

上流側を自由端とした旗の粒子法シミュレーション

Particle method simulation of an inverted flag

- 杉林 佑他 , 東北大・院, 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-01, E-mail : yuta.sugibayashi.t7@dc.tohoku.ac.jp
伊澤 精一郎 , 東北大・工, 同上, E-mail : izawa@fluid.mech.tohoku.ac.jp
福西 祐 , 東北大・工, 同上, E-mail : fushi@fluid.mech.tohoku.ac.jp

Yuta SUGIBAYASHI, Grad. School of Eng., Tohoku University, Sendai 980-8579, JAPAN

Seiichiro IZAWA, Grad. School of Eng., Tohoku University

Yu FUKUNISHI, Grad. School of Eng., Tohoku University

Behavior of an inverted flag in uniform flow is simulated by a three-dimensional incompressible SPH method, and is compared to that of an ordinary flag. It is found that the inverted flag oscillates periodically with a large amplitude in a low Reynolds number flow at which the ordinary flag will not oscillate.

1. 緒言

流体振動を利用した発電方法の一つとして、旗のような薄いシートをはためかせることで電力を得る技術が提案されている。Bae ら⁽¹⁾は、電極でコーティングした布を流れに置いて振動させ、それを金属平板に擦りつけることで発電する方法を提案し、流速や旗の長さによって発電効率が変わることを報告している。このような発電の発電効率向上を図るためには、シートの振動形態とその物性の関係を理解することが必要不可欠である。

一般に、旗は上流側を固定端として下流側がはためく。しかし、上流側を自由端とする旗の場合の方が、低い流速の流れの中でも大きく振動する場合があることがわかってきた。Orrego ら⁽²⁾はこのような通常とは逆向きの状態の旗を発電に応用する試みを行い、旗の振動形態や物性が発電量に大きく影響することを報告している。

そこで、本研究では SPH 法を用いて上流側を自由端として流れの中に置かれた旗の計算を行い、一般的な旗との挙動の違いを解析する試みを行った。

2. 計算方法

2.1 非圧縮性 SPH 法

SPH 法は、連続体である流体を有限個の粒子の集団として取り扱う粒子法の一つである。本手法は本来圧縮性流れの解析手法であるが、我々の研究グループでは、毎ステップ密度が一様となるように粒子位置を修正することで非圧縮性流れへ適用している。以下にその概要を示す。

SPH 法では、粒子 1 個の質量を空間に分布させるカーネル関数を定義し、その重ね合わせとして密度場を表現する。粒子位置 r_a における密度 $\rho(r_a)$ は、

$$\rho(r_a) = \sum_b m_b W_{ab} \quad (1)$$

と表される。ここで、 m は質量、 W は M4 スプラインカーネル関数である。

非圧縮性流れへ適用するために以下の密度均一化アルゴリズムを使用する。まず、各粒子には前時刻からの変位から得られる速度を速度予測子として与えて粒子を暫定的に移動させる。この速度予測子は他の粒子の運動とは無関係に見積もられるため、移動後の粒子の密度分布には偏りが生じる。そこで、移動先の密度勾配をならず方向に速度修正量 $v_{a,corr}$ を以下のように算出し、これに加えた速度予測子により元の位置から再び粒子の移動を行う。

$$v_{a,corr} = -C \sum_b m_b \left(\frac{\rho_a^* - \rho_0}{\rho_a^{*2}} + \frac{\rho_b^* - \rho_0}{\rho_b^{*2}} \right) \nabla_a W_{ab} \quad (2)$$

ここで、 C は修正定数、 ρ_0 は流体の基準密度、 ρ^* は暫定移動先の密度を表す。この手順を反復することで、場の密度はほぼ一定に保たれ、非圧縮性流れが近似される。

2.2 旗のモデル

本計算では、先行研究⁽³⁾で構築された旗のモデルを使用し、旗に働く伸縮力、せん断力、曲げモーメント、流体力の 4 つの力を求め、その運動を計算した(図 1)。旗の内部に作用する弾性力をばね-質量モデル⁽⁴⁾、曲げ剛性を多粒子系モデル⁽⁵⁾でモデル化した。以下にその概略を述べる。

伸縮力およびせん断力に対しては、図 1(a) および (b) に示すように、旗粒子の間に 2 種類のばねを配置することでモデル化する。隣接する 2 粒子 (i, j) 間にはたらく伸縮力 T_i を旗素材の伸縮変形によるものとし、対角線上の 2 粒子 (i, k) 間にはたらく伸縮力 S_i を旗素材のせん断変形によるものとする。いずれも粒子間距離に比例する力とし、Hooke の法則により以下の式で与える。

$$T_i = k_T (|\mathbf{x}_{ij}| - l_T) \frac{\mathbf{x}_{ij}}{|\mathbf{x}_{ij}|} \quad (3)$$

$$S_i = k_S (|\mathbf{x}_{ik}| - l_S) \frac{\mathbf{x}_{ik}}{|\mathbf{x}_{ik}|} \quad (4)$$

ここで、 \mathbf{x}_{ij} は i 番目と j 番目の旗粒子間の変位ベクトル、 l_T は伸縮変形に関わるばねの自然長、 l_S はせん断変形に関わるばねの自然長、 k_T は伸縮変形に関わるばねのばね定数、 k_S はせん断変形に関わるばねのばね定数である。

また、曲げモーメントは図 1(c) に示すように、隣接する粒子 (l, i, m) の 3 点間に粒子 i を中心として仮想的な板ばねを置くことによってモデル化する。この板ばねにより粒子 i に働く曲げモーメントの大きさ M_i は以下の式で与えられる。

$$M_i = D \kappa_i \quad (5)$$

ここで、 D は曲げ剛性、 κ_i は粒子 i における曲率であり、 (l, i, m) の 3 点を通る正円の半径の逆数を考える。図 2 のように、 (l, i, m) のなす角を θ_i とすると、曲率 κ_i は、以下ようになる。

$$\kappa_i = \frac{2\sqrt{1 - \cos^2 \theta_i}}{\sqrt{|\mathbf{x}_{il}|^2 + |\mathbf{x}_{im}|^2 - 2|\mathbf{x}_{il}||\mathbf{x}_{im}| \cos \theta_i}} \quad (6)$$

よって、粒子 l および m にはたらく曲げモーメントによる力 B_l, B_m は、次のようになる。

$$B_l = \frac{M_i}{|\mathbf{x}_{il}|} \mathbf{n}_l, \quad B_m = \frac{M_i}{|\mathbf{x}_{im}|} \mathbf{n}_m \quad (7)$$

ここで、 \mathbf{n}_l および \mathbf{n}_m は、点 l および点 m における単位法線ベクトルであり、曲げを緩和する方向を正とする。

また、曲げによって発生する力はモーメントのみであるから、粒子 i には B_l および B_m の合力を反力 B_i として与える。すなわち、以下のように表される。

$$B_i = -\frac{M_i}{|x_{il}|}n_l - \frac{M_i}{|x_{im}|}n_m \quad (8)$$

旗が流体から受ける力は、密度均一化のための流体粒子の速度の修正量は圧力勾配に比例すると考えて、速度修正前後における粒子 i の変位 Δr_i

$$\Delta r_i = \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{\rho_i} (\nabla p)_i \right] (\Delta t)^2 \quad (9)$$

から、圧力勾配

$$(\nabla p)_i = \frac{2\rho_i}{(\Delta t)^2} \Delta r_i \quad (10)$$

を求めることで見積もった。なお、流体粒子の密度補正は旗粒子を固定した状態で行い、旗粒子に加わった圧力勾配より旗表面にかかった力を計算した。

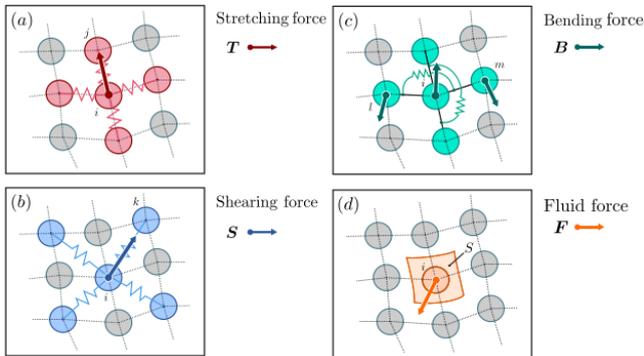


Fig. 1: Modeling of forces acting on a flag

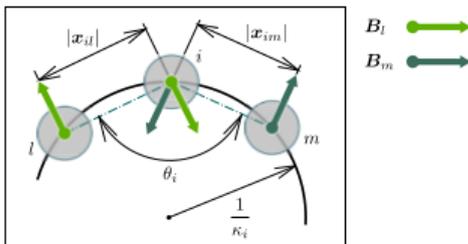


Fig. 2: Calculation of curvature

3. 問題設定

図 3 に計算領域を示す。旗が水平な状態の $t=0$ における上流部自由端のスパン方向中央に座標の原点を配置し、流れ方向を x 、鉛直方向を y 、スパン方向を z とした。計算領域は x 方向に 45mm、 y 方向に 30mm、 z 方向に 11mm とした。計算領域の y 方向および z 方向には周期境界条件を課した。旗の形状は、厚さ 1mm で一辺の長さ L が 11mm の正方形とし、その自由端が流入境界から 15mm の位置にくるように旗を設置した。粒子直径は 1mm で、旗を構成する粒子は 121 個、流体粒子は 14729 個である。一様流速を $U=1.0\text{m/s}$ 、流体の動粘性係数は $\nu=1.0 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ 、密度は $\rho=1000\text{kg}/\text{m}^3$ 、流体計算の時間刻みは $1.0 \times 10^{-4}\text{s}$ 、旗の密度は流体粒子の密度の 150 倍とした。旗のヤング率は 3.2MPa であり、シリ

コンゴムに近い物性とした。動粘性係数 ν 、一様流速 U 、旗の長さ L から求められる Re 数は 1.1×10^4 である。旗の計算の時間刻みは $1.0 \times 10^{-7}\text{s}$ とし、流体の計算 1 ステップに対して旗の計算を 1000 ステップ行った。

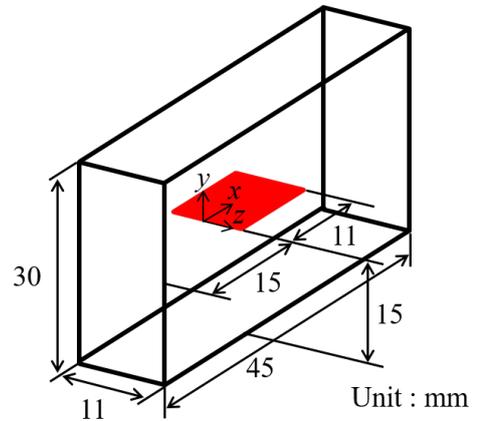


Fig. 3: Computational domain

4. 結果

図 4 は、下流側を自由端とした場合と上流側を自由端とした場合について、スパン方向中央の自由端の y 方向変位の時間変化を比べたものである。なお、いずれの計算においても、振動を促すため、旗粒子には自由端で一様流速の 10%、固定端では零となる y 方向速度を初期攪乱として与えた。下流側が自由端となる通常の旗の場合、初期に加えた振動がすぐに減衰してしまい、はたらくことはなかった。これに対して、上流側を自由端とすると、同条件下で一定の振幅で周期的な振動が見られた。図 5 は、半周期分の旗の振動の様子である。通常の旗が振動しないような低いレイノルズ数流れであっても、0.75 程度と非常に大きな振幅で振動しており、上流側を自由端とすることによる効果的な発電の実現可能性が示された。

5. 結言

3次元非圧縮性 SPH 法を用いて、上流側を自由端とした旗のシミュレーションを行った。その結果、下流側を自由端とする通常の旗でははたらくような低いレイノルズ数においても、大きな振幅で振動することが明らかとなった。

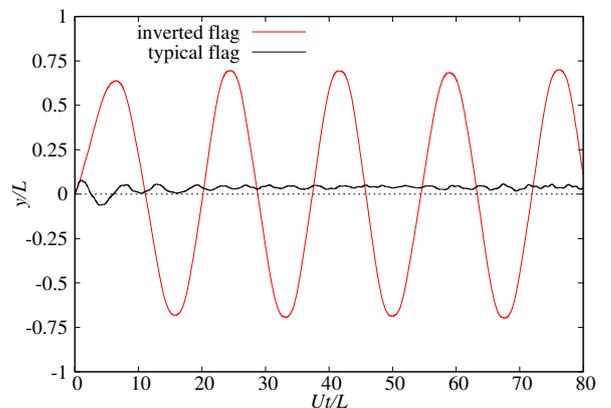


Fig. 4: Comparison of vertical displacements of free ends

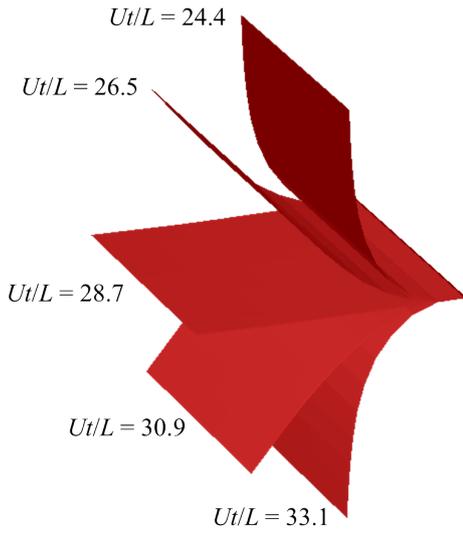


Fig. 5: Snapshots of oscillating flag

参考文献

- (1) Bae, J., Lee, J., Kim, S., Ha, J., Lee, B., Park, Y., Choong, C., Kim, J., Wang, Z., Kim, H., Park, J. and Chung, U., Flutter-driven triboelectrification for harvesting wind energy, *Nature Communications*, Vol. 5, 2014.
- (2) Orrego, S., Shoele, K., Ruas, A., Doran, K., Caggiano, B., Mittal, R., Kang, S., Harvesting ambient wind energy with an inverted piezoelectric flag, *Applied Energy*, Vol. 194, 2017.
- (3) T. Nishiura, Y. Nishio, S. Izawa, Y. Fukunishi, Flapping motion of a permeable flag in uniform flow. *Fluid Dynamics Research*, 2018.
- (4) T. Harada, S. Koshizuka, and Y. Kawaguchi. Real-time fluid simulation coupled with cloth. In *Theory and Practice of Computer Graphics 2007, TPCG 2007 - Eurographics UK Chapter Proceedings: Celebrating 25 Years of the Eurographics UK Chapter*, pages 1320, 2007.
- (5) K. Yamada and K. Suzuki, A Particle-Based Model and Its Validation for Deformation Analysis of Membrane Aeroshell (in Japanese). *Journal of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 53(613):5160, 2005.