三次元羽ばたき飛翔解析における渦法と埋め込み境界–格子ボルツマン法の比較研究

Comparative Study between Vortex Method and Immersed Boundary–Lattice Boltzmann Method in 3D Flapping Flight Analysis

○ 加藤武志, 信州大院, 長野県長野市若里 4-17-1, E-mail：17w4019g@shinshu-u.ac.jp
鈴木康祐, 信州大工, 長野県長野市若里 4-17-1, E-mail：kosuzuki@shinshu-u.ac.jp
吉野正人, 信州大工, 長野県長野市若里 4-17-1, E-mail：masato@shinshu-u.ac.jp
Mitsunori Denda, Rutgers Univ., 98 Brett Road Piscataway, NJ 08854, E-mail：denda@rutgers.edu
Takeshi Kato, Graduate School of Science and Technology, Shinshu University, Nagano 380-8553
Kosuke Suzuki, Institute of Engineering, Academic Assembly, Shinshu University, Nagano 380-8553
Masato Yoshino, Institute of Engineering, Academic Assembly, Shinshu University, Nagano 380-8553
Mitsunori Denda, Mechanical and Aerospace Engineering Department, Rutgers University, NJ 08854

Numerical analysis of the flapping flight of insects has attracted great attention because of the expectation for insect-inspired micro air vehicles. A lot of numerical methods for the insect flight have been proposed, and they can be classified into the following two categories: (i) inviscid flow solvers and (ii) viscous flow solvers. Recently, the vortex method has been regarded as a successful method in category (i), and the immersed boundary–lattice Boltzmann method (IB-LBM) has been developed as an efficient method in category (ii). However, any detailed comparative study between these methods has not been performed. In this study, we compare the vortex method with the IB-LBM in the numerical analysis of three-dimensional flapping flights. As a result, it is found that a large spurious oscillation is observed in the lift and thrust forces obtained by the vortex method, and consequently the results of the vortex method are far from those of the IB-LBM. In order to suppress the spurious oscillation, we propose the vortex decay model considering the viscosity effect. As a result, the spurious oscillation is somewhat suppressed, although the discrepancy in the results of the two methods is still large. It is suggested that an appropriate vortex decay model can remedy the discrepancy.

1. 緒言

近年，数mm から 10cm 程度の超小型飛翔体（Micro Air Vehicle : MAV）の研究が盛んに行われており，災害時や惑星探査等の極限環境における観測・調査用として活躍が期待されている．また，MAV の推進機構として，垂直離着陸や空中停止飛行（ホバリング）が可能であり，急発進や急旋回など運動性に優れているために，昆虫の羽ばたき飛翔が注目されている．

昆虫の羽ばたき飛翔に関する研究は，理論，実験，数値計算等，様々なアプローチから行われている [1] が，近年，コンピュータの性能向上に伴い，数値計算によるアプローチが盛んに行われている．このアプローチでは，翼の羽ばたきによって生じる空気の流れを計算によって求めることで，翼に加わる揚力や推力を計算し，また流れ場の様子を観察することによって，羽ばたき飛翔のメカニズムを調べる．これまで，羽ばたき飛翔の数値計算を行うための手法が数多く提案されている．

これまでに提案されている手法は，大きく 2 種類に分けることができる．一つ目は (i) 流体として粘性を無視した理想流体を計算する手法であり，二つ目は (ii) 粘性を考慮したより現実的な粘性流体を計算する手法である．それぞれの手法の例として，(i) の手法では，近年 Denda et al. によって新たに提案された，二次元羽ばたき飛翔解析のための渦法 [2] が挙げられる．また，(ii) の手法では，Suzuki et al. による埋め込み境界–格子ボルツマン法（Immersed Boundary–Lattice Boltzmann Method: IB-LBM）[3] が挙げられる．

渦法では，流れ場を翼周りの渦の発生と放出のみで近似することで計算を行う．そのため，格子生成が不要であり，短時間で計算が行えるという長所を持つ．しかし，粘性を無視することによる影響の大きさは不明である．一方 IB-LBM では，流体の運動方程式である Navier–Stokes 方程式を直接計算することによって流れ場の計算を行うため，より実現象に近い計算を行うことができる．しかし，渦法に比べて計算時間が長くなるという短所を持つ．両手法とも羽ばたき飛翔解析に適用され，一定の成果が得られているものの，これまで渦法と IB-LBM の計算結果や計算時間について，詳細に比較した研究はほとんど行われていない．

既存の研究として加藤 [4] と津江 [5] は，二次元羽ばたき飛翔解析における渦法と IB-LBM の比較研究を行っている．その結果，計算モデル胴体の並進速度が羽ばたき速度に比べて小さい場合において，渦法により計算された揚力・推力の時間変化が IB-LBM の結果と良好な一致を示すことがわかっている．また，計算時間について，同一の計算機を用いて比較した結果，渦法は IB-LBM に比べ大幅に短い時間で計算可能であることがわかっている．

本研究では，既存の研究結果を踏まえ，近年 Denda[6] によって新たに開発された三次元羽ばたき飛翔解析のための渦法について，IB-LBM との計算結果，計算時間の比較を行うことを目的とした．本発表では，計算モデルの胴体を固定した場合における比較について述べる．

2. 計算モデル

計算モデルには，Suzuki et al.[7] によって提案された蝶を模した羽ばたき翼–胴体モデルを用いた．このモデルは，Fig. 1 に示すように 2 枚の翼と胴体から構成される．

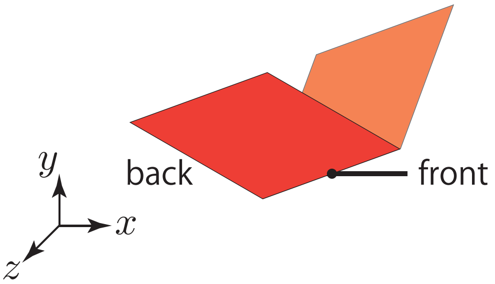


Fig. 1: Butterfly model with two square wings and a rod-shaped body. 3

2 枚の翼はともに厚みのない剛体で，一辺が L の正方形である．胴体は非常に細い棒状のものとする．また，2 枚の翼と胴体は，胴体の中点と翼根の中点で接続している．

2.1 羽ばたき方

モデルの羽ばたき方は，実際の蝶を参考に，翼を下向きに打ち下ろし，真後ろに打ち上げる羽ばたき方とし，その翼の動きは，次の式に示す羽ばたき角 $\theta(t)$ と迎角 $\alpha(t)$ の組み合わせによって表現される．

$$\theta(t) = \theta_{\mathrm{m}} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right), \tag{1}$$

$$\alpha(t) = \frac{\alpha_{\mathrm{m}}}{2}\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \gamma\right)\right], \tag{2}$$

ここで，θ_{m} は羽ばたき角振幅，T は羽ばたき周期，α_{m} は最大迎角，γ は羽ばたき角と迎角の位相差である．本研究では，$\theta_{\mathrm{m}} = 45°$，$\alpha_{\mathrm{m}} = 90°$，$\gamma = \pi/2$ とする．詳細な翼の動きについては参考文献 (7) を参照されたい．

3. 数値計算法

本研究で比較を行う 2 つの計算手法について述べる．

3.1 三次元羽ばたき飛翔解析のための渦法

Denda(6) による渦法の，大まかな計算アルゴリズムのフローチャートを Fig. 2 に示す．まず，レイノルズ数の大きな流れ，つまり粘性の影響が小さい流れでは，粘性の影響は固体壁近傍の境界層内部に限定され，周囲の流体は非粘性流体とみなす事ができると知られている．渦法ではこの理論より，羽ばたき飛翔解析という問題を，厚みなし剛体翼，翼周りの境界層，周囲の無限の非粘性流体の 3 つの領域に分割して考えている．

さらに，レイノルズ数が大きい流れでは，固体壁近傍の境界層は，回転方向の揃った渦度の層となることが知られている (8)．渦法ではこの理論より，翼の境界層を，離散的な渦の配置によって表現している．

加えて，迎角のついた翼が流れの中に置かれている時，翼の外周部からは境界層の剥離が生じる．渦法では，翼外周部から渦を発生，放出することによってこの境界層の剥離を考慮している．また，放出された渦は，時間経過とともに周囲の渦の影響を受けて移流する．

渦法は上述のような，翼からの渦の発生，放出，移流を繰り返すことで流れ場を近似し，そして得られた流れ場から揚力を計算する，というアルゴリズムで羽ばたき飛翔という問題を解く手法である．

渦法の長所として，格子生成が不要である，短時間での計算が可能であるという点が挙げられる．短所として，

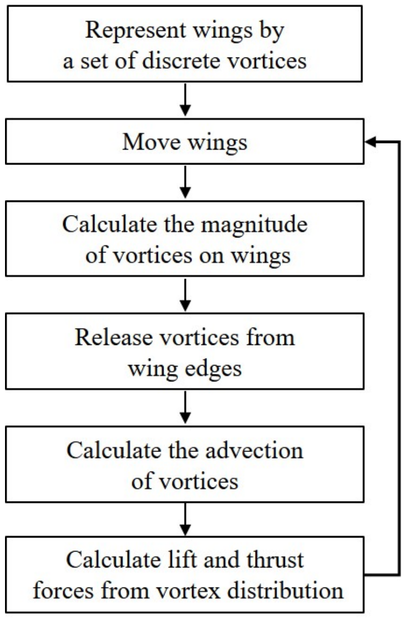


Fig. 2: Flowchart of the vortex method.

粘性を考慮できない，翼に加わる局所的な力が計算できないという点が挙げられる．

以降の小節で，渦法の詳細について述べる．

3.1.1 渦による誘起速度

初めに，本手法の要である，渦による誘起速度の計算について述べる．まず，強さ Γ の，三次元空間上で直線の渦線について考える．渦線の両端の座標を $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$ とすると，座標 $\mathbf{r}$ における渦線からの誘起速度 $\mathbf{v}_{12}^{\mathrm{L}}$ は，Biot-Savart の法則より以下の式で求められる．

$$\mathbf{v}_{12}^{\mathrm{L}} = \mathbf{v}^{\mathrm{L}}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \Gamma) = K_{12}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_1) \times (\mathbf{r} - \mathbf{R}_2), \tag{3}$$

また式中の係数 K_{12} は次式の通りである，

$$K_{12} = \frac{\Gamma(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)}{4\pi|(\mathbf{r} - \mathbf{R}_1) \times (\mathbf{r} - \mathbf{R}_2)|^2} \cdot \left\{\frac{\mathbf{r} - \mathbf{R}_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}_2|} - \frac{\mathbf{r} - \mathbf{R}_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}_1|}\right\}. \tag{4}$$

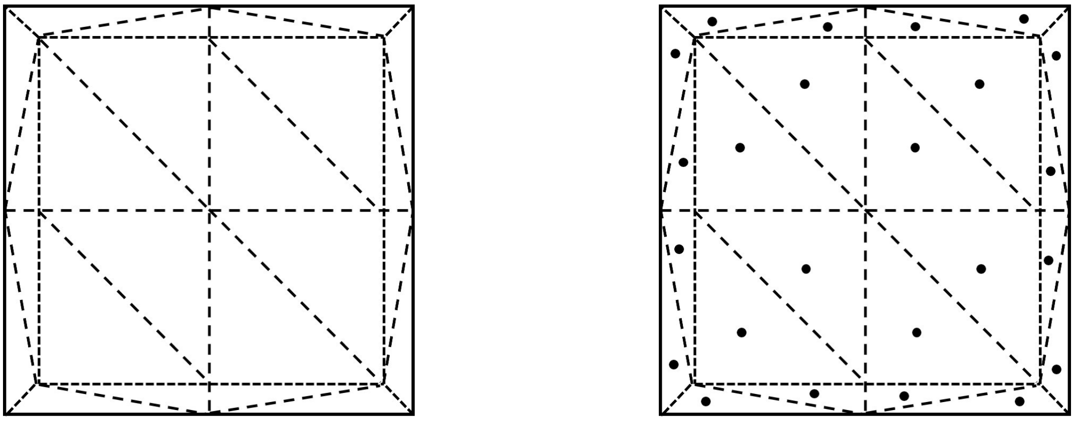
次に，3 つの渦線から構成され，頂点の座標がそれぞれ時計回りに $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3$ である，三角形型の渦輪について考える．この時，座標 $\mathbf{r}$ における渦輪 $\mathbf{R}_1\mathbf{R}_2\mathbf{R}_3$ が誘起する速度 $\mathbf{v}_{123}^{\mathrm{R}}$ は次のように求められる，

$$\mathbf{v}_{123}^{\mathrm{R}} = \mathbf{v}^{\mathrm{R}}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3, \Gamma) = \mathbf{v}_{12}^{\mathrm{L}} + \mathbf{v}_{23}^{\mathrm{L}} + \mathbf{v}_{31}^{\mathrm{L}}, \tag{5}$$

このとき，右辺の各項は式 (3) を用いて，渦線要素毎に計算を行う．また，各渦線要素の渦の強さはすべて Γ で等しいものとする．

3.1.2 翼の離散化

次に，渦による翼の離散化について述べる．離散化の具体例を Fig. 3 に示す．翼の離散化では，Fig. 3(a) に示すような翼表面全体を，三角形で分割し渦輪を配置する．まず，翼の外周部分のみを三角形で分割し，各三角形要素の各辺に渦線を配置することで渦輪を配置する．そして，残った中央の領域を再び三角形で分割し，同様の手順で渦輪を配置する．最後に，Fig. 3(b) に黒丸で示すように，速度観測点を三角形要素の重心に定義する．速度観測点は以降の手順で，各渦輪の強さを決定する際に用いられる．



(a) Discretizing the other areas on the wing by triangle elements.

(b) Collocation points on the wing.

Fig. 3: A process of the discretization of the wing.

3.1.3 影響係数

次に，影響係数 $\mathbf{v}_{ij}$ を式 (5) を用いて以下のように定義する．

$$\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}^{\mathrm{R}}\left(\mathbf{r}_i, \mathbf{R}_{j1}, \mathbf{R}_{j2}, \mathbf{R}_{j3}, \Gamma_j\right), \tag{6}$$

ここで，$\mathbf{r}_i (i = 1, 2, ..., I)$ は，先の手順で配置した速度観測点の座標であり，I は速度観測点の総数である．$\Gamma_j (j = 1, 2, ..., J)$ は，翼の離散化で配置した j 番目の渦輪の強さを表し，J は渦輪の総数である．また，その渦輪の各頂点の座標は $\mathbf{R}_{j1}, \mathbf{R}_{j2}, \mathbf{R}_{j3}$ である．さらに，先の手順で各渦輪の中心に配置した，速度観測点における誘起速度の法線成分 $v_{\mathrm{n}ij}$ は次のように求められる．下付添字 $()_{\mathrm{n}}$ は法線成分を表すことに注意されたい．

$$v_{\mathrm{n}ij} = \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{v}_{ij} \equiv V_{\mathrm{n}ij}\Gamma_j, \tag{7}$$

ここで，$\mathbf{n}_i$ は速度観測点における単位法線ベクトルを表し，$V_{\mathrm{n}ij}$ は，i 番目の速度観測点に対して j 番目の渦輪が作用する影響係数の法線成分である．

3.1.4 翼上に配置した渦輪の強さの決定

翼上に配置した渦輪の強さを決定する手順を説明する．渦輪の強さを決定するためには，翼と流体間の境界条件として，境界での流体速度の法線成分のみを強制する Non-penetration 条件 (スリップ条件) を用いる．渦法におけるスリップ条件は，速度観測点における翼の移動速度の法線成分と，流体中に存在する渦輪が，速度観測点に対して誘起する速度の法線成分の総和が等しくなることを強制する．

(i) 翼上の渦輪の影響

羽ばたきによって翼が動き出す直前，すなわち $t = 0$ では翼外周部からの渦の放出は無いために，翼上に配置した渦輪の影響のみを考慮して，渦の強さを決定する．スリップ条件より導かれる連立方程式を式 (7) を用いて以下に示す．

$$\sum_{j=1}^{J} V_{\mathrm{n}ij}\Gamma_j = v_{\mathrm{n}i}, \tag{8}$$

ここで，左辺は，速度観測点 $\mathbf{r}_i$ における，翼上に配置した j 番目の渦が誘起する速度の法線成分の総和である．右辺は，$\mathbf{r}_i$ における翼の移動速度の法線成分である．この連立方程式を解くことにより，翼上に配置した渦輪の強さ Γ_j を決定する．

(ii) 流体中に放出された渦輪の影響

$t = 0$ より後では，タイムステップ毎に翼外周部から渦輪を放出する．また，放出された渦輪は時間経過に伴い，翼上に配置した渦輪と周囲に存在する渦輪からの影響を受けて移流する．タイムステップ p における，翼上に配置した渦輪の強さを $\Gamma^p_{\mathrm{w}j}$ と再定義する．右上付き添字 $()^p$ は現在のタイムステップを表している．さらに，過去のタイムステップ k に放出された渦輪の強さを ${}^k\Gamma_j$ と定義し，これに伴う影響係数を ${}^kV_{\mathrm{n}ij}$ と定義する．左上付き添字 ${}^k()$ は，その渦輪が放出されたタイムステップを表していることに注意されたい．翼上の渦輪の影響のみを考慮した方程式に，放出された渦輪の影響を加えることで，式 (9) を得る．

$$\sum_{j=1}^{J} V_{\mathrm{n}ij}\Gamma^p_{\mathrm{w}j} + \sum_{k=1}^{p}\sum_{j=1}^{J} {}^kV_{\mathrm{n}ij}\,{}^k\Gamma_j = v_{\mathrm{n}i}, \tag{9}$$

この方程式を解くことで，未知数である翼上に配置した渦輪の強さ $\Gamma^p_{\mathrm{w}j}$ を求めることができる．

3.1.5 翼からの渦の放出

渦の放出について述べる．まず，タイムステップ p における，翼上に配置された j 番目の渦輪の座標を，3.1.4(ii) 節にならい，$\mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j1}, \mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j2}, \mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j3}$ と定義する．さらに，過去のタイムステップ k に放出された渦の座標を ${}^k\mathbf{R}^p_{j1}, {}^k\mathbf{R}^p_{j2}, {}^k\mathbf{R}^p_{j3}$ と定義する．次に，式 $\mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j1}, \mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j2}, \mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j3}$ での速度 $\mathbf{v}^p_{\mathrm{w}j1}, \mathbf{v}^p_{\mathrm{w}j2}, \mathbf{v}^p_{\mathrm{w}j3}$ を式 (5) を用いて以下のように計算する．

$$\begin{aligned}\mathbf{v}^p_{\mathrm{w}j1} = & \sum_{j=1}^{J} \mathbf{v}^{\mathrm{R}}\left(\mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j1}, \mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j1}, \mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j2}, \mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j3}, \Gamma^p_{\mathrm{w}j}\right) \\ & + \sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{p} \mathbf{v}^{\mathrm{R}}\left(\mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j1}, {}^k\mathbf{R}^p_{j1}, {}^k\mathbf{R}^p_{j2}, {}^k\mathbf{R}^p_{j3}, {}^k\Gamma_j\right),\end{aligned} \tag{10}$$

$\mathbf{v}^p_{\mathrm{w}j1}$ のみ示したが，残りの $\mathbf{v}^p_{\mathrm{w}j2}, \mathbf{v}^p_{\mathrm{w}j3}$ についても同様である．ここで，右辺第一項は翼上に配置した渦輪の影響である．右辺第二項はタイムステップ p までに流出した渦輪の影響である．また，渦の強さ ${}^k\Gamma_j$ に右上付き添字がないことに注意されたい．これは，非粘性流体において，一度放出された渦輪は減衰することがなく，その強さが不変であるためである．

そして，式 (10) で得られた放出速度 $\mathbf{v}^p_{\mathrm{w}j1}, \mathbf{v}^p_{\mathrm{w}j2}, \mathbf{v}^p_{\mathrm{w}j3}$ を用いて，強さ $\Gamma^p_{\mathrm{w}j}$ の渦輪を放出する．放出後の座標，つまり，次のタイムステップ $p+1$ における座標 ${}^p\mathbf{R}^{p+1}_{j1}, {}^p\mathbf{R}^{p+1}_{j2}, {}^p\mathbf{R}^{p+1}_{j3}$ は以下の式で与えられる．

$$ {}^p\mathbf{R}^{p+1}_{j1} = \mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j1} + \mathbf{v}^p_{\mathrm{w}j1}\Delta t, \tag{11} $$

ここで，Δt は時間刻みである．また，${}^p\mathbf{R}^{p+1}_{\mathrm{w}j1}$ のみ示したが，残りの ${}^p\mathbf{R}^{p+1}_{\mathrm{w}j2}, {}^p\mathbf{R}^{p+1}_{\mathrm{w}j3}$ についても同様である．また，放出後の渦の強さ ${}^{p+1}\Gamma_j$ は以下に示すとおりである，

$$ {}^{p+1}\Gamma_j = \Gamma^p_{\mathrm{w}j}. \tag{12} $$

3.1.6 放出した渦の移流

渦の移流について述べる．先に述べたとおり，現在のタイムステップを p とすると，タイムステップ k に放出された渦の座標は ${}^k\mathbf{R}^p_{j1}, {}^k\mathbf{R}^p_{j2}, {}^k\mathbf{R}^p_{j3}$ と表わせ，その強さは ${}^k\Gamma_j$ である．まず，式 (10) を用いて移流速度 ${}^k\mathbf{v}^p_{j1}, {}^k\mathbf{v}^p_{j2}, {}^k\mathbf{v}^p_{j3}$ を次のように計算する．

$$ \begin{aligned} {}^k\mathbf{v}^p_{j1} =& \sum_{j=1}^{J} \mathbf{v}^{\mathrm{R}}\left({}^k\mathbf{R}^p_{j1}, \mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j1}, \mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j2}, \mathbf{R}^p_{\mathrm{w}j3}, \Gamma^p_{\mathrm{w}j}\right) \\ &+ \sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{p} \mathbf{v}^{\mathrm{R}}\left({}^k\mathbf{R}^p_{j1}, {}^k\mathbf{R}^p_{j1}, {}^k\mathbf{R}^p_{j2}, {}^k\mathbf{R}^p_{j3}, {}^k\Gamma_j\right), \end{aligned} \tag{13} $$

${}^k\mathbf{v}^p_{j1}$ のみ示したが，残りの ${}^k\mathbf{v}^p_{j2}, {}^k\mathbf{v}^p_{j3}$ についても同様である．そして，移流後の座標，つまり，次のタイムステップ $p+1$ における座標 ${}^k\mathbf{R}^{p+1}_{j1}, {}^k\mathbf{R}^{p+1}_{j2}, {}^k\mathbf{R}^{p+1}_{j3}$ は以下の式で与えられる．

$$ {}^k\mathbf{R}^{p+1}_{j1} = {}^k\mathbf{R}^p_{j1} + {}^k\mathbf{v}^p_{j1}\Delta t, \tag{14} $$

${}^k\mathbf{R}^{p+1}_{j1}$ のみ示したが，残りの ${}^k\mathbf{R}^{p+1}_{j2}, {}^k\mathbf{R}^{p+1}_{j3}$ についても同様である．

3.1.7 流体から加わる力の計算

流体から加わる力の計算について述べる．3.1.1 節と同様に三角形型の渦輪について考える．頂点の座標が時計回りに $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3$ である渦輪について，その表面積を S，表面での単位法線ベクトルを $\mathbf{n}$，渦の強さを Γ，さらに流体の密度を ρ_{f} とすると，一つの渦が発生することによって流体中に生じる運動量 $\mathbf{L}$ は次の式で求められる，

$$ \mathbf{L} = -\rho_{\mathrm{f}}\Gamma S\mathbf{n}. \tag{15} $$

これを微分することで，一つの渦が発生することにより流体に加えられる力 $\mathbf{F}_{\mathrm{fluid}}$ を求めることができる，

$$ \mathbf{F}_{\mathrm{fluid}} = \frac{d\mathbf{L}}{dt}. \tag{16} $$

さらに，流体に加えられる力の反作用が翼に加わる力に等しくなるため，翼に加わる力 $\mathbf{F}_{\mathrm{wing}}$ は次のようになる，

$$ \mathbf{F}_{\mathrm{wing}} = -\mathbf{F}_{\mathrm{fluid}}. \tag{17} $$

3.1.8 計算手順

具体的な計算手順について説明する．時間刻みを Δt とすると，タイムステップ p では以下のようになる．

Step 1. 計算モデルより翼の座標，移動速度を決定する．

Step 2. 翼上に配置した渦の強さを決定するために，式 (9) を解く．

Step 3. 3.1.5 節に従い，式 (10) を用いて，翼上に配置した渦輪の放出速度を計算する．

Step 4. Step 3. で求めた放出速度と式 (11) を用いて，翼外周部より渦輪を放出する．

Step 5. 3.1.6 節に従い，以前のタイムステップで放出した渦を移流させるために，式 (13) を用いて，放出した渦の移流速度を計算する．

Step 6. Step 5. で求めた移流速度と式 (14) を用いて，前タイムステップで放出した渦を移流させる．

Step 7. 翼に加わる流体からの外力を，式 (15)–(17) を用いて放出された渦ごとに計算し，総和を取ることで得る．

Step 8. タイムステップを進め，Step 1. から繰り返す．

以上が渦法の詳細である．更に詳しい内容については参考文献 [2, 6, 9, 10] を参照されたい．

3.2 埋め込み境界–格子ボルツマン法

Suzuki et al.[3] による IB-LBM は，流体の運動方程式である Navier–Stokes 方程式を直接計算することによって流れ場を求める．長所として，粘性を考慮できるため，より実現象に近い計算が可能であるという点が挙げられる．短所として，計算に長い時間が必要という点が挙げられる．

また，IB-LBM は，蝶を模した羽ばたき翼–胴体モデルの研究 [7] やトンボを模した羽ばたき翼–胴体モデルの研究 [11] ，2 次元対称羽ばたき飛行の研究 [12] にも用いられており，羽ばたき飛翔解析に関して実績のある計算手法である．この手法の詳細については，参考文献 [3] を参照されたい．

4. 計算結果の比較および考察

Suzuki et al.[7] の計算モデルを用いて，モデル胴体を固定した場合において，渦法と IB-LBM で揚力・推力を計算し比較した．揚力係数 C_{L}，推力係数 C_{T} を以下のように定義する．

$$ C_{\mathrm{L}} = \frac{F_{\mathrm{lift}}}{0.5\rho_{\mathrm{f}}U^2_{\mathrm{tip}}(2L^2)}, \tag{18} $$

$$ C_{\mathrm{T}} = \frac{F_{\mathrm{thrust}}}{0.5\rho_{\mathrm{f}}U^2_{\mathrm{tip}}(2L^2)}, \tag{19} $$

ここで，F_{lift} は揚力，F_{thrust} は推力，ρ_{f} は流体の密度，U_{tip} は平均翼端速度である．また，2 つの結果を比較する際，渦法は理想流体を扱うために粘性が考慮できない．そこで，比較対象とする IB-LBM の結果として，粘性の影響が小さいと考えられる Reynolds 数 $Re = 500$ の結果を用いる．

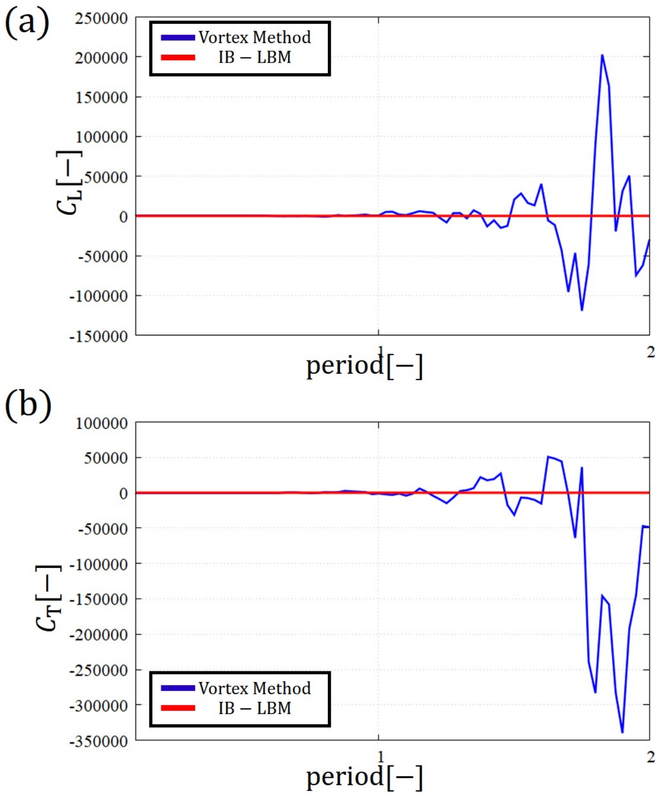


Fig. 4: Comparison of (a) the lift coefficient C_{L} and (b) the thrust coefficient C_{T} obtained by the vortex method and the IB-LBM.

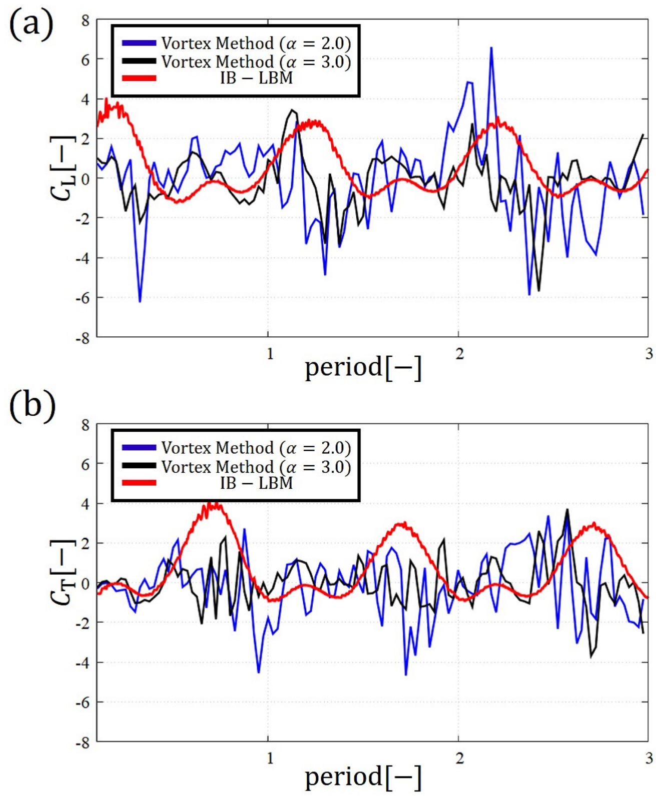


Fig. 6: Comparison of (a) the lift coefficient C_{L} and (b) the thrust coefficient C_{T} obtained by the vortex method with the vortex decay model and the IB-LBM.

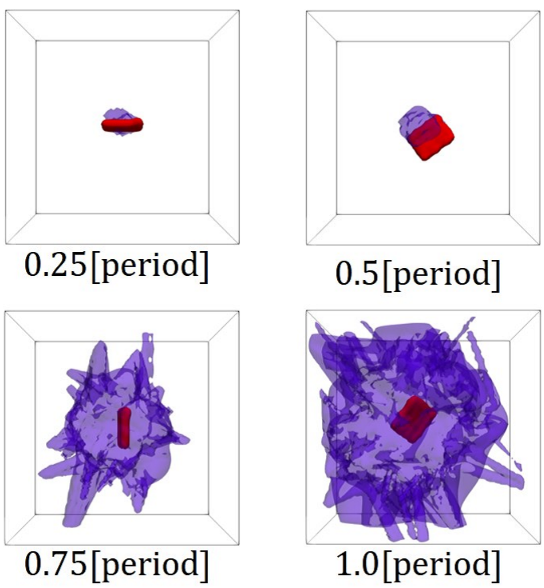


Fig. 5: Isosurface of the magnitude of the nondimensional vorticity $\omega = 2$ around the wing model calculated by the vortex method at $t/T = 0.5$, 1.0, 1.5 and 2.0.

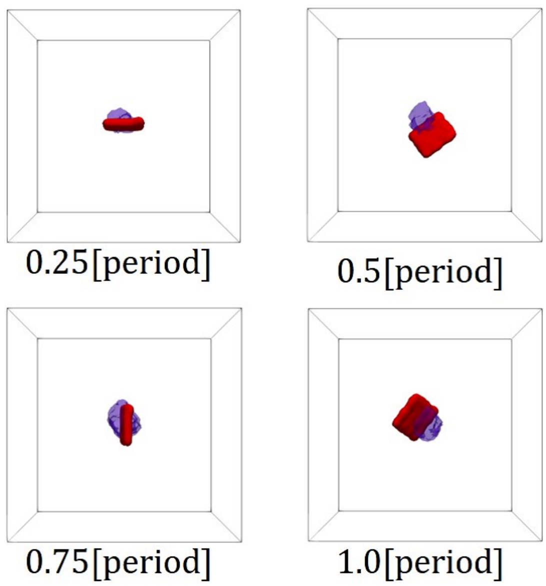


Fig. 7: Isosurface of the magnitude of the nondimensional vorticity $\omega = 2$ around the wing model calculated by the vortex method with the vortex decay model at $t/T = 0.5$, 1.0, 1.5 and 2.0.

計算開始から 2 周期目までの，渦法と IB-LBM の揚力係数・推力係数の時間変化を Fig. 4 に示す．その結果，渦法の揚力係数は揚力・推力共に大きく振動し，IB-LBM の結果とは大きな差異が確認できた．

この原因について，渦法の渦度場を可視化し考察を行った．Fig. 5 に無次元化した渦度の大きさ $\omega = 2$ の等値面で可視化した渦度場の時間変化を示す．ここで，無次元化した渦度の大きさ ω を以下のように定義する．

$$\omega = T\left|\nabla \times \mathbf{u}\right|, \tag{20}$$

ここで，$\mathbf{u}$ は流速ベクトルである．

領域中央に赤色の計算モデルを配置し，青色の等値面で渦度場を表している．可視化画像より，翼から放出された渦が時間経過に伴い，翼周りに際限なく増え続け，大量に停滞している事が確認できる．この原因は，渦法が非粘性流体を扱い，粘性による渦の減衰を考慮していないことにあると考えられる．

4.1 渦減衰モデル

この問題を解決するため，上野山ら [13] の研究を参考に，放出された渦の強さを任意の関数 $D(t)$ で減衰させ振動を抑制するために，渦減衰モデルを作成した．渦減衰モデルとして以下の減衰関数を用いる．

$$D(t) = \exp(-\alpha t), \tag{21}$$

ここで，α は任意の減衰定数を示す．減衰モデルの作用を簡単に述べる．タイムステップ毎に，3.1.8 節の計算手順 Step 6. において，モデルの減衰関数 $D(t)$ を，放出された渦輪の強さ ${}^{p}\Gamma_j$ に対して乗ずることで，渦を減衰させる．

計算開始から 3 周期目までの，減衰定数 $\alpha = 2.0, 3.0$ とした渦減衰モデルを導入した渦法と，IB-LBM の揚力係数・推力係数の時間変化を Fig. 6 に示す．加えて，Fig. 7 に無次元渦度 $\omega = 2$ の等値面で可視化した $\alpha = 2.0$ の場合の渦度場の時間変化を示す．

可視化画像から，渦法への渦減衰モデルの導入によって，翼周りの渦が減衰されている事が確認できる．しかし，依然として翼周りに渦が滞留する問題は解決せず，減衰モデルの導入では翼周りの渦の停滞は解決出来ないことが確認できた．

揚力係数・推力係数については，先程の結果と比較して，渦減衰モデルの導入により，値の振動を大幅に抑えられていることが確認できる．特に $\alpha = 3.0$ の結果において，1.5 周期以降 IB-LBM の値に近づいている事が確認できた．IB-LBM の結果に比べれば，依然として振動は大きく良好な結果とは言えないが，渦減衰モデルの減衰関数や減衰定数を適切に設定することで，IB-LBM と一致する結果を得られる可能性が示唆された．

5. 計算時間の比較

渦法と IB-LBM の計算時間について比較を行った．計算には同一の計算機を用い，CPU は Intel Core i7-6700K @4.0GHz，メモリは 32GB，使用言語は Fortran90，コンパイラは Intel Fortran Compiler 14.0.3 である．また，IB-LBM の計算負荷の都合により，渦法ではシングルコア計算，IB-LBM では 6 コア並列計算の計算時間を示していることに注意されたい．Table 1 に示す結果の通り，渦法の計算時間は IB-LBM に比べて約 265 分の 1 となった．この結果より，渦法が IB-LBM に比べて非常に高速で計算できることが確認できた．

Table 1: Comparison of the calculation time for the vortex method and the IB-LBM.

Vortex Method (single core)	IB-LBM (6 cores parallel)
136 s	36060 s

6. 結言

三次元羽ばたき飛翔解析における渦法と IB-LBM の計算結果と計算時間を比較した結果，次のことがわかった．

- 渦法と IB-LBM の計算結果を比較した結果，渦法の計算結果は非常に大きく振動し，IB-LBM との一致は得られなかった．
- 渦法に渦減衰モデルを導入した結果，計算結果の振動は改善された．減衰モデルを適切に設定することで，IB-LBM に近づく結果が得られる可能性が示唆された．
- 渦法と IB-LBM の計算時間を比較した結果，渦法の計算時間は IB-LBM の約 265 分の 1 となり，渦法が IB-LBM に比べ高速に計算できることがわかった．

今後は，適切な減衰関数の調査，及び減衰モデルの物理的特性について検討していく予定である．

参考文献

(1) Shyy, W., Aono, H., Chimakurthi, S.K., Trizila, P., Kang, C.K., Cesnik, C.E.S. and Liu, H., “Recent progress in flapping wing aerodynamics and aeroelasticity,” Progress in Aerospace Sciences, 46 (2010), pp.284–327.

(2) Denda, M., Pruthvi, K.J. and Brandon, C.J., “A vortex approach for unsteady insect flight analysis in 2D,” European Journal of Computational Mechanics, 25 (2016), pp.218–247.

(3) Suzuki, K. and Inamuro, T., “Effect of internal mass in the simulation of a moving body by the immersed boundary method,” Computers & Fluids, 49 (2011), pp.173–187.

(4) 加藤武志, “二次元羽ばたき飛翔解析における渦法と埋め込み境界–格子ボルツマン法の比較研究,” 信州大学卒業論文 (2017).

(5) 津江耕太郎, “渦法による蝶を模した二次元羽ばたき翼型の飛翔計算における問題点,” 信州大学卒業論文 (2018).

(6) Denda, M., “3D Vortex Approach to the Unsteady Flow Generated by a Flapping Insect Wing,” Advances in Boundary Element & Meshless Techniques - 18th International Conference (2017), pp.112–119.

(7) Suzuki, K., Minami, K. and Inamuro, T., “Lift and thrust generation by a butterfly-like flapping wing–body model: immersed boundary–lattice Boltzmann simulations,” Journal of Fluid Mechanics, 767 (2015), pp.659–695.

(8) 亀本喬司, “様々なスケールの渦について,” ながれ, 24 (2005), pp.143–150.

(9) Katz, L. and Plotkin, A., “Low-speed aerodynamics,” Cambridge University Press (2001).

(10) S.H. Lamb, “Hydrodynamics,” Cambridge University Press (1932).

(11) Minami, K., Suzuki, K. and Inamuro, T., “Free flight simulations of a dragonfly-like flapping wing–body model using the immersed boundary–lattice Boltzmann method,” Fluid Dynamics Research, 47 (2015), 015505.

(12) Ota, K., Suzuki, K. and Inamuro, T., “Lift generation by a two-dimensional symmetric flapping wing: immersed boundary–lattice Boltzmann simulations,” Fluid Dynamics Research, 44 (2012), 045504.

(13) 上野山英樹, 青木宏之, 田中康博, “渦減衰モデルを導入した渦点法による流体数値シミュレーション,” 情報処理学会 全国大会講演論文集, 38 (1989), pp.90–91.