

構造物の損傷を考慮した有限要素法に基づく 流体－構造連成解析手法の構築

Fluid-Structure Interaction Analysis Considering Structural Damage Based on Finite Element Method

- 凌 国明, 中央大学, 東京都文京区春日 1-13-27, E-mail : a13.kkbf@g.chuo-u.ac.jp
車谷 麻緒, 茨城大学, 茨城県日立市中成沢町 4-12-1, E-mail : mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp
檜山 和男, 中央大学, 東京都文京区春日 1-13-27, E-mail : kaz@civil.chuo-u.ac.jp
Guoming LING, Chuo University, Kasuga 1-13-27, Bunkyo-ku, Tokyo, 112-8551
Mao KURUMATANI, Ibaraki University, Nakanarusawa 4-12-1, Hitachi, Ibaraki, 316-8511
Kazuo KASHIYAMA, Chuo University, Kasuga 1-13-27, Bunkyo-ku, Tokyo, 112-8551

To evaluate the structural failure and collapse by tsunami disaster can be helpful for making designing of structure around coastal area. In this paper, a one-way coupling fluid-structure interaction model considering structural damage based on finite element method is developed. For the free surface flow, the phase-field model using Allen-Cahn equation is applied. The structure is assumed to be elastic body and the cohesive crack model is applied to evaluate dynamic fracture behavior using explicit dynamic finite element method. To test the effectiveness of the present method, static water acting on a structure is simulated.

1. はじめに

東北地方太平洋沖地震による津波は、数多くの防波堤やビルなどの構造物を破壊した。津波現象や構造物の損傷メカニズムを数値シミュレーションにより解明することは、将来の津波に対する防災・減災の対策を行うために重要であると言える。

そこで本研究では、構造物の損傷を考慮した有限要素法に基づく流体－構造連成解析手法の構築を行うことを目的とする。流体解析における自由表面の取り扱い手法としては、ロバスト性が高く、界面幅が保たれる Phase-Field モデルを用いる。また、構造解析には車谷ら^{(1),(2)}により提案された Cohesive crack モデルを用いた動的ひび割れ進展解析手法を適用する。

2. 数値解析手法

2.1 流体に関する数値解析手法

2.1.1 流れ場の支配方程式

流れ場の支配方程式である Navier-Stokes の運動方程式 (1) と連続式 (2) を以下に示す。

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - f_i \right) + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

ここで、 u_i , f_i , p , ρ , μ はそれぞれ流速、物体力、圧力、密度、粘性係数である。

2.1.2 自由表面位置の支配方程式

自由表面流れ解析における界面の捕捉手法として、本論文では Phase-Field モデルの導入を行う。支配方程式としては、Allen-Cahn 方程式^{(3),(4)}を用いている。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = -M_a [\xi(\phi) - k_\phi \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_j^2} + \kappa \left| \frac{\partial \phi}{\partial x_k} \right| \right)] \quad (3)$$

ここで、 ϕ は界面関数であり、液体であれば 1.0、気体であれば 0.0、気液界面は 0.5 と定義する。また、Allen-Cahn

方程式において、 M_a , $\xi(\phi)$, k_ϕ , κ は次式のように表される。

$$M_a = \frac{2b^2}{\delta^2} M \gamma, \quad b = 2 \tanh^{-1}(1 - 2\lambda), \quad \delta = a_\delta h_\delta, \quad (4)$$

$$\xi(\phi) = \frac{\partial f(\phi)}{\partial \phi}, \quad f(\phi) = \phi^2(1 - \phi)^2, \quad (5)$$

$$k_\phi = \frac{\delta^2}{2b^2}, \quad (6)$$

$$\kappa = \nabla \cdot \mathbf{n}, \quad \mathbf{n} = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}. \quad (7)$$

ここに、 M , γ , δ , h_δ , κ , \mathbf{n} はそれぞれ界面モビリティ、界面エネルギー、連続的に変化する気液界面幅、要素の代表長さ、界面曲率、界面法線ベクトルである。なお、 a_δ は気液界面幅を決める係数で、本論文では $a_\delta = 2.0$ としている。また、 $\lambda = 0.1$ としている。なお、各節点における密度 ρ と粘性係数 μ は計算された界面関数値を用いて、式 (8), (9) のように決定できる。

$$\rho = \rho_l \phi + \rho_g (1 - \phi) \quad (8)$$

$$\mu = \mu_l \phi + \mu_g (1 - \phi) \quad (9)$$

ここで、 ρ_l , ρ_g , μ_l , μ_g はそれぞれ液体、気体の密度及び粘性係数である。

2.1.3 離散化手法

Navier-Stokes の運動方程式 (1) と連続式 (2) に対しては SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限要素法⁽⁵⁾を、Allen-Cahn 方程式 (3) に対しては SUPG 法に基づく安定化有限要素法⁽⁶⁾を適用し、三角形 1 次要素を用いて、空間方向の離散化を行う。時間方向の離散化には Crank-Nicolson 法に基づく差分近似を適用する。また、連立一次方程式の解法には Element-By-Element 処理による Bi-CGSTAB 法を適用する。

2.1.4 流体力の計算

支配方程式 (1), (2) に対し, 有限要素法を適用し得られる弱形式の境界積分項より流体力を求める. Fig.1 の構造物周り一層分のメッシュにより構成される領域 Ω^0 では,

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega^0} w_i^h \cdot \rho \left(\frac{\partial u_i^h}{\partial t} + u_j^h \frac{\partial u_i^h}{\partial x_j} - f_i \right) d\Omega - \int_{\Omega^0} \frac{\partial w_i^h}{\partial x_i} p^h d\Omega \\ & + \int_{\Omega^0} q^h \frac{\partial u_i^h}{\partial x_i} d\Omega + \int_{\Omega^0} \frac{\partial w_i^h}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial u_i^h}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^h}{\partial x_i} \right) d\Omega \\ & = \int_{\Gamma_{in}} w_i^h t_i d\Gamma, \end{aligned} \quad (10)$$

が成り立つ. ここで, w_i^h , q^h は重み関数である. Γ_{in} は, Fig.1 に示すように, 構造物周りの境界を表す. よって, 境界 Γ_{in} においてトラクション項を積分し, 計算された流速と圧力を式 (10) に代入することにより構造物に働く流体力が求められる.

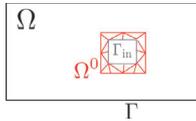


Fig. 1: Computational domain of fluid force

2.2 構造に関する数値解析手法

2.2.1 Cohesive Crack モデル (1),(2)

不連続面を含む準脆性材料の動的問題に対する Cohesive crack モデルを用いた弱形式の支配方程式は, 通常の弾性体の弱形式にペナルティ項による剛性, または, Cohesive crack モデルによる剛性による項を加えたものとなり, 次のように表される.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} (\partial \mathbf{u}^*)^T \mathbf{D} (\partial \mathbf{u}) d\Omega + \int_{\Omega} \rho_s \ddot{\mathbf{u}} \mathbf{u} d\Omega \\ & + \int_{\Gamma_D} p_D (\mathbf{u}^{*[1]} - \mathbf{u}^{*[2]}) (\mathbf{u}^{[1]} - \mathbf{u}^{[2]}) d\Gamma \\ & = \int_{\Omega} \mathbf{u}^{*T} \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_t} \mathbf{u}^{*T} \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \end{aligned} \quad (11)$$

$$p_D = \begin{cases} p_0 & \text{on } \Gamma_P \\ p^{\text{coh}} & \text{on } \Gamma_{PZ} \end{cases} \quad (12)$$

ここに, \mathbf{u} , ρ_s , \mathbf{D} , \mathbf{b} , $\bar{\mathbf{t}}$, p_0 , p^{coh} , Ω , Γ_t , Γ_P , Γ_{PZ} はそれぞれ, 変位, 密度, 弾性係数行列, 物体力, 外力ベクトル, ペナルティ係数, 不連続面における相対変位間をつなぐバネの剛性, 全体領域, 表面力が加わっている領域, ペナルティ法を適用する結合領域, Cohesive crack モデルによるバネ剛性が適用される破壊進行領域である. 式 (11) の第三項については, ひび割れが発生する前の弾性解析は通常のペナルティ法を適用し, ひび割れが発生した後は Cohesive crack モデルによる引張軟化の非線形解析へ移行する.

2.2.2 破壊の判定

材料界面の破壊の発生では界面での表面力を用いて次の二つの式で評価する.

$$\mathbf{t}_P = p_0 (\mathbf{u}^{[1]} - \mathbf{u}^{[2]}) \quad (13)$$

$$\mathbf{t}_P \cdot \mathbf{n} > 0 \quad \text{and} \quad \|\mathbf{t}_P\| \geq f_t \quad (14)$$

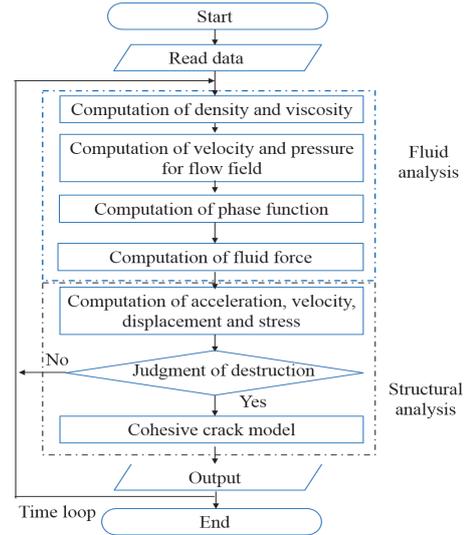


Fig. 2: Computational flowchart

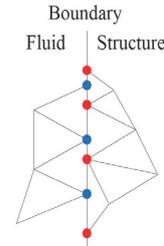


Fig. 3: Nodes at the boundary of fluid and structure (blue: fluid; red: structure)

ここで, \mathbf{t}_P は表面力であり, n が外向き法線ベクトルであり, f_t は引張強度である. また, 本研究ではペナルティ係数 p は構成材料のヤング率の 10^4 倍の値を用いる.

2.3 流体-構造連成解析手法

Fig.2 に本手法の解析フローチャートを示す. 現段階において, 本手法は片方向連成であり, 流体解析の後に構造解析を行っている. 任意格子を適用するため, Fig.3 に示すように, 流体と構造の界面上における節点の位置が不一致の場合では, 構造の節点の流体力を流体側の節点の値により, 線形補間で求められ, 構造解析の境界条件として構造解析を行う.

3. 数値解析例

3.1 越流堰ありのダムブレイク問題

Fig.4 に示す越流堰ありのダムブレイク問題を取り上げ, Allen-Cahn 方程式に基づく Phase-Field モデルを用いた自由表面流れ解析手法の有効性を検証する. 検証は, 水理実験の結果 (7) および VOF 法 (8) による解析結果と比較によって行う. 初期条件としては, 水理実験と同様に, 長方形の水槽の片側に水を貯め, 瞬時にフリーにする. 水, 空気の密度と粘性係数はそれぞれ, $\rho_l = 998.0 \text{ kg/m}^3$, $\rho_g = 1.205 \text{ kg/m}^3$, $\mu_l = 1.01 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\mu_g = 1.81 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ を与える. 解析メッシュとして構造格子を用い, 最小メッシュ幅は 0.004 m , 時間増分量は 0.001 s とし, 解析を行う. 境界条件は Slip 条件を適用する.

Fig.5 に時刻 0.2 s , 0.3 s , 0.4 s , 0.5 s における水面形状

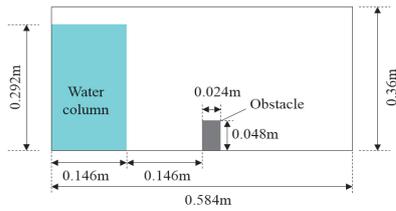


Fig. 4: Computational model

の解析結果と実験結果の比較を示す。比較より、Phase-Field モデルを用いた解析結果は VOF 法による解析結果より良く実験結果と一致することが確認できる。また、Phase-Field モデルを用いた解析結果では界面の拡散が抑えられ、界面幅が一定で保つことが分かる。

3.2 重力式コンクリートダムクラック進展解析

構造物の損傷を考慮した流体-構造連成解析手法を検討するため、Fig.6 に示すモデルを用いて解析を行う。荷重は Fig.6 に示すような静水圧を与えている。また、境界条件は Slip 条件を適用する。

本例題の解析結果については、講演時に述べる。

4. おわりに

本論文では、構造物の損傷を考慮した有限要素法に基づく流体-構造連成解析手法の構築を行うため、Cohesive crack モデルを用いた動的ひび割れ進展解析手法の導入を行った。また、Phase-Field モデルを用いた自由表面流れ解析の有効性を検証した。その結果、Phase-Field モデルによる解析結果は実験結果と良い一致を示し、界面を一定幅で保つことが確認できた。

今後は、構造物の損傷を考慮した流体-構造連成解析手法の有効性の検証を行う予定である。

参考文献

- (1) 車谷麻緒, 寺田賢二郎, “Cohesive crack モデルに対する陽的近似アルゴリズムの提案とその性能評価”, 土木学会論文集 A, 64(3)(2008), pp. 627-638.
- (2) 岩田暁, 車谷麻緒, 寺田賢二郎, 岡澤重信, 榎山和男, “高速引張荷重を受けるコンクリートのメソスケール破壊シミュレーション”, 応用力学論文集, 12(2009), pp. 311-319.
- (3) Beaucourt, J., Biben, T., Leyrat, A. and Verdier, C., “Modeling breakup and relaxation of Newtonian droplets using the advected phase field approach”, *Physical Review E*, 75(2007), pp. 021405(1-8).
- (4) 日本計算工学会編, “有限要素法による流れのシミュレーション (第三版)”, 丸善出版, (2017), pp. 99-103.
- (5) Takase, S., Kashiyama, K., Tanaka, S. and Tezduyar, T.E., “Space-time SUPG formulation of the shallow-water equations”, *International Journal Numerical Methods in Fluids*, 64 (2012), pp. 1379-1394.
- (6) 利根川大介, 榎山和男, “安定化有限要素法による津波遡上および流体力の解析手法の構築”, 応用力学論文集, 12(2009), pp. 127-134.
- (7) Koshizuka, S., Tamako, H. and Oka, Y., “A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation”, *Computational Fluid Dynamics Journal*, 4(1)(1995), pp. 29-46.
- (8) Hirt, C.W., Nichols, B.D., “Volume of fluid method for the dynamics of free boundaries”, *Journal of Computational Physics*, 39(1981), pp. 201-225.

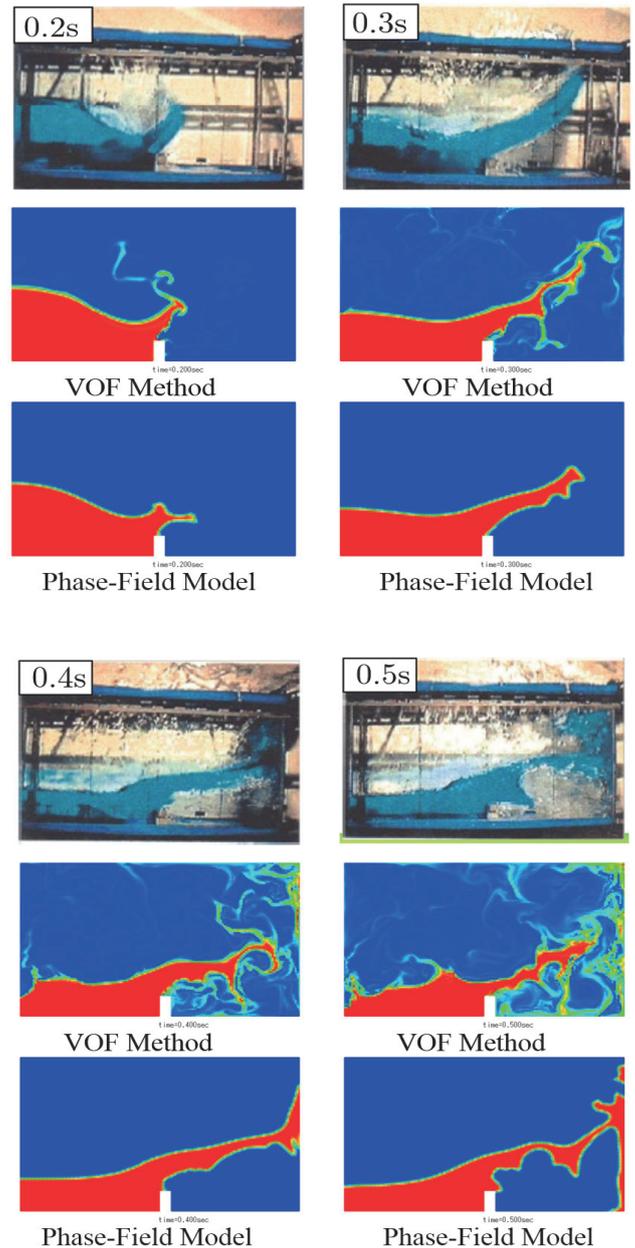


Fig. 5: Experimental results and computational results

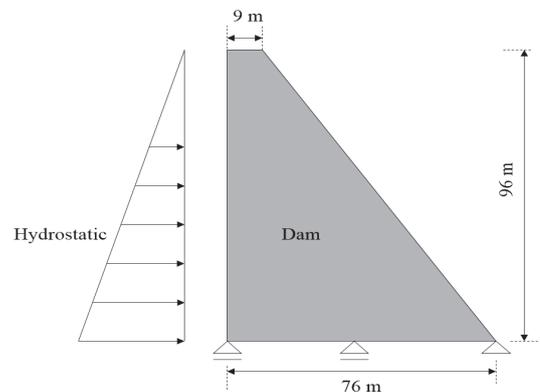


Fig. 6: Concrete gravity dam