

流体の影響を考慮したゴムと路面間の摩擦の数値解析

Numerical Simulation of Rubber Friction on Road with Aerodynamic Interaction

- 久保田 崇由, 東海大, 神奈川県平塚市北金目 4-1-1, E-mail: 7bemm037@mail.u-tokai.ac.jp
 水野 裕介, 東海大, 神奈川県平塚市北金目 4-1-1, E-mail: 7btad010@mail.u-tokai.ac.jp
 麻 亮太, 東海大, 神奈川県平塚市北金目 4-1-1, E-mail: 5bed2129@mail.u-tokai.ac.jp
 相良 玲那, 東海大, 神奈川県平塚市北金目 4-1-1, E-mail: 5bed3111@mail.u-tokai.ac.jp
 高橋 俊, 東海大, 神奈川県平塚市北金目 4-1-1, E-mail: takahasi@tokai-u.jp
 児玉 勇司, 横浜ゴム(株), 神奈川県平塚市追分 2-1, E-mail: yuji.kodama@y-yokohama.co.jp
 大林 茂, 東北大, 宮城県仙台市青葉区片平 2-1-1, E-mail: obayashi@ifs.tohoku.ac.jp
 Takayoshi Kubota, Tokai University, 4-1-1 Kitakaname, Hiratsuka, Kanagawa, Japan
 Yusuke Mizuno, Tokai University, 4-1-1 Kitakaname, Hiratsuka, Kanagawa, Japan
 Ryota Asa, Tokai University, 4-1-1 Kitakaname, Hiratsuka, Kanagawa, Japan
 Reina Sagara, Tokai University, 4-1-1 Kitakaname, Hiratsuka, Kanagawa, Japan
 Shun Takahashi, Tokai University, 4-1-1 Kitakaname, Hiratsuka, Kanagawa, Japan
 Yuji Kodama, Yokohama Rubber CO., LTD, 2-1 Oiwake, Hiratsuka, Kanagawa, Japan
 Shigeru Obayashi, Tohoku University Institute of Fluid Science, 2-1-1, Katahira, Aoba, Sendai, Miyagi

In the design and development of tires, the grip performance robustness is a key role of safety driving with road conditions such as dry/wet load. The objective of this study is accurate prediction of friction coefficient on wet road by using numerical analysis. Therefore, we developed the structure solver (SS) for hyperelastic materials and the multiphase flow solver (FS) to apply the flow-structure coupling solver. We calculated the three types of tensile tests and rigid contact problems using SS as validations and the flow around the sinking sphere using FS. As a result, the SS showed in good agreements with theoretical values.

1. はじめに

タイヤの開発において、制動力を得るため摩擦力の高いゴムを製造することは大きな命題の一つであるが、摩擦力を向上させるにつれてタイヤの転がり抵抗が増大し燃費が悪化する傾向にある⁽¹⁾。ゴムの摩擦は凝着摩擦とヒステリシス摩擦からなり⁽²⁾、タイヤの低燃費性の向上にはヒステリシス摩擦の減少が有効であるが、濡れた路面における制動性はヒステリシス摩擦の増加が必要であり、相反する性能が求められている⁽¹⁾。摩擦特性の指標として摩擦係数が挙げられ、ゴムの場合には一般に速度依存性や温度依存性がある事が知られている⁽³⁾。これまでに摩擦係数を予測するために様々な手法を用いた研究が行われている。Persson らは表面粗さパワースペクトルを用いて表面粗さの影響をマルチスケールで考慮し、マイクロスケールでの流体による表面の平滑化によりマクロでの摩擦力が変化することを理論的に示した⁽⁴⁾。また前川らは計測から真実接触面積を推定し荷重依存の真実接触面積の予測モデルを構築した⁽²⁾。しかしながら、前川らが指摘している通り実験では真実接触面積の計測値が計測系の解像度によって変化するという問題点があるため数値解析を用いた摩擦現象の解明と摩擦係数の予測をする研究が行われている。Yang らは分子動力学法と実験を用いて真実接触面積が表面間の圧力により決まることを示した⁽⁵⁾。また Wagner らは凝着摩擦モデルを加えたマルチスケール有限要素解析を用いて様々な濡れ状態での摩擦係数の見積もりを行った⁽⁶⁾。しかしながら、解析のみで十分な精度で摩擦係数を予期できるモデルは構築されておらず、タイヤの設計開発において摩擦係数の導出は実験での計測に依存することが多く、開発期間の長期化と開発コストの増大を招いている。このため実用的な数値モデルが求められている。

本研究グループはこれまでに埋め込み境界法 (immersed boundary method; IBM) を基にした気液二相流解析プログラムの開発を行ってきた⁽⁷⁾。IBM の特徴として物体は直交格子上で表現されるため複数の物体や運動する物体を容易に取り扱うことがで

きる。その特性を活かして本研究の用いる流体解析に適用する。一方で超弾性体に対する構造解析プログラムも同時に開発を行っており、これらを連成させることで流体構造連成解析プログラムを開発している。本研究では流体から構造には構造物に加わる流体力を渡し、構造から流体には構造物の形状変化の情報を渡す loosely coupling を行う。

本研究は、流体力の影響を考慮した流体構造連成解析により、摩擦発生機構の解明とマイクロスケールでの摩擦予測モデルの構築を目的とする。本紙では連成解析に向けた構造解析の材料構成則の検証と接触解析の結果、また流体解析の移動物体を考慮した気液二相流解析の格子収束性の調査結果について議論を行う。

2. 計算手法

2. 1. 構造解析手法

構造解析プログラムは有限要素法を用いて開発した。要素は 20 節点 3 次元のブリック要素を用いる。要素剛性マトリクスの積分には圧縮性の小ささに起因する体積ロッキングを避けるため低減積分を用いる。タイヤと路面の摩擦では動的粘弾性によるヒステリシス摩擦が支配的であることが指摘されており⁽⁸⁾、動的な解析が必要なため、時間積分スキームは動的陽解法を用いる。動的陽解法による解法では、次ステップの変位は以下の式で与えられる⁽⁹⁾。

$$[M]\{\ddot{u}\} = \{F\} - [K]\{u\} - [C]\{\dot{u}\} \quad (1)$$

ここで $[K]$ は剛性マトリクス、 $[M]$ は集中質量マトリクス、 $[C]$ は集中減衰マトリクス、 $\{F\}$ は節点外力速度ベクトル、 $\{u\}$ は変位速度ベクトルである。これを $\{u\}$ について 2 階の中心差分として、

$$u_n = \frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{\Delta t^2} \quad (2)$$

と変形し、次ステップの $\{u\}$ を求める。ひずみとひずみ速度の座標

系は update-Lagrange 形式で定式化する。

実際の超弾性体はほとんど圧縮性を持たない事が知られている。しかしながら、開発した構造解析プログラムでは陽的に解を得るため、材料の構成則として圧縮性を加味した Neo-Hooke 則を用いる。圧縮性 Neo-Hooke 則では、エネルギー密度関数は次式で与えられる⁽¹⁰⁾。

$$W = C(I_1 - 3 - 2\ln J) + D(J - 1)^2 \quad (4)$$

ここで、 J は体積変化率、 I_1 は式(4)で与えられ、

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (4)$$

ここで $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ はそれぞれ x, y, z 軸方向の伸長比であり、変形前の長さ L_0, L 変形後の長さを用いて次式で定義される。

$$\lambda = \frac{L}{L_0} \quad (5)$$

また C, D は材料変数であり、式(6), (7)で与えられる。

$$C = \frac{G}{2} \quad (6)$$

$$D = \frac{G\nu}{1 - 2\nu} \quad (7)$$

ここで G は横弾性率、 ν は Poisson 比である。

2. 2. 接触の取り扱い

接触解析はゴムと路面との剛性の差が大きいため剛体接触として取り扱った。本研究では接触モデルとして図 1 に示す強制変位を利用した接触表面接線方向の力のつり合いを解かない簡易的な剛体接触モデルを開発した。以下にその手法について述べる。

球が鉛直下向き方向に V_p の速度で衝突したとする。

このとき計算 1 ステップでの時間増分を Δt とすると、剛体球表面上の任意の点 q の 1 ステップでの移動量は $V_p \Delta t$ となる。このとき構造物表面上の節点から剛体球中心までの距離 R^* は、剛体球中心 O を原点とした修正前の座標 (x_o^*, y_o^*, z_o^*) を用いて、

$$R^* = \sqrt{x_o^{*2} + y_o^{*2} + z_o^{*2}} \quad (8)$$

と表される。衝突物が剛体球であるため、球の半径を R とすると、節点から剛体球中心までの距離 R^* は $R^* \geq R$ を満たさなければならない。もし任意の節点において、 $R > R^*$ であった場合、剛体球中心 O を原点とした修正後の座標 (x_o, y_o, z_o) と R の間には以下の関係が成り立つ。

$$R = \sqrt{x_o^2 + y_o^2 + z_o^2} \quad (9)$$

この時、剛体球の 1 ステップでの移動量が球の半径に比べ十分に小さいとすると、水平方向の移動量は無視しうる。そのため、変位の補正量は鉛直方向のみとなり、式(4)は、

$$R = \sqrt{x_o^{*2} + y_o^{*2} + z_o^2} \quad (10)$$

となる。よって修正後の z 座標 z_o は、 R^*, R, z を用いて、

$$z_o = \sqrt{R^2 - R^{*2} + z_o^{*2}} \quad (11)$$

と表すことができる。

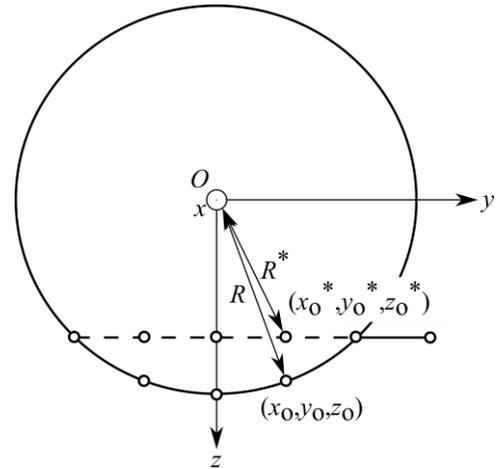


Fig. 1 Rigid contact model

2. 3. 流体解析ソルバ

支配方程式は 3 次元非圧縮性 Navier-Stokes 方程式と連続の式を用いる。速度と圧力の連成には fractional step 法を用いる。対流項は 2 次精度 skew-symmetric 法で、圧力項と拡散項は 2 次精度中心差分法を用いて計算される。圧力の Poisson 方程式は successive over-relaxation (SOR) 法で計算される。格子には完全等間隔直交 staggered 格子を用いており、流体の界面は保存型 level set 法を用いて定義され、物体の境界は通常の level set 法と ghost cell 法を用いた埋め込み境界法で定義される。物体内部で境界条件として取り扱われる ghost cell の値は image point の値を速度は 1 次、圧力と密度、保存型 level set 関数は 0 次で外挿される⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾。

3. 材料構成則の検証

3. 1. 解析条件

開発した構造解析プログラムの材料構成則の検証として図 2 に示す 3 種類の引張り試験を解析し非圧縮 Neo-Hooke 超弾性体の理論解との比較を行う。(a) は 1 軸引張応力に対する挙動の検証となる単純引張試験、(b) は 2 軸圧縮応力に対する検証となる 2 軸均等引張試験、(c) は純せん断応力に対する検証となる 1 軸拘束引張試験である。単純引張試験および 1 軸拘束引張試験の解析サイズは $40 \text{ mm} \times 20 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$ とする。2 軸均等引張試験の解析サイズは $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$ とする。いずれの試験も引張速度は 500 mm/min とする。引張試験は Neo-Hooke モデルが実際の超弾性体の引張試験と良い一致を示す公称ひずみ 100% までの領域で行う。表 1 に解析モデルの材料特性を示す。非圧縮 Neo-Hooke 超弾性体の単純引張試験、2 軸均等引張試験、1 軸拘束引張試験における公称応力の理論解は引張方向の伸長比を用いてそれぞれ式(12), (13), (14)の通り表される⁽¹¹⁾。

$$\sigma_{uniaxial} = G \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \quad (12)$$

$$\sigma_{equibiaxial} = G \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^5} \right) \quad (13)$$

$$\sigma_{shear} = G \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^3} \right) \quad (14)$$

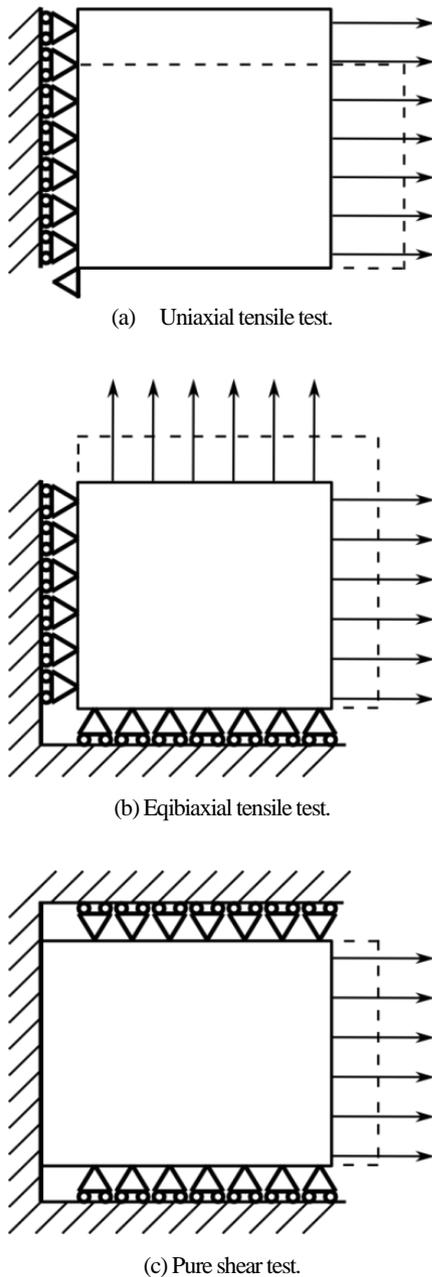


Fig. 2 Geometry of tensile tests.

Table 1 Mechanical properties

Properties	Model
Young's modulus (MPa)	1.075
Poisson ratio (-)	0.475
Density (kg/m ³)	910

3. 2. 解析結果

図 3 に単純引張試験, 2 軸均等引張試験, 1 軸拘束引張試験の公称応力-公称ひずみ線図を示す. 解析解の応力はいずれの引張試験もひずみ 50% 以下の低ひずみ域で理論解との一致を示した. しかしながら, 高ひずみ域で理論解との差異が生じた. これは, 解析モデルが理論解と異なり圧縮性を持つためと考えられる. しかしながら理論解との誤差は Neo-Hooke モデルが実際の超弾性体の応力と一致なくなる公称ひずみ 100% において単純引張試験の条件で 1.05%, 2 軸均等引張試験の条件で 3.96%, 1 軸拘束引張試験の条件で 2.38% であり, 十分な精度を有していると言える.

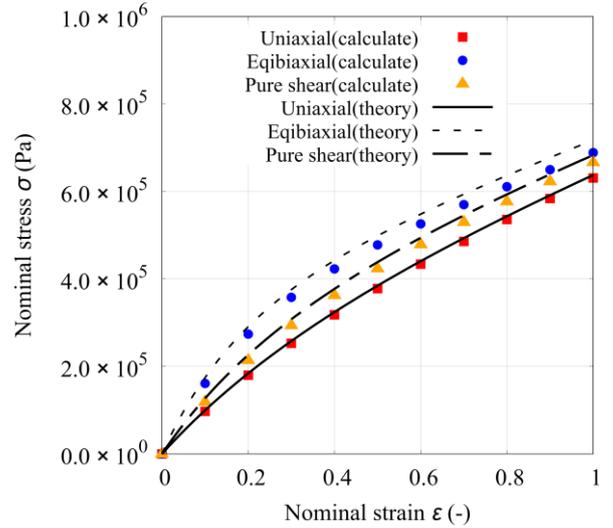
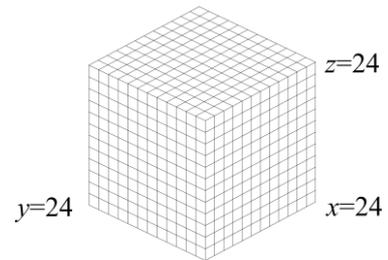


Fig. 3 Stress-strain curves of the present model

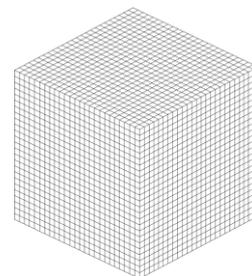
4. 接触モデルの検証

4. 1. 解析条件

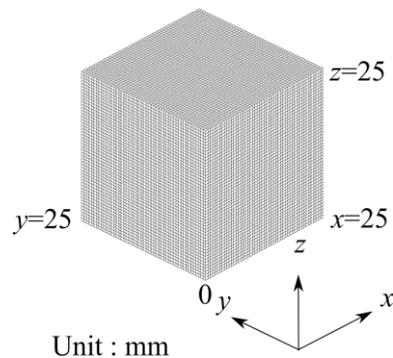
剛体接触モデルの検証として剛体球の押し込みに対する面圧の解析を行い弾性体の理論解との比較を行う. 解像度の条件を表 2 に示す. 格子解像度別の解析モデルを図 4 に示す.



(a) Coarse mesh



(b) Medium mesh



(c) Fine mesh

Fig. 4 Mesh Conditions

解析モデルは対称性を考慮して 1/4 モデルを用いる。計算領域の大きさは, Coarse の条件で x, y, z 軸方向に 24mm, 24mm, 24mm, Medium, Fine の条件で x, y, z 軸方向に 25mm, 25mm, 25mm の領域を定義する。計算領域はそれぞれ $x=0$ mm, $y=0$ mm, $z=0$ mm の面で面外への変位が拘束されている。分割数は計算領域の一辺に対し Coarse は 12 分割, Medium は 25 分割, Fine は 50 分割とした。

Table 2 Conditions

	Coarse	Medium	Fine
Element size (mm)	2	1	0.5
Number of nodes	8281	68276	522801
Number of elements	1728	15625	125000

材料特性は材料構成則の検証の場合と同様とする。球の半径は 200 mm, 押し込み速度は 0.25 m/s とし, 初期位置から z 軸負の方向に 0.25 mm まで移動する。球は座標 $x=0$ mm, $y=0$ mm, $z=25$ mm に衝突する。弾性体の球の接触面圧は Hertz ら⁽¹²⁾により理論的に面圧が求められる。剛体の球が弾性体よりなる平面の壁に接触する際, 球の壁への押し込み量 δ は次式で与えられる。

$$\delta = \sqrt{\frac{16 P^2 (1-\nu^2)^2}{9 E^2 R}} \quad (11)$$

ここで P は荷重, E は弾性体の Young 率, R は球の半径, ν は弾性体の Poisson 比である。このとき壁が平面であれば球と壁との接触部分の形状は真円となり, その半径 c は球の押し込み量 δ を用いて,

$$c = \sqrt{\delta R} \quad (12)$$

と表すことができる。このとき接触部分の最大面圧 p_{\max} は,

$$p_{\max} = \frac{3P}{2\pi c^2} \quad (13)$$

となる。また, 接触部分をなす円の径方向の接触面圧分布 $p(y)$ は 2 次曲線となり, p_{\max} および円の中心からの距離 y を用いて式(14)で与えられる。

$$p(y) = p_{\max} \sqrt{1 - \frac{y^2}{c^2}} \quad (14)$$

4. 2. 解析結果

球の押し込み終了時の z 軸方向垂直応力分布の分布を図 5, 図 6 に示す。図 5 と図 6 はそれぞれ左半分は Coarse と Medium, 右半分には Fine の z 軸方向垂直応力分布を示している。Coarse は接触円内部の応力分布は Fine とよく一致しているが, 接触円半径の外側で応力分布が異なる。Medium と Fine は同様の応力分布を示しており, 接触円半径に対し Medium 程度の格子解像度があれば接触により生じる内部応力を捉えることができると考えられる。

球の押し込み終了時の表面における面圧分布を図 7 に示す。面圧, 接触半径は解像度によらず同程度の値を示した。また接触円半径は Hertz の弾性接触理論と同程度の値を示した。しかしながら接触円中心における最大面圧は Hertz の弾性接触理論に比べやや小さい値を示した。これは材料構成則の非線形性によると考えられる。以上から面圧と接触面積を捉えるのみであれば接触円半径に対し Coarse 程度の解像度があれば十分であると考えられる。

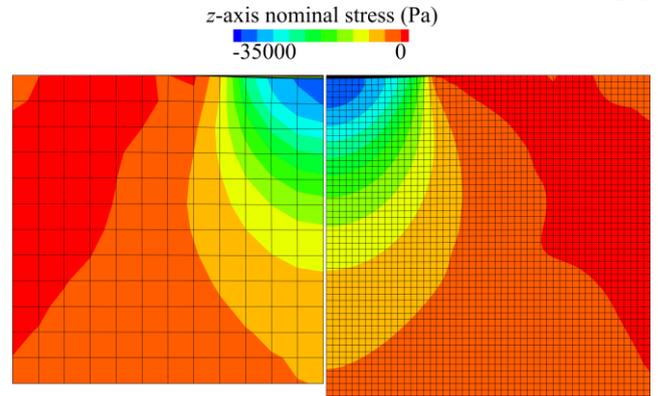


Fig. 5 z -axis nominal stress distribution (left: Coarse, right: Fine)

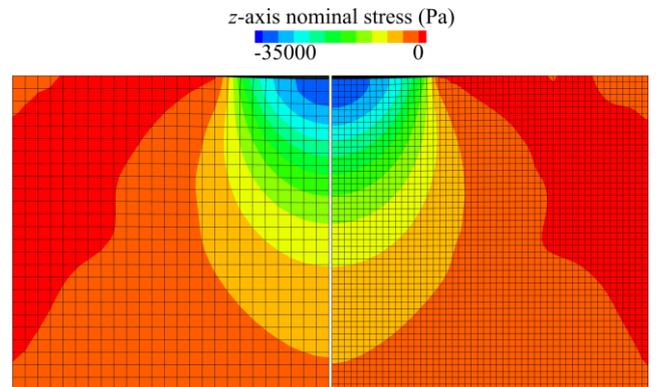


Fig. 6 z -axis nominal stress distribution (left: Medium, right: Fine)

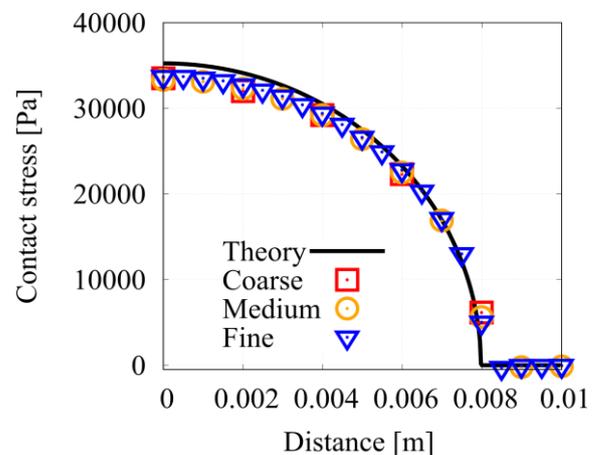


Fig. 7 Contact stress distribution

5. 球が水面に落下する流体解析

5. 1. 解析条件

本章では気液二相流解析の検証として行った実験と解析の結果について記述する。本検証は水槽内で水面に向かって落下・衝突する球まわりの流れを解析し, その結果を実験結果と比較することで行う。水槽のサイズは 200 mm × 200 mm × 200 mm で水面高さは 100 mm とし, 液体は着色した水道水を用いる。球の直径は $D=30$ mm で初期の球高さは水槽の底面から $L=165$ mm, 185 mm と 205 mm とする。格子幅は $dx=3$ mm (Coarse Mesh: $CM=D/10$), 1.5 mm (Medium Mesh: $MM=D/20$), 0.75 mm (Fine Mesh: $FM=D/40$) とする。実験ではチャックで固定した球を計測開始と同時に落

下させ水面に衝突した後にある程度時間が経過したら計測を終了する。ここで実験では同一条件で3回行いその結果を平均化して評価する。本解析では球が水中に最も深く浸入した位置で比較を行う。解析では側面と下面の外部境界には壁面条件を与え、上面には速度と圧力を Neumann 境界条件として与える。

5. 2. 解析結果

図 8, 9 に球が着水した時と一番沈んだ時の実験結果と同時刻の MM と FM における数値解析結果を示す。水色の等値面が水面を示す。図 8 で解析結果は実験と同時刻で着水するが着水によって大きな波が発生していることがわかる。さらにその波の形状が格子解像度によって異なることがわかる。本解析では物体における接触角は 90 度で一定となっておりその影響を受けて球まわりの界面の挙動が異なっていると考えられる。図 9 を見ると、実験では球が完全に水中に浸入しており、その上面に波が形成される。一方で、解析では実験結果と異なり水面に浮かんでいる様子が見られる。

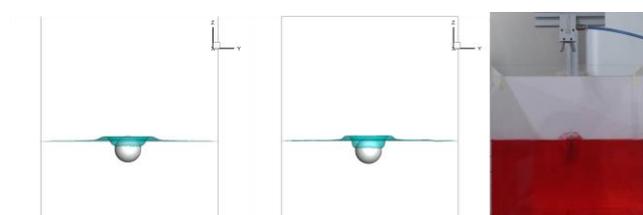


Fig. 8 Interface and sphere at impacting. a) MM; b) FM; c) Exp.

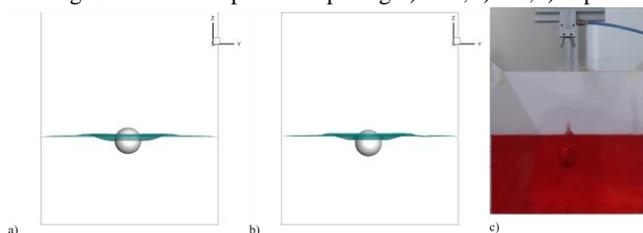


Fig. 9 Interface and sphere at maximum sinking. a) MM; b) FM; c) Exp.

図 10 に球が着水してから一番沈んだ深さの値 H (水面高さで $H = 0$) を縦軸に、水面までの落下高さを横軸に示したグラフを示す。黒色で実験結果、青色、緑色、赤色でそれぞれの格子幅の解析結果を示す。実験結果では初期の球高さが高くなるにつれて球の沈む深さは深くなるが、これは初期位置で球が持つ位置エネルギーの大きさが着水した際の運動エネルギーの大きさに影響していると言える。数値解析の結果でも同様な傾向を示しているが沈んだ深さの大きさは異なる。ただし、格子解像度が細かくなるとその差は小さくなることから格子解像度不足であると言える。

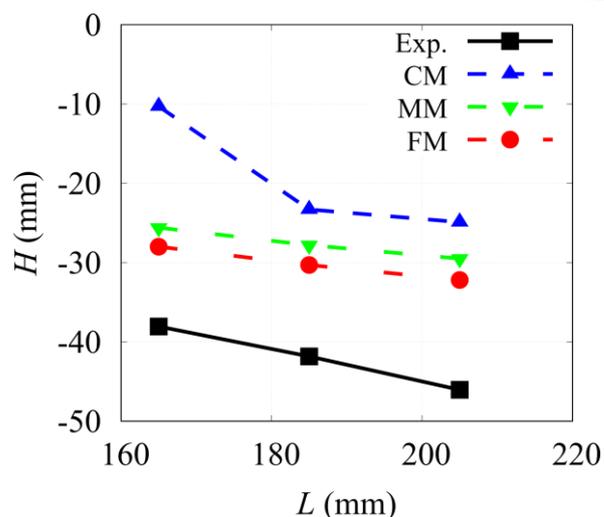


Fig. 10 Position of sphere at maximum sinking

6. まとめ

水に濡れた粗い路面におけるゴムの摩擦の流体構造連成解析に向け、構造解析プログラムの開発と気液二相流解析プログラムの検証を行った。構造解析においては3種類の引張試験による検証により、開発したプログラムが正しく応力を見積もる事が出来ることを示した。また接触解析が正しく面圧と接触面積を評価できることを示した。今後は構造解析プログラムでは粘弾性モデルの追加、摩擦の実装を行う。流体解析プログラムでは今回明らかになった物体境界の取り扱い方法の見直しを行う。そして連成解析プログラムを開発して摩擦発生機構の解明と摩擦発生機構の解明とマイクロスケールでの摩擦予測モデルの構築を行う。

謝辞

本研究の一部は HPCI システム利用研究課題の成果によるものです(課題番号:hp150130, hp160150, hp170111)。本研究は JSPS 科研費若手研究(B) 16K18018。“混相流中で移動する物体周りの熱授受・相変化解析手法の構築”, JSPS 科研費基盤研究(C) 18K03937 “埋め込み境界法による気液二相熱流体解析のための界面捕獲法の高度化” の助成を受けたものです。

参考文献

- (1) 網野直也, タイヤの摩擦と転がり抵抗, 日本ゴム協会誌, Vol. 88, No. 2(2015), pp. 22-26.
- (2) 前川 寛, 糸魚川 文広, 中村 隆, ゴム半球と剛平面の接触における真実接触面積の接触応力依存性とその簡易推定法, 日本機械学会論文集, Vol.81 (2015) No.830, pp.15-36.
- (3) Persson, B. N. J., “Theory of rubber friction and contact mechanics”, The Journal of Chemical Physics, Vol.115, No.3840(2001), pp.3840-3861.
- (4) Persson, B. N. J., Tartaglino, U., Albohr, O., and Tosatti, E., “Rubber friction on wet and dry road surfaces: The sealing effect”, Physical Review, 71(2005), pp.1-7.
- (5) C. Yang, U. Tartaglino., B. N. J. Persson, “A multiscale molecular dynamics approach to contact mechanics”, Eur. Phys. J. E, Vol. 19, (2006), pp.47-58.
- (6) P. Wagner, P. Wriggers, L. Veltmaat, H. Clasen, C. Prange, B. Wies, “Numerical multiscale modelling and experimental validation of low speed rubber friction on rough road surfaces including hysteretic and adhesive effects”, Tribology International, 111 (2017), pp.243-253.

- (7) 柴田裕矢, 小田竜也, 高橋俊, “実験と解析による液膜流の挙動予測,” 第 50 回流体力学講演会/第 36 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 2018.
- (8) Fuller, K. N. G, Tabor, D., “The effect of surface roughness on the adhesion of elastic solids”, Proceedings of the Royal Society of London”, A, Vol.345, No.1642 (1975), pp.327–342.
- (9) 久田俊明, 野田裕久:有限要素法の基礎と応用,丸善(1995), pp.266–267.
- (10) Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., The Finite Element Method Volume 2: Solid Mechanics Fifth edition, (2000), 341.
- (11) L.R.G Treloar, “Stress-strain data for vulcanised rubber under various types of deformation”, Trans. Faraday Soc., 40, (1944), pp59–70.
- (12) Timoshenko, S. and Gortler, J., Numerical Theory of Elasticity, 3rd edition, McGRAW–HILL, New York (1970), pp.417–434.
- (13) Takahashi, S., Nonomura, T., Fukuda, K., “A Numerical Scheme Based on an Immersed Boundary Method for Compressible Turbulent Flows with Shocks: Application to Two-Dimensional Flows around Cylinders”, Journal of Applied Mathematics, Vol. 2014 (2014).
- (14) Mizuno, Y., Takahashi, S., Nonomura, T., Nagata, T., Fukuda, K., “A Simple Immersed Boundary Method for Compressible Flow Simulation around a Stationary and Moving Sphere”, Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2015 (2015).