

乱流モデルによる H 型流路内対向流の乱流熱伝達現象予測

Predictions of turbulent heat transfer phenomena in H-shaped channel with counterflow

- 齋藤寛之, 鉄道総研, 国分寺市光町 2-8-38, E-mail: saito.hiroyuki.70@rtri.or.jp
名工大院, 名古屋市昭和区御器所町
- 永井義男, 名工大院
- 服部博文, 保浦知也, 田川正人, 名工大

H. SAITO, Railway Technical Research Institute, 2-8-38 Hikari-cho, Kokubunji-shi 185-8540
Nagoya Institute of Technology, Graduate school, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya, 466-8555
Y. NAGAI, Nagoya Institute of Technology, Graduate school
H. HATTORI, T. HOURA, and M. TAGAWA, Nagoya Institute of Technology

Numerical simulation of the H-shaped channel—two counterflow channels connected at the middle by a connection channel—flow with heat transfer is conducted to investigate heat transfer processes in the connection channel. In the present simulation, we use an in-house turbulent heat transfer simulation code with the assumption of eddy diffusivities for momentum and heat solved by the low-Reynolds-number k-epsilon and the zero-equation heat transfer models. In results of simulations, several flow patterns in the H-shaped channel can be observed markedly depending on the conditions of inflow velocity and the width of the connection channel, and it is found that the flow pattern strongly affects the distribution of temperature in the connection channel.

1. はじめに

本研究は数値計算により求めた、H 型流路内の対向流と熱移動特性に関するものである。熱交換器などの工業製品や地下駅などのインフラは、実際には複雑な形状を持つが、形状を単純化し、H 型流路内の対向流とその熱伝達として取扱うことができるものがある。単純化された H 型流路内の流れと熱移動の一般的な特性を調べることで、複雑な形状の実際の工業製品、産業プラントやインフラを設計するために有益な知見が得られると考えられる。

内部流れとその熱移動について、これまで、後ろ向きステップ流れ、前向きステップ流れ⁽¹⁾、キャビティ流れなどの重要な流れの研究が多数行われてきた。それらの知見は H 型流路内の対向流と熱移動のメカニズムを洞察する際にも有用であるが、計算や実験により H 型流路を直接調べる方が、より詳細な結果が得られる。

H 型流路の研究例としては、文献(2)が H 型流路の並向流 (parallel flow) について、DNS による計算と実験を実施して速度場と温度場を調べている。また、文献(3)は地下駅の形状を単純化した H 型流路に近い形状の流路の対向流 (counter flow) について高レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデルによる速度場の計算と実験を実施した。本研究では H 型流路の対向流と熱伝達の特性を調べることを目的とするため、壁付近の速度分布を精度よく求めることが必要であるので、低レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデルによる乱流の速度場の計算を実施し、温度場 0 方程式モデルにより温度場の計算を実施した。また、レイノルズ数の違いによる影響を見るため、層流の場合の計算を実施した。

H 型流路の形状は、図 1、図 2 に示すように、流路 1 (channel 1) と流路 2 (channel 2) の中央部を連結流路 (connection channel) により接続した流路として定義する。本研究は 2 本の流路に対向流が流れる場合を対象とする。本研究で対象とする H 型流路の形状を流路 1 の流路半幅 $d_1 (= D_1/2)$ で無次元化し表 1 に示す。流路 1 と流路 2 の間隔の無次元値を D_2^* で表す。流路 1 と流路 2 の連結流路と平行する部分 ($-l_2^*/2 \leq x \leq l_2^*/2$) と連結流路を合わせて、ここでは混合領域 (mixing region) と呼ぶ (図 2)。H 型流路の 4 箇所の開口部での流れの方向と無次元化した流量を表 2 に示す。流量は開口部 1 の流量により無次元化し、流入の場合を流量正、

流出の場合は流量負とした。本研究では、2 箇所の流出境界での流量が等しい場合について報告する。

Table 1. Non-dimensional geometric parameters of H-shaped channel.

$D_1^* (=D_1/d_1)$	2
$D_2^* (=D_2/d_1)$	2
$l_1^* (=l_1/d_1)$	50
$l_2^* (=l_2/d_1)$	4 or 16

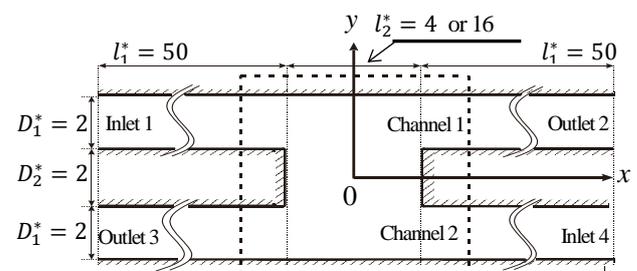


Figure 1. H-shaped channel.

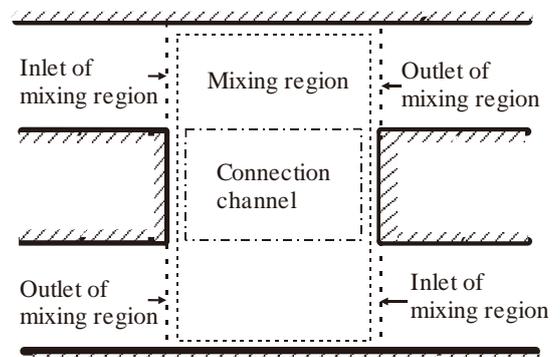


Figure 2. Middle part of H-shaped channel.

Table 2. Non-dimensional flow rates at two inlets and two outlets of H-shaped channel.

Inlet or outlet	Flow rate
Inlet 1	1
Outlet 2	-1
Outlet 3	-1
Inlet 4	1

Table 3. Width of connection channel l_2^* and Reynolds numbers

l_2^*	Reynolds numbers
4	5, 250, 1500, 167400
16	167400

表 3 に示すように、H 型流路の無次元化された連結流路幅 l_2^* が 4 の場合についてはレイノルズ数が 5 から 167400 まで 4 通りのレイノルズ数の条件について計算を実施し、 l_2^* が 16 の場合についてはレイノルズ数 167400 の計算のみ実施した。

2. 基礎方程式と計算方法

2. 1 基礎方程式

速度場の数値解析には自作の 2 次元数値計算プログラムを使用した。このプログラムでは SIMPLE 法⁽⁴⁾により基礎方程式(1), (2)と(8)を解き、定常な速度場と圧力場を求める。渦粘性係数は低レイノルズ数型 $k-\varepsilon$ モデルである AKN モデル⁽⁵⁾を解いて求める(式(3)-(7))。また、温度場を計算する際に必要となる熱の渦熱拡散係数は、温度場 0 方程式モデル(式(9), (10))により求めた。その際、本研究では対象とする流体として空気を想定しているのでプラントル数を 0.71 とし、乱流プラントル数を 0.9 に設定した。

連続の式と運動量の式:

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \right) \quad (2)$$

レイノルズ応力

$$\bar{u}_i \bar{u}_j = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

乱流エネルギーと乱流エネルギーの散逸率の輸送方程式:

$$\bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4)$$

$$\bar{U}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} f_\varepsilon \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (5)$$

$$P_k = -\bar{u}_i \bar{u}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \quad (6)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (7)$$

エネルギー式:

$$\bar{U}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \bar{u}_j \bar{t} \right) \quad (8)$$

乱流熱流束:

$$-\bar{u}_j \bar{t} = \alpha_t \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \quad (9)$$

$$\alpha_t = \frac{\nu_t}{Pr_t} \quad (10)$$

ここで、 \bar{U}_i, u_i : x_i 方向の時間平均速度および速度変動、 \bar{P} : 圧力の時間平均値、 ν, ν_t : 動粘性係数および渦粘性係数、 k : 乱流エネルギー、 δ_{ij} : クロネッカーのデルタ、 P_k : 乱流エネルギーの生成項、 ε : 乱流エネルギーの散逸率、 $C_\mu, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$: モデル定数、 $\sigma_k, \sigma_\varepsilon$: 乱流拡散に対するモデル定数、 f_ε, f_μ : モデル関数、 \bar{T}, t : 時間平均温度および温度変動、 α, α_t : 温度伝導率および熱の渦熱拡散係数、 Pr, Pr_t : プラントル数および乱流プラントル数である。レイノルズ数は H 型流路の流入部の断面平均流速 \bar{U}_{m0} と流路半径 $d_1 (= D_1/2)$ を用いて式(11)と(12)により定義する。

$$Re = \frac{\bar{U}_{m0} d_1}{\nu} \quad (11)$$

$$\bar{U}_{m0} = \int_{\text{inlet}} \bar{U}(y) dy / D_1 \quad (12)$$

基礎方程式の対流項を離散化する際にコントロールボリューム界面の値の補間方法として 3 次精度風上補間である QUICK^{(5),(6)}が用いられている。

流入の条件として、レイノルズ数 5 と 250 の場合の層流計算と、レイノルズ数 1500 と 167400 の乱流計算を行った。層流計算では渦粘性係数と熱の渦熱拡散係数をともに 0 とした。層流計算に使用した格子点数は x 方向 2482, y 方向 311 点である。乱流計算に使用した格子点数は x 方向 3568 ($l_2^* = 4$) または 3032 ($l_2^* = 16$), y 方向 311 点である。

2. 2 境界条件

(1) 流入境界

層流計算の場合、流入速度分布は完全に発達した速度および温度分布とした。乱流計算の場合、流入速度分布は完全に発達した速度、乱流エネルギー、散逸率の分布を与えた。一方、流入温度分布については流路 1 と流路 2 の流入部に同じ一様分布を与えたが、流入部から $25D_1$ 下流にある混合領域の流入部での温度分布は完全に発達した温度分布とみなせる。

(2) 流出境界

流出境界での境界条件を(13), (14)に示す。流出境界条件は計算サイクルごとに更新される。さらに、 U の境界条件に関しては、H 型流路の境界での流入量の総和と流出量の総和が等しく、かつ、2 箇所の流出境界での流出流量の絶対値が等しくなるように計算サイクルごとに境界条件を修正する。

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{\text{outlet } 2} = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{\text{outlet } 3} = 0 \quad (13)$$

ただし、 $\phi = \bar{U}, \bar{V}, k, \varepsilon$ である。また、

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} \Big|_{\text{outlet } 2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} \Big|_{\text{outlet } 3} = 0 \quad (14)$$

とする。

(3) 壁面境界

壁面での速度の境界条件は滑りなし条件とした。また、 k は壁面で 0 とした。壁面における ε の値は、式(15)により与えた。また、壁面の温度は等温とする。ここで、添え字 w は壁面を意味する。

$$\varepsilon_w = 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)_w^2 \quad (15)$$

3. 計算結果

3.1. $l_2^*=4$ の場合の計算結果

(a) 速度分布

$l_2^*=4$ の H 型流路に関して、図 3 から図 6 にレイノルズ数 5, 250, 1500, 167400 の場合の、混合領域への流入速度 \bar{U}_{m0} で無次元化した速度 \bar{U} と \bar{V} の分布を示す。速度 \bar{U} の分布は、 x を d_1 で無次元化した座標 $x^*=-2, -1, 0, 1, 2$ の断面での分布であり、図中に青色で示す。速度 \bar{V} の分布は、 y を d_1 で無次元化した座標 $y^*=-2, -1, 0, 1, 2$ の断面での分布であり、図中に赤色で示す。

図 3 から図 6 の速度分布から、レイノルズ数が 5 の場合、それ以外の条件と比べて流路 1 および流路 2 と連結流路の間での流入出力が多い。レイノルズ数 250, 1500, 167400 の場合は、流れのパターンが類似している。また、レイノルズ数が高いほど壁に近い部分の流速が高い。

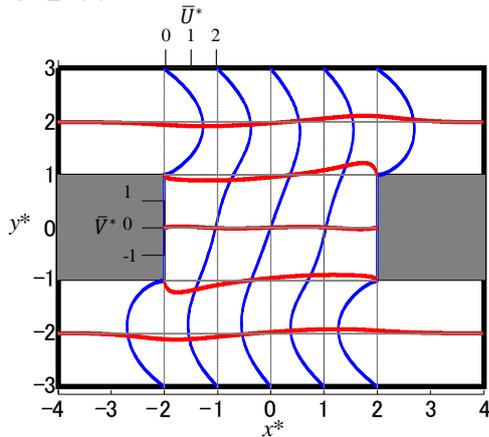


Figure 3. Mean velocity profiles of \bar{U} and \bar{V} at $Re=5$. ($l_2^*=4$)

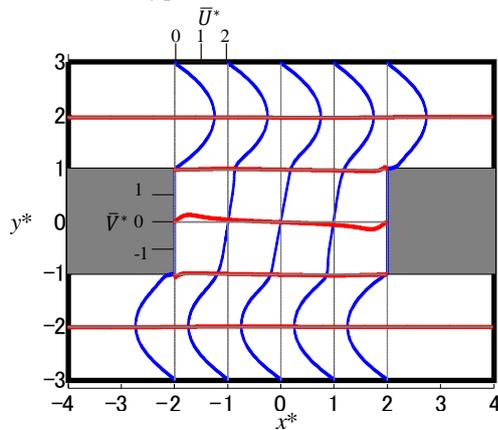


Figure 4. Mean velocity profiles of \bar{U} and \bar{V} at $Re=250$ ($l_2^*=4$)

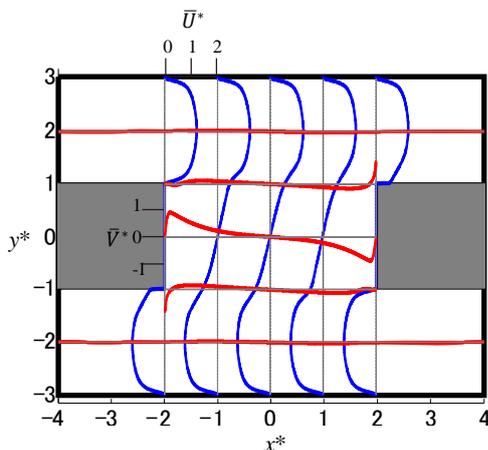


Figure 5. Mean velocity profiles of \bar{U} and \bar{V} at $Re=1500$. ($l_2^*=4$)

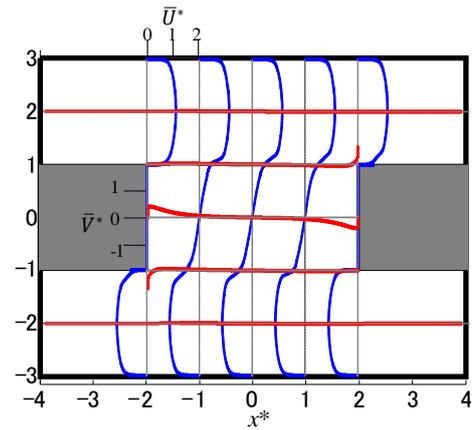


Figure 6. Mean velocity profiles of \bar{U} and V at $Re=167400$. ($l_2^*=4$)

(b) 温度分布

$l_2^*=4$ の H 型流路に関して、図 7 から図 10 にレイノルズ数 5, 250, 1500, 167400 の場合の、壁面温度 (0 とした) と混合領域への流入部での混合平均温度との温度差 ΔT により無次元した温度 \bar{T}^* の分布を示す。温度分布は、 $x^*=-2, -1, 0, 1, 2$ の断面での分布である。

$$\bar{T}_{m0} = \int_{\text{inlet of mixing region}} \bar{T}(y) \bar{U}(y) dy / (\bar{U}_{m0} D_1) \quad (16)$$

$$\Delta T = \bar{T}_{m0} - \bar{T}_w = \bar{T}_{m0} \quad (17)$$

図 7 に示すレイノルズ数 5 の場合は、流速が低いため壁面温度の影響を受けて、混合領域を x 方向に通過する際に流体の温度が大きく低下する。図 8 から図 10 に示すレイノルズ数 250 以上の場合は、混合領域を x 方向に通過する際の温度低下は小さい。レイノルズ数が大きくなるにつれて、壁付近の温度が流体の混合平均温度に近くなる傾向が見られる。

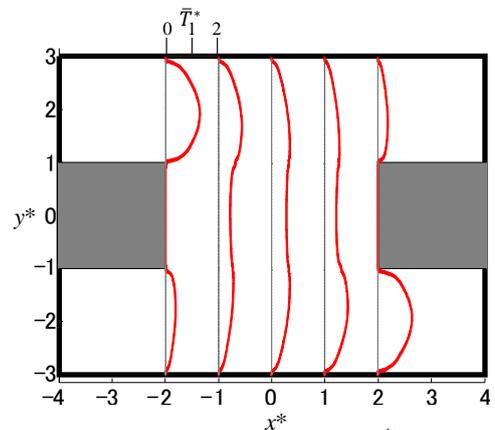


Figure 7. Mean temperature profiles at $Re=5$. ($l_2^*=4$)

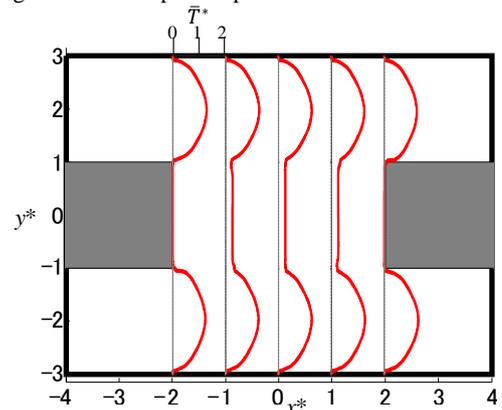


Figure 8. Mean temperature profiles at $Re=250$. ($l_2^*=4$)

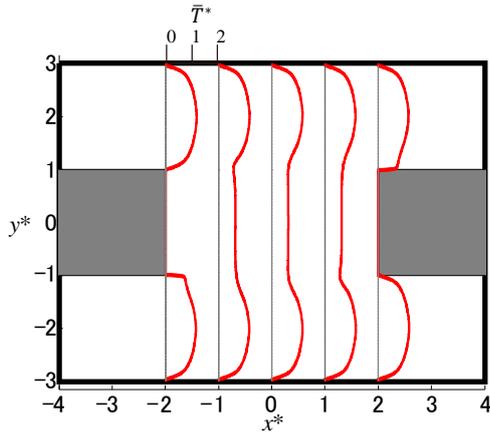


Figure 9. Mean temperature profiles at Re=1500. ($l_2^*=4$)

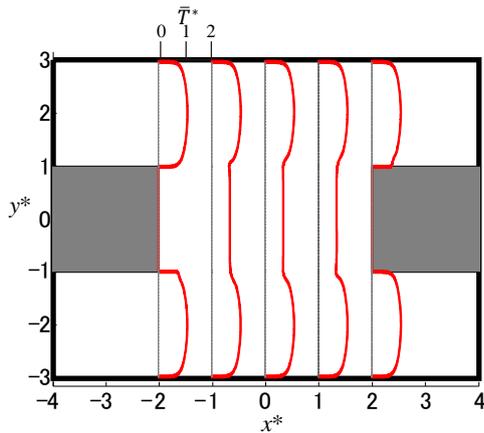


Figure 10. Mean temperature profiles at Re=167400. ($l_2^*=4$)

3.2. $l_2^*=16$ の場合の計算結果

(a) 速度分布

$l_2^*=16$ の H 型流路に関して、図 11 にレイノルズ数 167400 の場合の、混合領域への流入速度 \bar{U}_{mo} で無次元化した速度 \bar{U} と \bar{V} の分布を示す。速度 \bar{U}^* の分布は、 x を d_1 で無次元化した座標 $x^*=-8$ から $+8$ の断面での分布であり、図中に青色で示す。速度 \bar{V}^* の分布は、 y を d_1 で無次元化した座標 $y^*=-2, -1, 0, 1, 2$ の断面での分布であり、図中に赤色で示す。

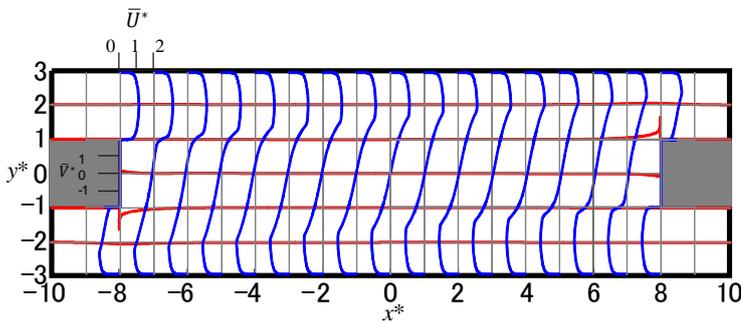


Figure 11. Mean velocity profiles of U and V at Re=167400 ($l_2^*=16$)

(b) 温度分布

$l_2^*=16$ の H 型流路に関して、図 12 にレイノルズ数 167400 の場合の、壁面温度 (0 とした) と混合領域への流入部での混合平均温度との温度差 ΔT により無次元した温度 \bar{T}^* の分布を示す。温度分布は、座標 $x^*=-8$ から $+8$ の断面での分布であり、図中に赤色で示す。

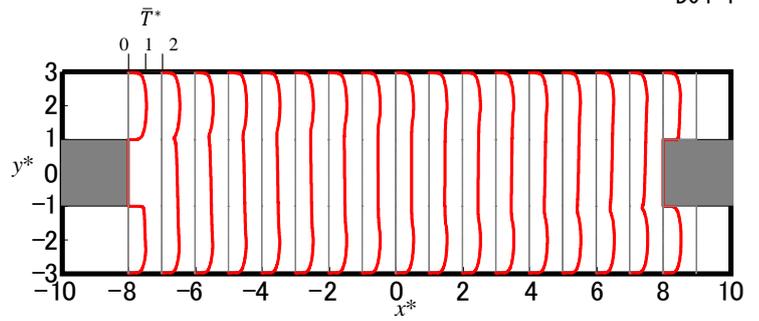


Figure 12. Mean temperature profiles at Re=167400. ($l_2^*=16$)

3.3. レイノルズ数と連結流路内空間平均温度の関係

連結流路内の温度分布を、空間平均温度 $\bar{T}_{\text{spatially-averaged}}$ に代表させ、空間平均温度に対するレイノルズ数の効果を図 14 に示す。レイノルズ数が 250 より低い範囲では、レイノルズ数が大きくなるにつれて空間平均温度が低下する傾向が見られるが、レイノルズ数が 250 より高い範囲では空間平均温度が大きくなる傾向が見られる。また、レイノルズ数が 167400 の場合に、連結流路の幅が $l_2^*=4$ から $l_2^*=16$ に広がった場合、空間平均温度が高くなる傾向が見られる。

Table 4 Convection factors contributing to Reynolds number dependency of spatially averaged temperature in the connection channel.

Re	l_2^*	$\bar{T}_{\text{spatially averaged}}$	$\bar{T}_{1,\text{in}}$	$\bar{T}_{1,\text{out}}$	\dot{m}_1/ρ
5	4	0.42	0.56	0.36	0.38
250	4	0.24	0.36	0.23	0.05
1500	4	0.60	0.67	0.55	0.08
167400	4	0.68	0.72	0.65	0.03
167400	16	0.93	0.94	0.94	0.24

レイノルズ数が空間平均温度に与える影響を調べるために、流路 1 と連結流路の境界において \bar{V} が負の領域 (連結流路側に流入) と \bar{V} が正の領域 (連結流路側から流出) に分けて、 \bar{V} が負の領域の流入流量 $\dot{m}_{1,\text{in}}/\rho$ とその混合平均温度 $\bar{T}_{1,\text{in}}$ を算出した。また、 \bar{V} が正の領域の流出流量 $\dot{m}_{1,\text{out}}/\rho$ とその混合平均温度 $\bar{T}_{1,\text{out}}$ を算出した。流路 2 側も同様に諸量を算出した。形状の対称性より、流路 1 側と流路 2 側ではほぼ対称な数値となったので、ここでは流路 1 側についてのみ記述する。また質量の保存から、 $\dot{m}_{1,\text{in}}/\rho$ と $\dot{m}_{1,\text{out}}/\rho$ は等しい値となったので、まとめて \dot{m}_1/ρ と記す。表 4 に空間平均温度に影響を与えるそれらの要素の数値を示す。

表 4 より、連結流路の空間平均温度は、流路 1 から連結流路へ流入する流体の混合平均温度より少し小さい値となった。また、連結流路側へ流入する流体の混合平均温度は、連結流路の空間平均温度に直接的な影響を与えることが分かる。レイノルズ数 250 以上では、レイノルズ数が大きくなるほど、この流入の混合平均温度が高くなる。これは、レイノルズ数が高くなるにつれて、温度境界層が薄くなり、連結流路と流路 1 の境界付近の流体温度が高くなるためである。一方、レイノルズ数 5 の場合は、連結流路側へ流れる流量が大きいことから、主流自体が連結流路側に曲げられた流れのパターンとなり、主流の中心付近の高い温度の流体がそのまま連結流路側に流入するため、連結流路の空間平均温度が高くなっているものと考えられる。レイノルズ数 167400 の場合の、 $l_2^*=4$ と $l_2^*=16$ の結果を比較すると、 $\bar{T}_{1,\text{in}}$ 、 $\bar{T}_{1,\text{out}}$ は等しいが、 $l_2^*=16$ の方が \dot{m}_1/ρ が大きい。この連結流路への流量の増加が $l_2^*=16$ の場合の方が連結流路の平均温度を高める原因である。

と考えられる。

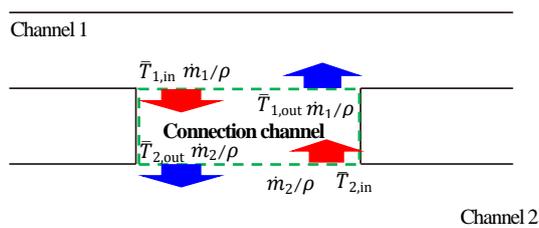


Figure 13. Schematic diagram of heat transported through boundaries between connection channel and other two channels by convection.

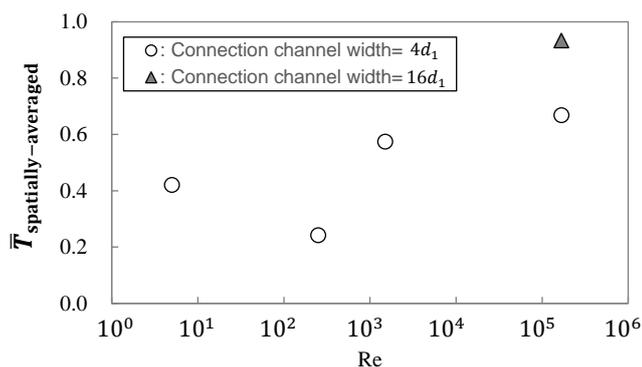


Figure 14. Effect of Reynolds number on spatially averaged temperature in the connection channel.

4. まとめ

2次元非圧縮流体の流動と熱移動の数値シミュレーションにより、連結流路の縦横比 b/D_2 が 2 の場合を主として H 型流路内の速度場と温度場に対するレイノルズ数の影響を明らかにした。また、 $b/D_2=8$ の条件の下で、2 本の流路を接続する連結流路の幅の影響を調べた。

参考文献

- (1) Hattori, H. and Nagano, Y.: "Investigation of turbulent boundary layer over forward-facing step via direct numerical simulation". International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 31(2010), pp. 284-294.
- (2) C.H. Amon, D. Majumdar, C.V. Herman, F. Mayinger, B.B. Mikic, "Numerical and experimental studies of self-sustained oscillatory flows in communicating channels". International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 35, Issue 11(1992), pp. 3115-3129.
- (3) 杉原義文, 白鳥敏正, 松平晏明, "列車走行による地下鉄駅構内の空気流動: 数値解析および実測値との比較", 日本機械学会論文集 B 編 63 巻(1997)616 号
- (4) Patankar, S. V.: "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow". (1980), Hemisphere.
- (5) Abe, K., Nagano, Y. and Kondoh, K.: "Numerical prediction of separating and reattaching flows with a modified low-Reynolds-number $k-\epsilon$ model". Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 46(1993), pp. 85-94.
- (6) Leonard, B. P.: "A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation". Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 19, Issue 1(1979), pp. 59-98.
- (7) Hayase, T., Humphrey, J. A. C. and Greif, R.: "A consistently formulated QUICK scheme for fast and stable convergence using