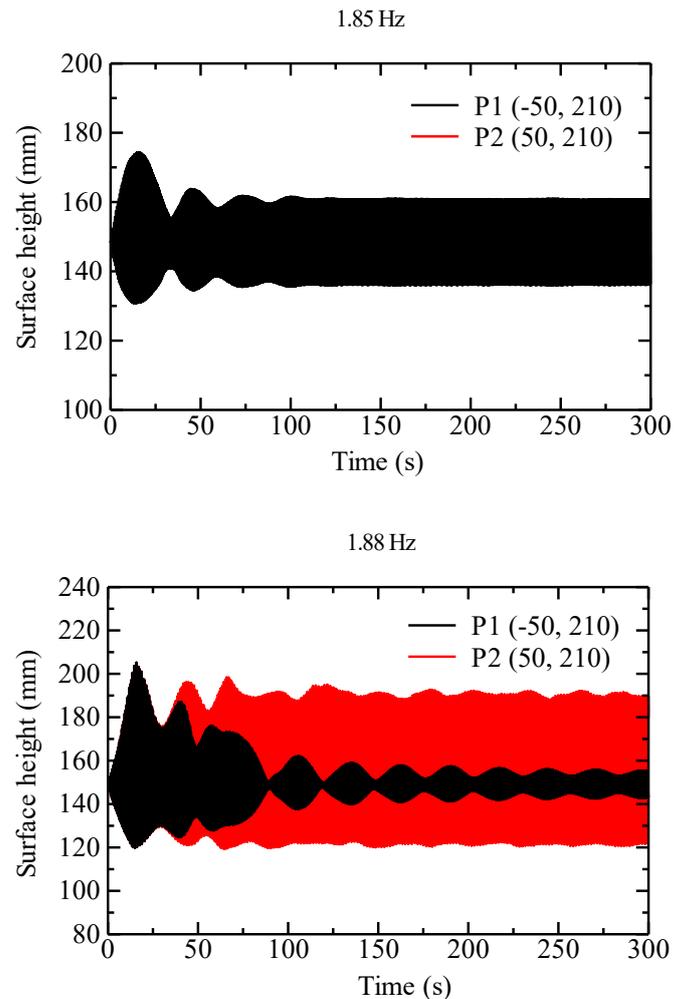


Fig. 5: 液面高さの時間変化

4.2.2 周波数分布

液面の揺動に支配的となっている要因を解明するため、シミュレーションから得られた液面高さの時間変化をフーリエ解析して振幅を求め、周波数分布を調べた。フーリエ解析には図5に示したグラフにおいて液面のふるまいが定常となつてからのデータを用いた。なお、本研究で行ったフーリエ解析は高速フーリエ変換(FFT)によるものであり、データ数は $2^9 = 512$ 個、データ間隔は 0.1 秒である。また、実際にフーリエ解析を行ったのは 200 秒～251.2 秒のデータである。

図6に容器の励振周波数 1.85 Hz および 1.88 Hz における周波数分布を示す。どちらの周波数でも、測定点 P_1 と P_2 で周波数の分布の違いは見られない。また、容器の励振周波数が 1.85 Hz の周波数分布は 1.851 Hz において振幅が最大となっており、1.88 Hz の周波数分布は 1.875 Hz において振幅が最大となっていることが分かった。したがって、容器の励振周波数と液面の揺動の周波数がほぼ一致していることから、液面の周波数が決定されるのに支配的な要因となっているのは容器の励振周波数であると考えられる。また、 P_1 と P_2 における周波数分布の違いが見られないことから、三次元揺動においてはそれぞれの液面の変位には大きな差が生じるものの、液面の周波数は同じであることが分かった。

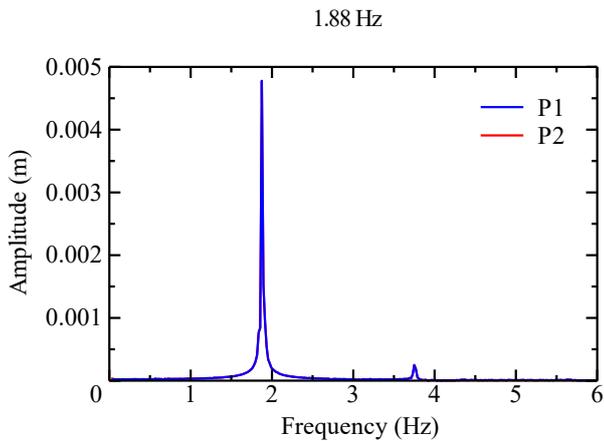
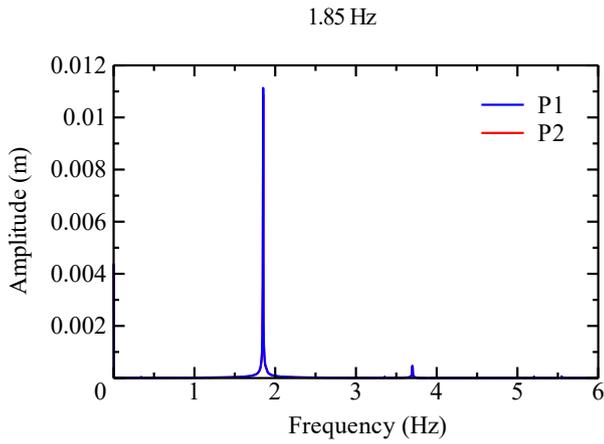


Fig.6: 周波数分布

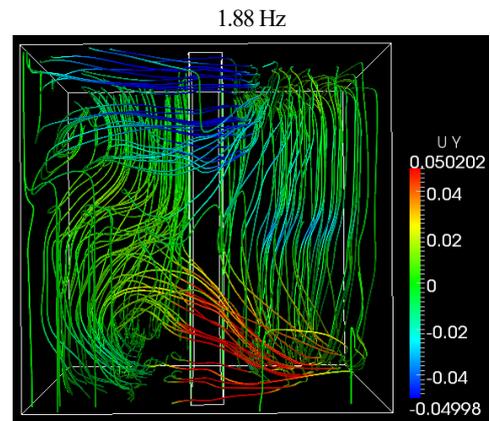
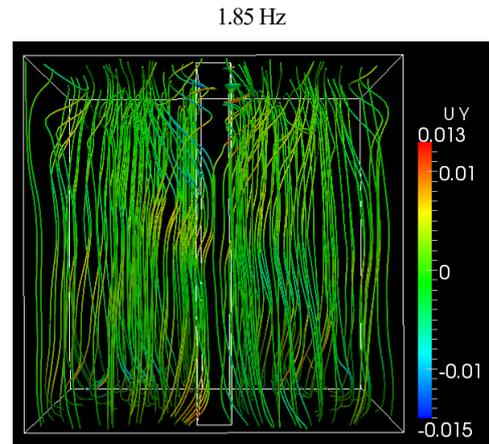


Fig.7: 隔壁下部の流線

4.2.3 流れ場の解析

流線をもとに三次元揺動における流れ場の様子を考察した。図7にそれぞれの励振振動数における流線を示す。なお、隔壁下部の流れに焦点を当てるために、図は x - z 断面を示している。1.85 Hz では容器の励振方向のみに流線が分布しているのに対し、1.88 Hz では励振方向と垂直の方向に流れの移動が確認できる。実際に、図8に示した隔壁下部を通過する体積流量の時間変化のグラフから、1.85 Hz では体積流量が300秒間ほぼゼロであることが分かる。一方で、1.88 Hz では体積流量が概ね $-0.0001 \text{ m}^3/\text{s} \sim 0.0001 \text{ m}^3/\text{s}$ の値をとっており、周期的に分布している。なお、体積流量はセルの面積 S_i 、セルにおける流速 u_i 、法線ベクトル n_i を用いて以下のようにして求めている。

$$\phi = \sum S_i \times u_i \cdot n_i \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (12)$$

したがって、三次元揺動においては隔壁の左右で交互に流れの移動が行われていると考えられる。

また、1.88 Hz における流線を調べた結果、隔壁の下部で図9に示すような渦を巻く流線が300秒間の中で高頻度に確認できた。そこで、渦の強度を求め、等値面を作成し評価した。渦の強度を評価する物理量は次式から求められる⁽¹⁰⁾。

$$Q = \frac{1}{2} (\Omega_{ij} \Omega_{ij} - S_{ij} S_{ij}) \quad (13)$$

ただし、 Ω_{ij} は回転テンソル、 S_{ij} は速度変形テンソルであり、流速 u から以下のようにして得られる。

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (14)$$

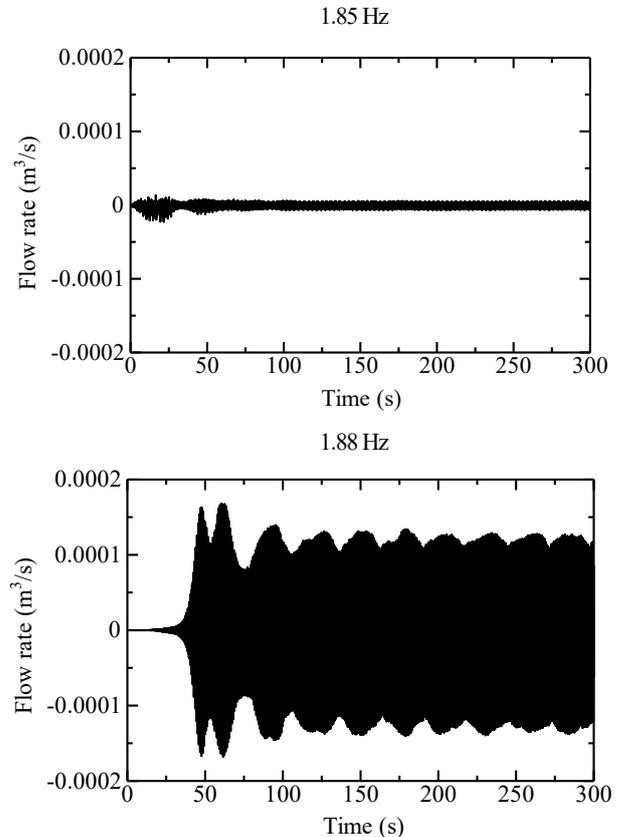


Fig.8: 隔壁下部を通過する体積流量の時間変化

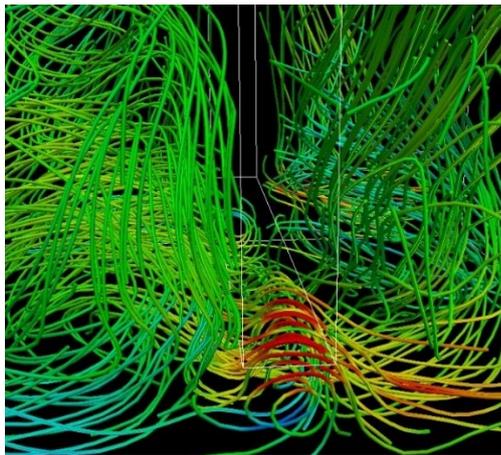
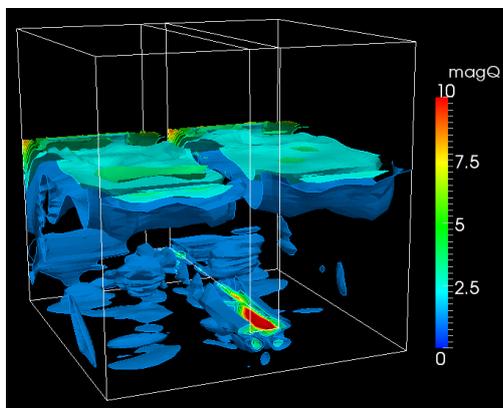


Fig.9: 渦を巻く流線

1.85 Hz



1.88 Hz

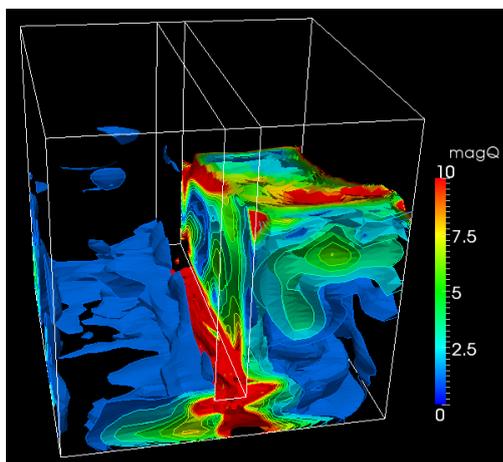


Fig.10: 液体領域における渦の強度

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (15)$$

図 10 に液体領域における Q の等値面を示す。1.85 Hz では液体内部における Q の値が非常に小さいことから、内部で渦はほぼ発生していないことが分かる。液面近くでは渦の強度が大きくなっているが、これは液面の揺動によるものであると考えられる。一方で 1.88 Hz では、隔壁左側では渦の強度は非常に小さく、隔壁右

側で大きくなっており、分布もより複雑になっていることが分かる。また、隔壁下部において渦の強度が非常に大きくなっており、これは隔壁の左右に流れの移動があるためであると考えられる。したがって、容器の励振に垂直な方向の流れが渦をつくりだし、それが三次元揺動の発生に起因している可能性が考えられる。

5. まとめ

THINC 法と OpenFOAM の既存スキームが組み合わされた `thinFoam` を用いて、多液面系のスロッシング現象のシミュレーションを行い、以下の結果を得ることができた。

- ・ 隔壁左右の液面で振幅差が生じる三次元揺動を再現することができた。
- ・ 液面の揺動の周波数には容器の励振周波数が支配的な要因であることが分かった。
- ・ 三次元揺動においては隔壁の下部において容器の励振と垂直方向に流れの移動があることが確認できた。また、隔壁下部で強度の大きい渦が発生していることが分かった。

今後は渦の強度などをもとに定量的な評価を行い、三次元揺動の揺動特性の解明を目指す。

参考文献

- (1) 小松敬治 著. スロッシング 液面揺動とタンクの振動, 森北出版 (2015).
- (2) Raouf A. Ibrahim. Liquid Sloshing Dynamics Theory and Applications, *Cambridge University Press*(2005)
- (3) 木村 康治, 高原 弘樹, 小倉 秀夫. ピッチング励振を受ける直方体容器内の三次元スロッシング解析, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.62, No596(1996), pp 1285-1294.
- (4) 高原 弘樹, 青柳 仁, 中野 寛. 多液面を有する直方体容器内液面の非線形揺動特性 (液面を分ける隔壁に平行な励振に対する三次元揺動の発生条件), *Dynamics and Design Conference 2017 講演論文集*(2017), pp 331-342.
- (5) F. Xiao, Y. Honma, K. Kono. A simple algebraic interface capturing scheme using hyperbolic tangent function, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 48 (2005), pp 1023-1040.
- (6) Satoshi Ii a, Kazuyasu Sugiyama, Shintaro Takeuchi, Shu Takagi a, Yoichiro Matsumoto, Feng Xiao. An interface capturing method with a continuous function: The THINC method with multi-dimensional reconstruction, *Journal of Computational Physics* 231 (2012), 2328-2358.
- (7) 中山 裕貴, 謝 彬, 肖 鋒. 自由界面多相流数値解析モデル `thinFoam` による液体分裂のシミュレーション, 第 29 回数値流体力学シンポジウム (2015).
- (8) Suraj S Deshpande, Lakshman Anumolu, Mario F Trujillo. Evaluating the performance of the two-phase flow solver `interFoam`, *Computational Science & Discovery* 5 (2012).
- (9) P.K. Panigrahy, U.K. Saha, D. Maity. Experimental studies on sloshing behavior due to horizontal movement of liquids in baffled tanks, *Ocean Engineering* 36 (2009), pp 213-222.
- (10) Jeong J., Hussain F. On the identification of a vortex, *Journal of Fluid Mechanics* 332 (1995), pp 339-363.