

流水による浸食と流水路の発達のシミュレーション

Numerical Simulation of Erosion by a Water Flow and Growth of Flow Pathways

- 石川 瞳子, 日大院, 東京都千代田区神田駿河台 1-8, E-mail:cstu17001@g.nihon-u.ac.jp
 百々 知史, 日大院, 東京都千代田区神田駿河台 1-8, E-mail:cskz18010@g.nihon-u.ac.jp
 小紫 誠子, 日大理工, 東京都千代田区神田駿河台 1-8, E-mail:satoko@math.cst.nihon-u.ac.jp
 Toko Ishikawa, Nihon University, Kanda-Surugadai, Chiyoda-ku, Tokyo 101-8308
 Kazuhito Dodo, Nihon University, Kanda-Surugadai, Chiyoda-ku, Tokyo 101-8308
 Satoko Komurasaki, Nihon University, Kanda-Surugadai, Chiyoda-ku, Tokyo 101-8308

As a first step to investigate the fluid dynamic process of a creation of large-scale fractal structures, which can be found in coastlines, river networks and mountain ranges, a smaller-scaled erosion of a slope by a water flow is simulated and the development process of flow pathways is studied. In this computation, the incompressible Navier-Stokes equations are solved by finite difference method using simple models for a two-phase flow of air and water with the erosion. As a result of the computation, it is shown that the growth of flow pathways is affected by the distribution of erosion resistances of the slope surface.

1. 結論

海岸線や地形、河川網などのパターンに、自己相似の特徴をもつフラクタル構造が多く見られることが知られている。過去には、DLA モデルなどを用いたフラクタル理論による地形の形状解析なども行われている⁶⁾。しかし、地形などのフラクタルパターン形成においては、浸食を伴う水や風の流体力学的な作用が関与しており、パターンの発達過程を具体的に捉えるためには、流体力学的立場からの解析も必要と考えられる。佐伯らは、極めて限定的な仮定の下で流体の支配方程式を解き、初期にランダムな凹凸を施された斜面が上を流れる流体の浸食によって形状が変化した結果、フラクタル構造が現れることを示した⁶⁾。しかし、そこでは極めて限定的な仮定の下で流体運動を扱っており、現実の河川網の発達を正確に捉えきれていない。

本研究では、より現実に近い条件で浸食を伴う水の流れの数値シミュレーションを行うことにより、河川網のパターン発達過程を具体的に捉え、フラクタルパターン形成のメカニズムを解明することを目的とする。ここではその足掛かりとして、水と空気の間流の簡易的なモデルを用い、流水による浸食作用とそれによる局所的な流水路の発達についての数値シミュレーションを行う。

2. 計算方法

(1) 支配方程式

本計算では、流水の浸食作用によって地形が形成される過程を簡単なモデルを用いた数値シミュレーションにより再現する。水の表現は通常自由表面の取り扱いなど複雑なモデルが必要だが、ここでは非常に小さな拡散係数をもつ移流拡散物質の濃度 A によって比重差を与え、比重の大きい流体を水、小さい方を空気と考えることにする。そして比重差による浮力を考慮した非圧縮性 Navier-Stokes 方程式と濃度 A の移流拡散方程式を支配方程式として計算を行う。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ & = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad \dots (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ & = -\frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad \dots (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \\ & = -\frac{\partial p}{\partial z} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{A}{Fr^2} \end{aligned} \quad \dots (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A}{\partial t} + u \frac{\partial A}{\partial x} + v \frac{\partial A}{\partial y} + w \frac{\partial A}{\partial z} \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial A}{\partial z} \end{aligned} \quad \dots (5)$$

$\mathbf{x} = (x, y, z), \quad \mathbf{v} = (u, v, w)$

z を鉛直方向とする。 Sc, Fr はそれぞれシュミット数 (動粘度/ A の拡散係数) およびフルード数である。

(2) 計算条件

本計算では、Fig.1 のような計算領域を用いて、斜面頂上から水を流し、流水による斜面の浸食を再現する。Fig.2 のように斜面頂上に全幅にわたって水の流入口を設ける。斜面付近でより細かく分割した $100 \times 50 \times 50$ の不等間隔格子を用いて計算を行う。

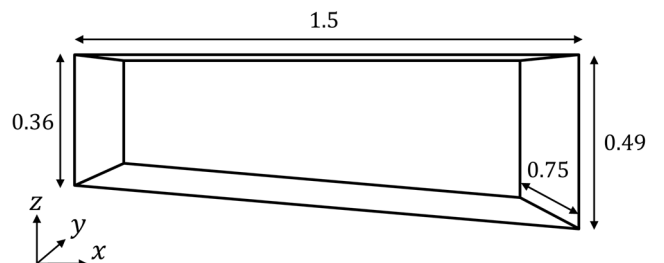


Figure 1. Computational domain.

境界条件として、斜面頂上の水の流入口においては $0 \leq u \leq 0.34$ の範囲で u を Fig.2 のように与え、さらに w も与えて斜面に平行に流入するように速度成分を調整する。流入口以外では速度の

微分が0となるような条件を課す。流入口と反対側、斜面下の側の境界においては、流出口として速度の微分が0の条件を課す。

上方水平面にはフリースリップ条件を、斜面にはノンスリップ条件、横の壁面には周期境界条件を課す。

斜面の頂上の流入口から水として $A = A_w$ の流体を流入させる。初期の計算領域内は、流入口以外は $A = A_b$ として空気で満たされているものとする。本計算では $A_b = 0, A_w = 0.1$ とする。

実際の水と空気の密度差等を考慮し、空気のレイノルズ数を $Re_A = 5000$ 、水のレイノルズ数を $Re_W = 25000$ とする。その他のパラメータについては $Sc = 100, Fr = 0.1$ を用いる。

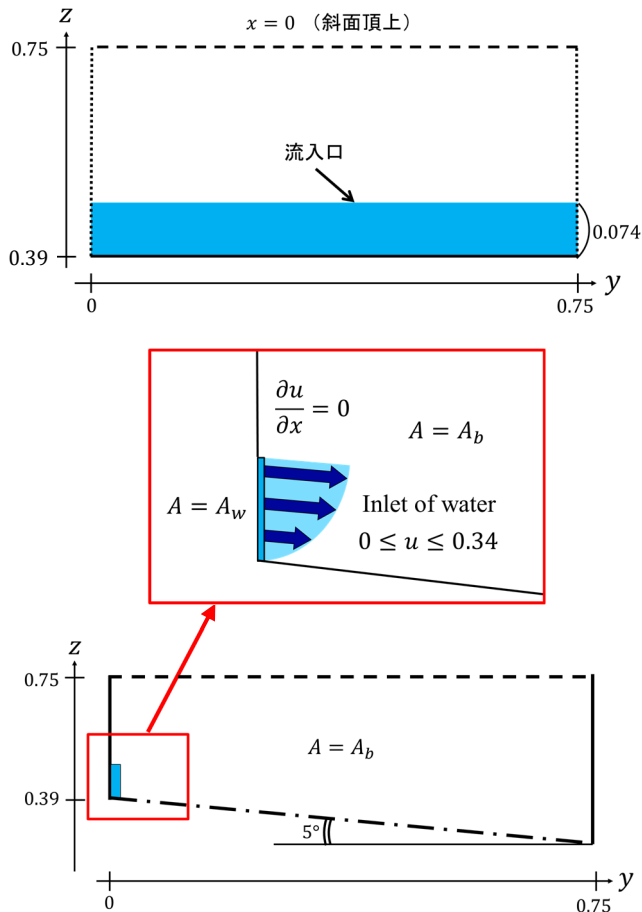


Figure 2. Boundary conditions.

(3) 斜面の浸食の計算方法

本計算では、流れる水の速度に応じて斜面を浸食するモデルを用いる。斜面を削る深さ d は以下の式で与えられる。

$$d = C \left(\frac{\partial |U|}{\partial n} \right)^2 \quad \dots (6)$$

ただし、 C は斜面の削りやすさを表す定数、 U は斜面に平行な速度、 n は斜面に垂直な方向とする。

この式で求まる値 d によって斜面を掘り下げ、計算領域を変形させ Fig.6 は、ケースA, B について、水の流れの方向を見るため、斜

と共に計算格子を再生成する。これにより浸食を再現する。初期の不規則な水の流れによる浸食を避けるため、斜面上の水の流れが定常状態に近い状態になってから斜面の浸食を開始する。

(4) 数値解析法

支配方程式は差分法を用いて離散化を行い、フラクショナルステップ法を用いて解く。移流項には3次精度上流差分、空間微分には2次精度中心差分を用いて近似する。そしてオイラー陽解法により時間積分を行う。

3. 計算結果

Fig.3 のように斜面表面を縦に2等分した2つの領域を、水の流入口を上にした状態で左の領域を a, 右の領域を b とする。式(6)における定数 C について領域 a, b で異なる値を用いて計算を行う。 C の値として、領域 a には $C_a = 1.0 \times 10^{-6}$ を、領域 b には $C_b = 5.0 \times 10^{-7}$ を割り当てるものとする。また両者の境界部分においては C の値が C_a と C_b の間で滑らかに変化するように与えている。これをケースAとする。また比較の為に C_a と C_b の平均値 $C_m = 7.5 \times 10^{-7}$ を斜面全域に与え、斜面の削りやすさを一様にした場合をケースBとする。

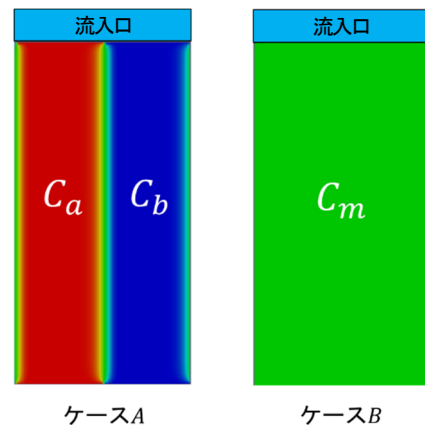


Figure 3. Erosion resistance coefficient C in each case of A and B.

Figs.4,5,6 にケースA, Bの結果を示す。Fig.4 は斜面を流れる水を斜面の真上から見たもので、斜面の浸食開始時刻 (time=6) 以降の無次元時間 time=6, 7.5, 9, 10.5, 12, 13.5 における流れの様子を $A = 0.05$ の青の等値面で表現している。

Fig.5 は Fig.4 と同じ時刻における斜面の浸食の様子を示したものである。浸食の度合いを、初期の浸食の無い斜面を基準とした深さで表しており、青い方がより深く浸食されていることを表している。時刻 time=6 では浸食開始直前であるため両ケースとも赤色となっている。ケースAでは時間が経過するにつれて最も大きい $C = C_a$ を与えられた領域 a がより深く浸食されており、時間の経過とともに浸食されてはいくものの比較的浸食が浅い $C = C_b$ の領域 b とは対照的である。また、領域 a では領域境界に近いところで浸食がより深くなるが、領域 b では領域境界に近いところで浸食がより浅くなる。ケースBでは、与えられた $C = C_m$ が C_a と C_b の平均値であることから、浸食の深さはケースAの領域 a, b の中間くらいである。このケースでは、流入口から比較的近いところで、浸食の結果、流入口に平行な凹凸がより顕著にみられる。いずれのケースでも、流入口近くでより深く浸食され、流出口近くでは浸食は浅くなる。

面より少し上の、斜面と平行な面上の限定した点における速度ベ

クトルを表示させたものである。合わせて、水を表す $A = 0.05$ の青の等値面を透過させて表示している。この図から、ケースAでは、領域 **b** からより深く浸食された領域 **a** へ水が流れていくことが確認できる。その結果として、領域 **b** では流出口近くで流速が落ち水の流れも途切れているように見える。

ここで示した計算結果の画像は、(株)計算流体力学研究所の Clef3D を用いて作成している。

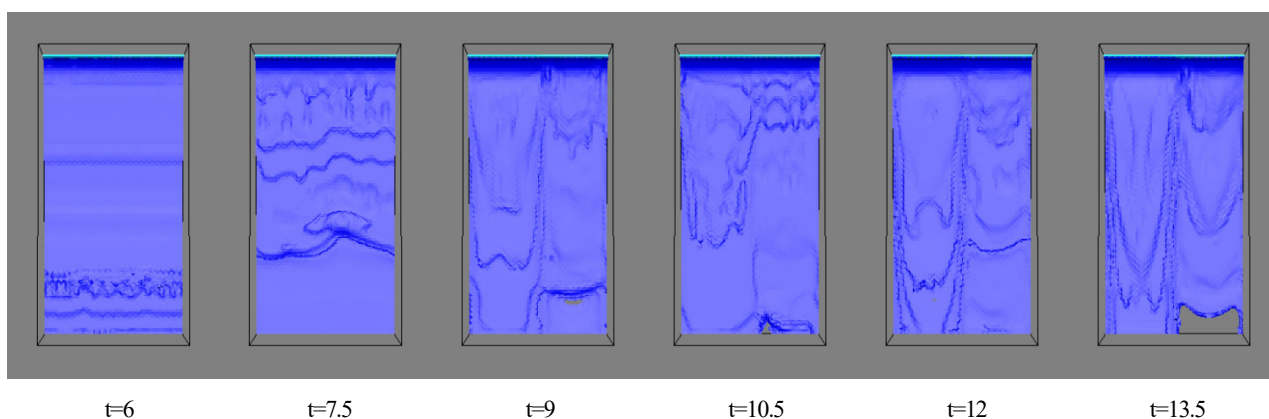
4. 結論

定数 C の値を場所によって変えることで、斜面の浸食のされ方と浸食されて形状が変化した斜面を流れる水の流れの挙動が変化することが分かった。ケースAの計算から、より深く浸食された領域へ水が流れ込む様子が捉えられ、幅が広く浅い水の流れが、狭く深い流れへと変化していく現象を予想させる。これは地表を流れる水がやがて川を形成する営みにも通じると考えられる。

参考文献

- (1) 河村哲也：数値シミュレーション入門，サイエンス社(2013).
- (2) 桑原邦郎，河村哲也：流体計算と差分法，朝倉書店(2014).
- (3) 百々知史，石川瞳子，小紫誠子，“流水による地形形成過程のシミュレーション”，日本流体力学学会 年会 2018 予稿集(2018).
- (4) 大野博之，“地球科学分野へのフラクタルの応用”，応用地質，第38巻，第3号(1997)，pp.159~pp.173.
- (5) 吉山昭，“発展する地理的パターンのモデル —フラクタル成長モデルの適用—”，理論地理学ノート(1992)，No.8，pp.111~pp.118.
- (6) 佐伯由亜美，岡村誠，“流体浸食モデルによる河川網形成シミュレーション”，九州大学応用力学研究所所報 No.139(2010)，pp.105~pp.109.

ケースA



ケースB

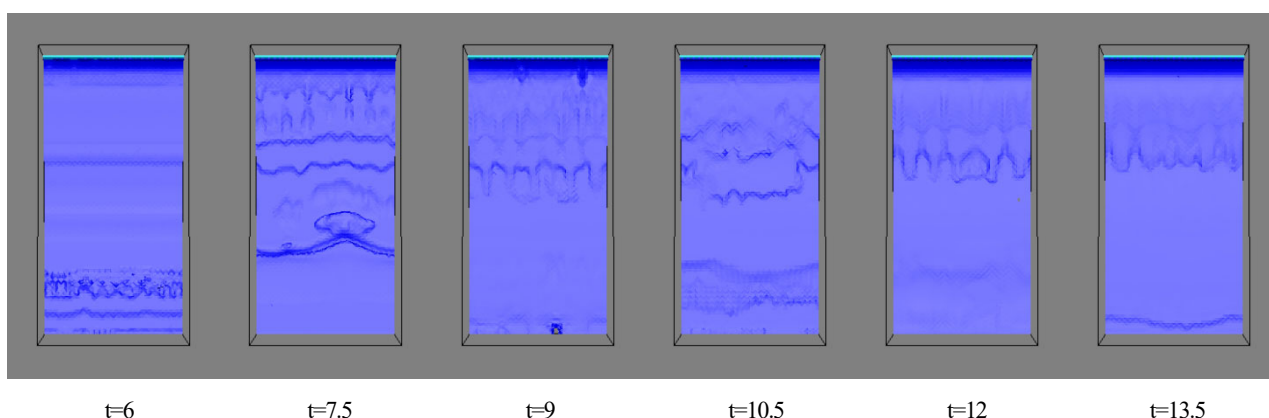
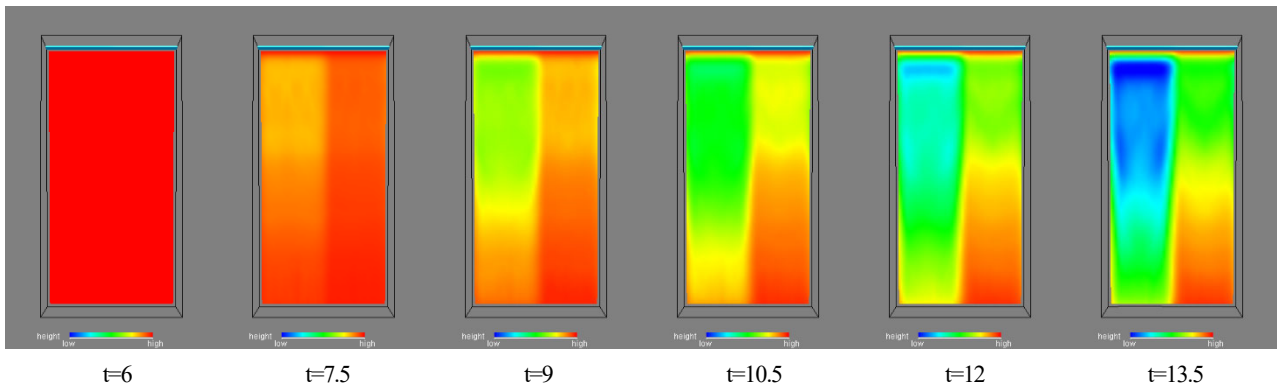


Figure.4 Time development of the water flow in each case of A and B . Contour surface of $A=0.05$.

ケースA



ケースB

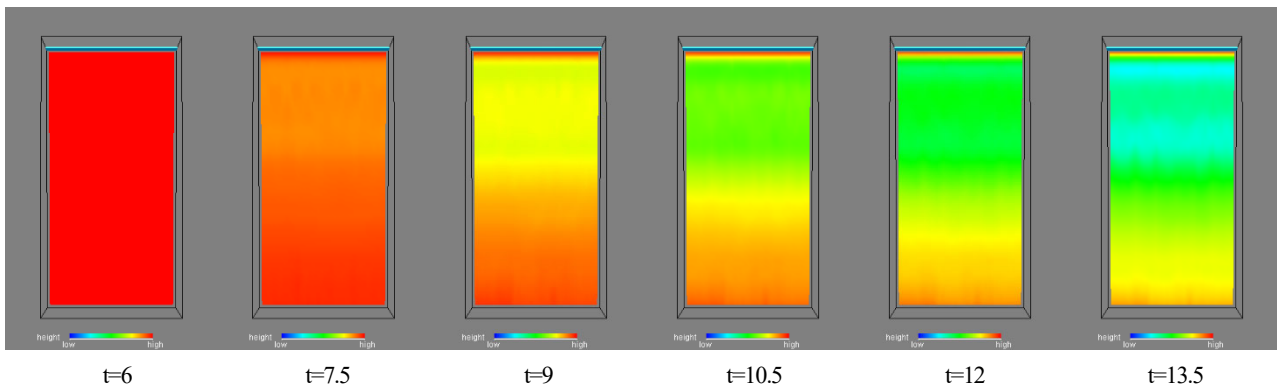
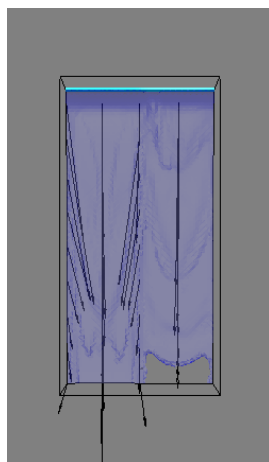


Figure.5 Development of the erosion in each case.

ケースA



ケースB

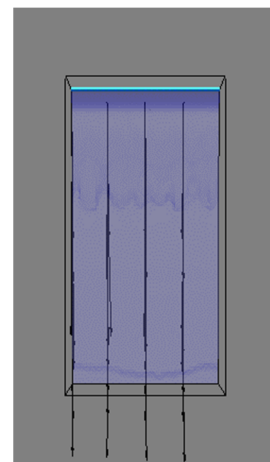


Figure.6 Velocity vector near the slant surface at time=13.5 in each case.