

# 液面に落下する液滴による大気泡生成の AMR-Front-tracking シミュレーション

## AMR-Front-tracking simulation of large bubble formation by a single drop impacting upon liquid surface

- 川口直樹, 関大院, 大阪府吹田市山手町 3-3-35, E-mail:k056812@kansai-u.ac.jp  
山本恭史, 関西大, 大阪府吹田市山手町 3-3-35, E-mail:yamayasu@kansai-u.ac.jp  
Naoki Kawaguchi, Graduate School of Science and Engineering, Kansai University,  
3-3-35 Yamate-cho, Suita-shi, Osaka  
Yasufumi Yamamoto, Kansai University, 3-3-35 Yamate-cho, Suita-shi, Osaka

In this paper, we investigate the collision conditions necessary to generate large bubbles by droplet collision. Formerly, collision speed and diameter were considered as the factors that cause large bubbles. However, there are some studies that have shown that the impact moment shape is the most important, and focus the effect of vortex in the liquid after the collision. Thus, the droplet collision phenomenon was simulated by our AMR-front-tracking simulator that can express the interface deformation accurately. We treated vertically elongated droplet and investigated the interface deformation, vortex generation and pressure distribution. Then, we can find that the interface deformation caused by droplet collision can be classified in three patterns in three velocity range.

### 1. 緒言

液面に落下する液滴によって生じる気泡の現象について、どのような条件でどのような気泡が出来るかを知ることが出来ればその知見は様々な工業装置に応用できる。また、シミュレーションで再現が可能になることで実験が困難な条件でも予測が出来るようになる。

Pumphrey-Elmore<sup>(1)</sup>は衝突速度と直径によって、5mm 程度の気泡が出来る L-regime と、微小気泡が出来る S-regime などをマップに整理した。しかし、Wang ら<sup>(2)</sup>は衝突速度と直径だけでは気泡サイズを予測するには不十分であるとし、実験によって衝突瞬間形状が大気泡生成に重要であると示した。Deka ら<sup>(3)</sup>は CLSVOF シミュレーションを行い、大気泡の閉じ込めがどのように起こるかを調べ、衝突後の衝突側面に出来る液中渦に起因していることを示した。しかし、大気泡生成の有無の明確な境界は判明していない。

我々の研究室では、これまで、AMR-Front-tracking 法の高精度な混相流シミュレーターを開発してきた<sup>(4)</sup>。そこで本研究では、AMR-Front-tracking シミュレーションによって大気泡の生成条件について検討する。特に衝突形状の条件に注意し、縦長の回転楕円体に限定して検討した。

### 2. 計算手法

#### 2.1 Front-tracking 法

まず、本研究で扱う対象はほぼ軸対称とみなせると考え軸対称円筒座標系で扱う。座標変数としては半径方向を  $r$ 、軸方向を  $z$  とする。Front-tracking 法ではフロントマーカーの点列によって矩形格子に依存せずに界面位置を表現できる (Fig.1)。また、空気と水の存在する系を密度・粘度が場所によって異なる 1 つの流体と捉え矩形格子で有限差分法を行う。

本シミュレーターでは、流体は非圧縮とし、界面張力の影響を体積力に変換した力  $\mathbf{F}$  を考慮する。基礎式は以下の 2 式となる。

連続の式

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

ナビエ・ストークス方程式

$$\rho \left\{ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) \right\} = -\nabla p + \nabla \cdot \{ \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \} + \mathbf{F} + \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ ,  $p$  はそれぞれ速度ベクトルと圧力、 $\mathbf{g}$  は重力加速度ベクトルである。

格子とフロントマーカー間の情報のやり取りは重み関数を使用する。その重み関数としては、次式を用いている。

$$D(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) = d(r - r_s)d(z - z_s) \quad (3)$$

ここで、

$$d(r - r_s) = \frac{1}{4h} \left\{ 1 + \cos \left( \frac{r - r_s}{2h} \right) \right\}, \text{ for } |r - r_s| < 2h$$

であり、 $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{r}_s$  はそれぞれ格子点とマーカーの座標、 $h$  は格子幅である。後述するように界面近傍では AMR で最高レベルまで細分化されているので、 $h = \Delta_{min}$  である。ここで、 $\Delta_{min}$  は最高レベルまで細分化された格子幅である。結果として界面は、重み関数の幅 (4 格子) 分の計算上の厚みを持つこととなる。

フロント点での速度を格子上の速度から補間する。フロント速度は以下の式となる。

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}_s) = \sum_{|r - r_s| < 2h} D(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) \mathbf{u}(\mathbf{r}) \Delta r \Delta z \quad (4)$$

この速度を 2 次精度の Adams-Bashforth 法で積分してフロント位置を更新する。

$$\mathbf{r}_s^{(n+1)} = \mathbf{r}_s^{(n)} - \frac{1}{2} \mathbf{u}_s^{(n-1)} \Delta t + \frac{3}{2} \mathbf{u}_s^{(n)} \Delta t \quad (5)$$

移動後、精度を保つために、マーカー間隔が格子幅の 0.6~0.8 倍になるように、削除と 4 点ラグランジュ補間による追加を行う。

線に沿う長さをパラメータとする 4 点ラグランジュ補間関数を解析的に微分して接線ベクトル  $\mathbf{t}$  を求める。法線ベクトル  $\mathbf{n}$  は  $\mathbf{t}$  に垂直なベクトルとして求める。 $\mathbf{n}$  の情報を格子に分配することで識別関数  $I$  を求め、次ステップの密度  $\rho$  と粘度  $\mu$  を表現するのに用いる。各流体相において、 $I$  は 0 か 1 である。

$$\rho = I\rho_1 + (1 - I)\rho_0, \quad \mu = I\mu_1 + (1 - I)\mu_0 \quad (6)$$

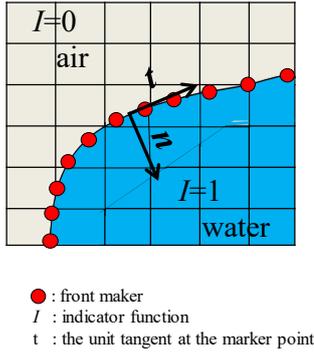


Fig. 1 Front-tracking method.

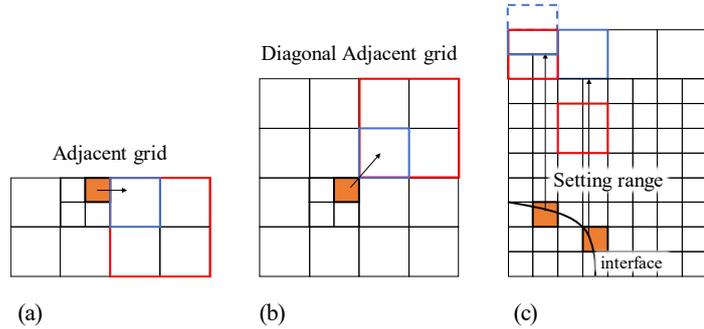


Fig. 2 Additional constraints on the quadtree discretisation.

ここで $\rho_0, \rho_1$ はそれぞれ空気と水の密度,  $\mu_0, \mu_1$ はそれぞれ空気と水の粘度である.

軸対称円筒座標系における界面張力の影響は以下のように表せる.

$$f(\mathbf{r}_s)\Delta s = \sigma \mathbf{t}^+ - \sigma \mathbf{t}^- + \sigma \frac{n_r}{r} \mathbf{n} \Delta s \quad (7)$$

上付きの $s$ はフロント要素の両端での値を表す.  $\Delta s$ は要素長さである.  $f(\mathbf{r}_s)\Delta s$ を式(3)の重み関数を通して格子に分配したものが式(2)の $\mathbf{F}$ となる.

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \sum_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_s|<2h} D(\mathbf{r}-\mathbf{r}_s) f(\mathbf{r}_s)\Delta s \quad (8)$$

式(6),(8)を反映した式(1),(2)をSMAC法に基づいた時間進行法で解く. 粘性項には2次のCrank-Nicolson法, 対流項には2次のAdams-Bashforth法を用いた. 圧力補正量方程式にはSOR法を適用した.

## 2.2 AMR(Adaptive Mesh Refinement)

### 2.2.1 細分化格子

液滴と液面の隙間が非常に狭い場合, 一般的な解像度で隙間を表現することは困難である. そこで解像度を上げるため, 本シミュレーターでは四分木構造に基づくAMRを扱う.

### 2.2.2 四分木構造に基づくAMR<sup>(5)</sup>

四分木構造に基づくAMRでは各セルを縦・横にそれぞれ2分割する. 例えば, 元のセルレベルを0とすると1上がるごとにセルは4つに分割される.

本シミュレーターでは山本・植村と同様のコード<sup>(4)</sup>を使用している. 細分化処理を行なう際のセル周りには制約があり, 本シミュレーターの制約をFig.2に示す. これらの制約を満たすことで計算が大幅に簡素化される.

- (a) 隣接するセルのレベルは2つ以上異なることはできない.
- (b) 対角線方向に隣接するセルのレベルは2つ以上異なることはできない.
- (c) 界面要素からある一定の距離までの格子サイズは変えない.

ここでの格子に注目しそれぞれ青四角の格子サイズであれば

制約を満たすが赤四角の場合制約を満たさない.

以下に細分化によって隣接格子の幅が異なる場合の差分を示す.

### 2.2.3 せん断応力計算のための差分近似<sup>(4)</sup>

セル界面の応力計算に関して, データ定義点の midpoint となっている場合, その値は中心差分で得られるが, 隣接格子が細分化されて格子幅が異なっていると, データ定義点の間隔が等しくない. その場合応力計算に関しては, 求めたい点の近くの3点を用いて2次関数を考え, 2次精度の差分や補間を行う.

具体的にはFig.3の赤四角に注目し, その▲における応力計算のための $\partial v/\partial z$ を考える.  $u_N, u_C, u_S$ の3点で作られる2次関数を考えれば2次精度差分式を以下のように構成することができる.

$$\frac{16u_N - 10u_C - 6u_S}{15\Delta_M} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{3\Delta_M^2}{80} \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} + \dots \quad (9)$$

$\partial v/\partial r$ の差分についても $\partial u/\partial z$ と全く同様の差分式の構成を考慮することができる.

### 2.2.4 垂直応力計算のための差分近似<sup>(4)</sup>

Fig.4において, 応力計算のための $\partial u/\partial r$ を考える. 青破線の正方形に注目すると▲点における差分値は, それぞれを挟む2点の差分では, 1次精度にしかならない. そこで, 赤点線の長方形に注目すると, ▼位置での $\partial u/\partial r$ は中心差分で与えられ,

$$\frac{u_E - u_C}{\Delta_M} = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\Delta_M^2}{24} \frac{\partial^3 u}{\partial r^3} + \dots \quad (10)$$

と2次精度が保たれる. なお, 正方形セルで $u_N, u_C, u_S$ の3点を使用した2次精度差分式を構成しても, ▲は $u_W, u_E$ の midpoint なので, 実質2点の情報しか使われないし, 誤差項は赤点線の長方形で考えた方が小さい.

### 2.2.5 対流項計算のための補間<sup>(4)</sup>

保存型対流項では, 対流流束 $uv$ は $\partial u/\partial z, \partial v/\partial r$ と同じ点で補間することになる. しかし, 補間方法は上記のものとは異なりFig.3の▲位置における $u$ を小セル基準の補間で求めると,

$$\frac{u_N + 2u_C}{3} = u + \frac{\Delta_M^2}{16} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \dots \quad (11)$$

で2次精度となる. これは同じ2次精度を持つ大セル基準の補間

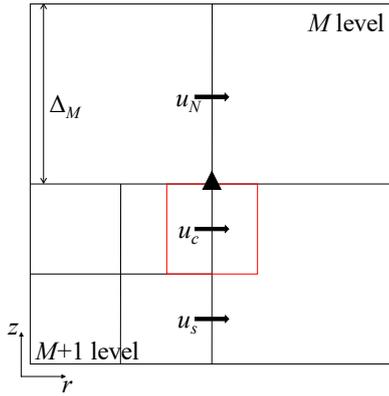


Fig.3 The calculation for shearing stress when next grid is subdivided.

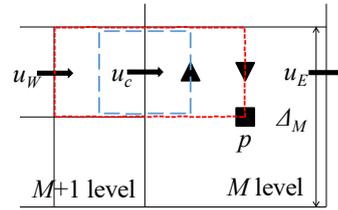


Fig.4 The calculation for normal stress when next grid is subdivided.

よりも誤差が小さいため、対流項に関しては直近の 2 点による補間を行なっている。

### 2.2.6 細分化・併合処理について

初期条件では界面の初期状態に合わせて細分化処理をする。細分化・併合処理を行うかどうかはマーカー移動後の法線単位ベクトルを格子へ分配する時とする。FT 法では、界面から 2 格子の領域でフロント情報の交換がなされるため、その範囲にレベルが異なる格子がある場合、情報交換をやめ、細分化・併合処理をしてからやり直す。しかし、細分化・併合処理には大量の補間処理が必要となるため、本シミュレーターでは細分化・併合が頻繁に起きないように、最高レベルに細分化される領域を広めに設定する。本研究では、領域の厚みを最小格子 10 個分から 60 個分程度で検証したところ、界面近傍の渦も高精度にとらえる必要があり、最小格子を 40 個分と設定すると安定に計算できる結果が得られた。

### 2.3 対称軸における界面の分裂・合体判定とその処理について

分裂・合体処理の例を Fig.5 に示す。合体判定については異なる界面上のマーカー間距離が  $0.5\Delta_{min}$  以内になった際に処理する。合体と判定された 2 つのマーカーを 1 つに置き換え接続情報を書き換える。その際、対称軸の近くのままでは、次に述べる分裂判定に引っかかるので、 $r$  座標を判定閾値より大きい  $0.6\Delta_{min}$  の位置にずらす。

分裂については、界面端点近傍ではないマーカーに対し、Homma ら<sup>6)</sup>と同様に対称軸からの距離が  $0.5\Delta_{min}$  未満かどうかで判定した。分裂と判定されたマーカーは  $r=0$  とし、分裂のために  $r=0$  に新たにマーカーを配置する。その際、2 つのマーカーが近くのままでは、合体判定に引っかかるので、 $z$  座標を判定閾値より大きい  $0.6\Delta_{min}$  の位置にずらす。

### 3. 計算条件

計算領域や液滴の初期配置については Deka ら<sup>9)</sup>の設定を参考に

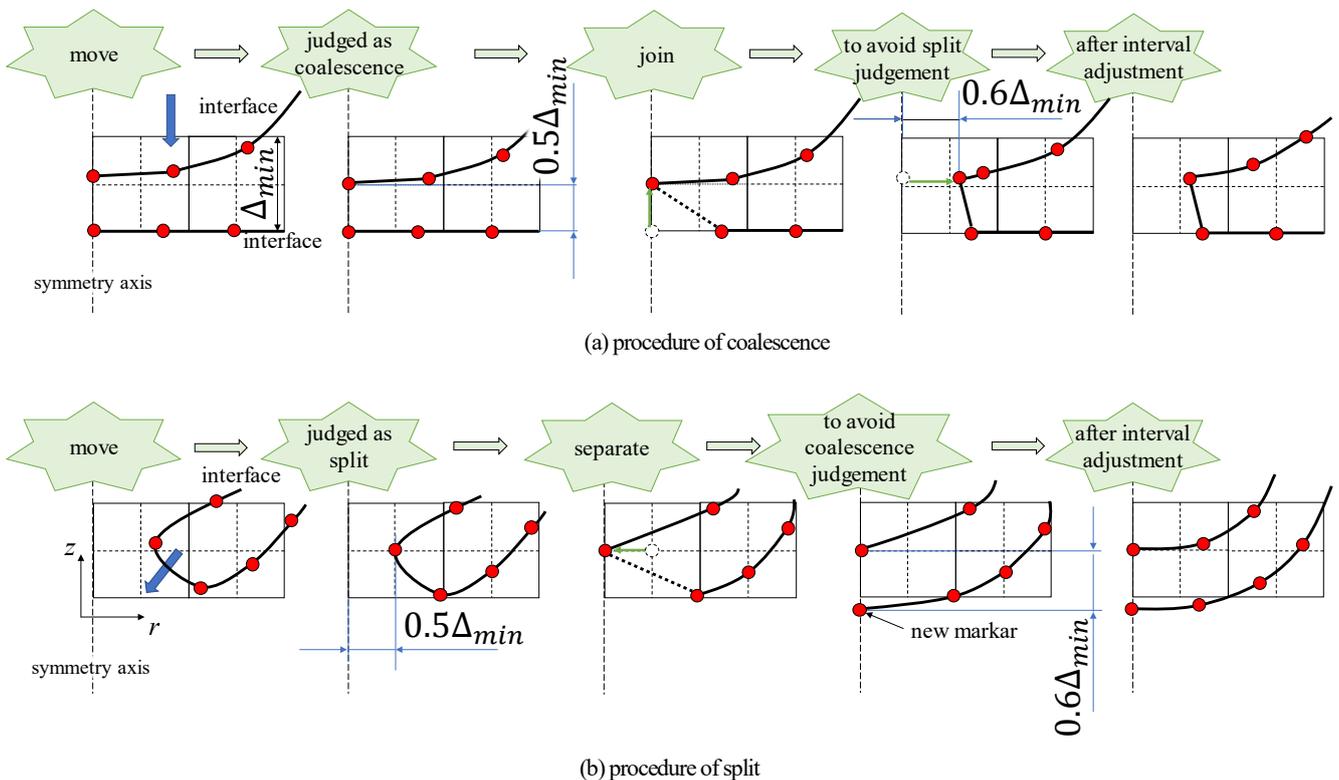


Fig.5 A reconfigure interface at symmetry axis.

した (Fig.6).  $d$  は体積相当径である. AMR の最高レベルを 5 とし, 最高レベルでの格子幅 (=最小格子幅  $\Delta_{min}$ ) は  $14.9\mu\text{m}$  で全ての検証で統一している. 物性値は空気, 水ともに  $20^\circ\text{C}$  とする. 衝突条件については Fig.7 に示すように, Pumphrey と Elmore のマップ中の L-regime 近傍で, Wang らは衝突瞬間形状によっては大気泡が出来ること示している実験範囲を参考に, 赤線で示した領域で検討した. Wang らの文献で述べられていたようにアスペクト比を 1.4 の縦長となるように, 回転楕円体で液滴形状を設定した. 液面のすぐ上を初期状態として, 衝突速度を液滴初期速度として与えた.

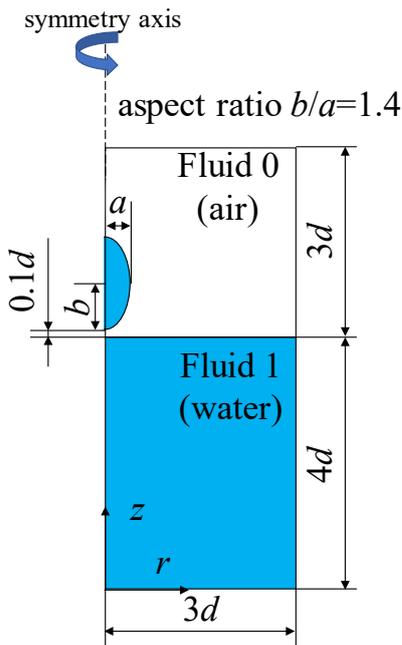


Fig.6 Calculation area and initial placement

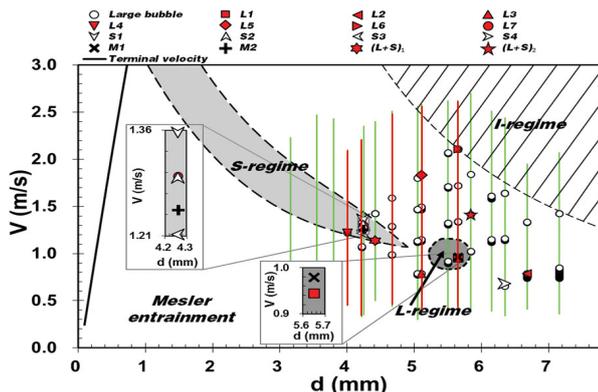


Fig.7 Air entrainment regimes on the traditional classification map<sup>(1)</sup> with current experimental results. The thin vertical lines (green) are the measuring range of the present experimental results<sup>(2)</sup>.

Table 1 Physical property value

	Density $\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$	Viscosity $\mu(\text{Pa} \cdot \text{s})$	Surface tension $\sigma(\text{N}/\text{m})$
Water( $20^\circ\text{C}$ )	998.2	$1.002 \times 10^{-3}$	$72.77 \times 10^{-3}$
Air( $20^\circ\text{C}$ )	1.205	$18.22 \times 10^{-6}$	

#### 4. 計算結果・考察

##### 4.1 シミュレーションの精度・妥当性

Wang らの 3 つの条件を選び, 実験結果 (左) と対応時刻でのシミュレーション結果 (右) を Fig.8 に示す.

Fig.8 (I),(II) に関しては時間に対する界面変形の様子はほぼ一致している. Fig.8 (III) に関しては, 大気泡生成の有無は異なるが, 途中までの界面変形に関してはほぼ一致している. これらの結果から, 本シミュレーションはおおむね実現象を再現できていると考える. 差異の要因については後の大気泡生成の条件として後述する. また Deka ら<sup>(9)</sup> は総格子数 250 - 350 万個必要としていた計算に対し, 本シミュレーターでは 0 レベルの分割で 3000 個, 細分化した場合で初期の総格子数は 30 万個であり, AMR によって計算コストを大幅に削減出来ていることがわかる.

##### 4.2 大気泡の閉じ込めの要因とされている渦

Fig.9 には Fig.8 (I) に対応する, 流線と圧力分布を示す. Deka ら<sup>(9)</sup> が示したように衝突側面 (液中) に渦, 負圧が確認でき, この渦によって界面が引っ張られ特徴的なキノコのような界面形状が生成された. 結果は省略するが, 他の条件, Fig.8 (II)  $3\text{ms} \rightarrow 6\text{ms}$ , (III)  $8\text{ms} \rightarrow 12\text{ms}$ , でも, 同様の渦と負圧, それにより界面がキノコ上に成長していることが確認できた. キノコ形状のくびれ部分が閉じることにより, 大気泡が生成されるため, このキノコ形状を生成する渦が必要であると考えられる. この渦は衝突によって液滴側面でこすれることにより発生しており, 液滴が縦長であることにより, 渦の位置とこする時間に影響を与えるために大気泡生成には衝突瞬間形状が縦長である必要があると考える.

##### 4.3 気泡生成の有無とマップの比較

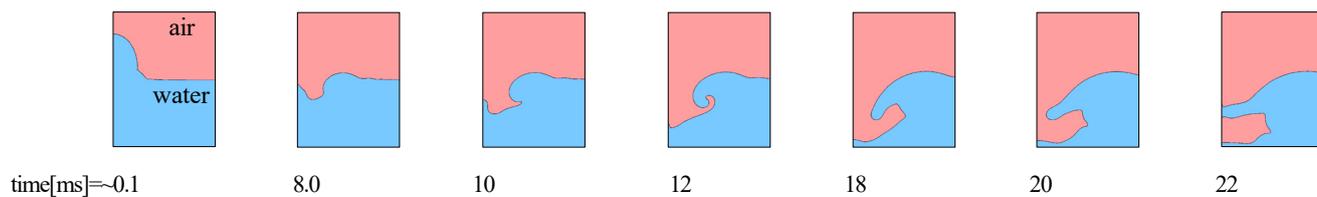
今回のシミュレーション結果を既存の気泡生成マップ上に示した (Fig.10). これらの結果から大気泡生成には液滴直径, 衝突速度のバランスは重要であるが, 衝突瞬間形状によって L-regime 領域外で大気泡生成がみられたため, Wang ら同様, 衝突瞬間形状が特に重要であると考える.

また, Fig.8 (I) と (III) について, 実験では同じような界面変形をしているにも関わらず大気泡ができる・できないが分かれ, シミュレーションでは両者とも大気泡が生成した. これは実験結果では液滴落下時に生じる振動や外乱によって, 衝突時の形状が同じとは限らないため, わずかな違いで後の挙動が変化したと考えられる. しかし, シミュレーションでは, 外乱の影響を無くし同一の形状を与えることができるため, 実験結果の界面変形と違いが表れたと考える.

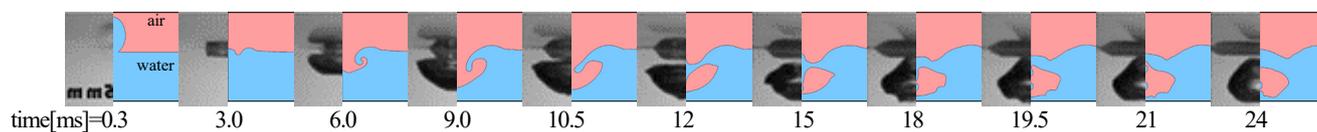
また, 大気泡生成が見られた条件を  $We$  数 ( $We = \rho v^2 d / \sigma$ ) と  $Fr$  数 ( $Fr = v^2 / gd$ ) によって整理し, Fig.11 にまとめた. ここで,  $\rho$ ,  $\sigma$  はそれぞれ水の密度, 界面張力,  $v$ ,  $d$ ,  $g$  は衝突速度, 体積相当径, 重力加速度である. 各液滴直径に対してそれぞれある速度範囲で大気泡が生成されている. Fig.11 より, 液滴系によらず,  $We$  数が 50-150,  $Fr$  数が 20-60 の範囲において, 大気泡が多く確認できた. アスペクト比 1.4 の液滴直径の衝突に関しては, この範囲内であれば大気泡が生成させられると考える. 例えば, アスペクト比を固定するなど, 形状の条件を整えれば, 速度-直径のマップで L-regime を再定義できると考える.

##### 4.4 大気泡が生成された条件の解析

まず, 大気泡が生成されるパターン Fig.8 (I) のキノコ形状まで界面が引っ張られる過程を Fig.12 (a) に示し, 近い条件ながら低速で大気泡が出来なかった条件の Fig.12 (b) と比較する. (b) ではキノコ形状生成に重要である「渦」(Fig.9 で示したように負圧部に対応する) が (a) より弱いために, 水面を十分に巻き込めず, 結果として



(I) Wang's research condition (a) [ $d=5.65\text{mm}$ ,  $v=0.953\text{m/s}$ ].

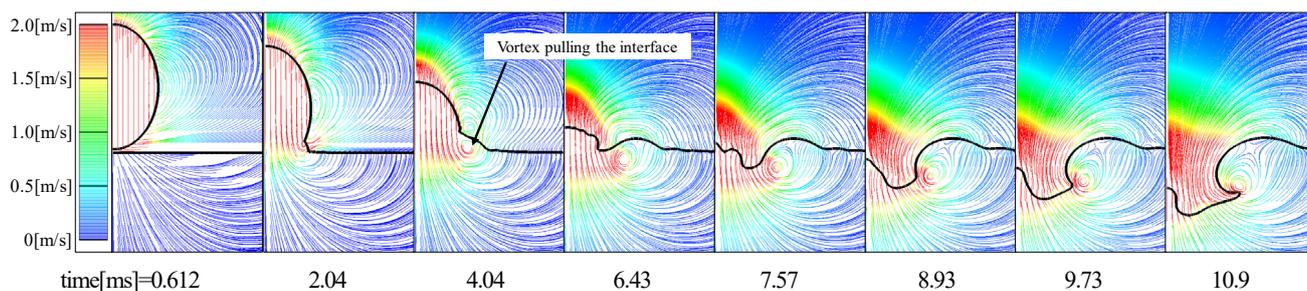


(II) Wang's research condition (i) [ $d=4.25\text{mm}$ ,  $v=1.294\text{m/s}$ ].

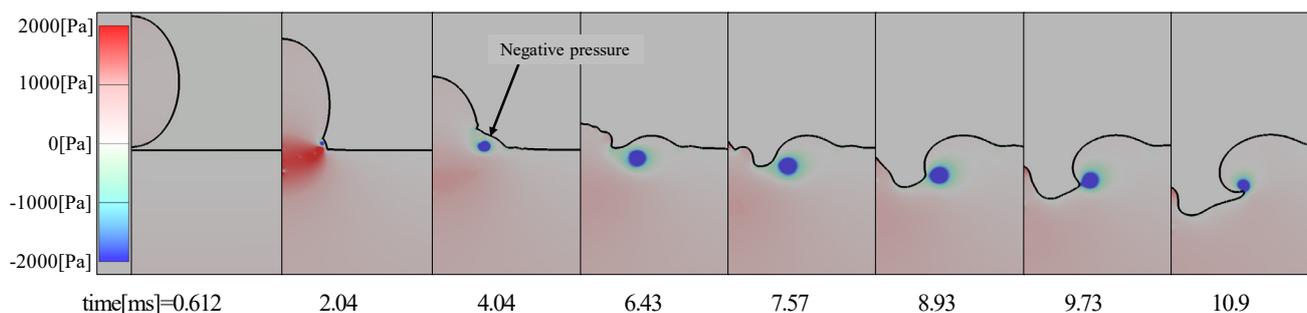


(III) Wang's research condition (b) [ $d=5.65\text{mm}$ ,  $v=0.964\text{m/s}$ ].

Fig.8 Change in interface shape over time. The left of each figure is the experimental observation Wang et al.<sup>(2)</sup>, and the right is the simulation result (the left end of each figure is symmetry axis).



(a) Streamlines (color represents velocity magnitude).



(b) pressure distribution.

Fig.9 Mushroom shape forming process [ $d=5.65\text{mm}$ ,  $v=0.953\text{m/s}$ ].

「跳ね返り」挙動となった。

Fig.12(c)に(a)の衝突初期の拡大図を示し、近い条件ながら高速で大気泡が出来なかった条件の Fig.12(d)と比較する。(d)では(c)と違って液滴が水面に衝突直後、水面には $r$ 方向の「大きな波」が発生し、結果として十分な渦を作り出すことができなかった。

これらの、跳ね返りと大きな波は、遅い速度、速い速度で大気泡の出来なかった全ての条件に当てはまった。

気泡の出来ない条件では、対称軸付近で液面の跳ね返りなどがよく見られ、跳ね返りが起きた際に気泡ができる場合はサイズが

かなり小さい S-regime 気泡となる。

以上の結果をまとめると衝突時の衝撃は (1) 渦 (2) 大きな波、そして (3) 跳ね返りのいずれかを引き起こす。本稿で考えるそれぞれの境界は以下ようになる。

- 低速領域( $\sim 0.8\text{m/s}$ )では、大きな波は起きず、弱い渦か跳ね返りとなる。
- 中速領域 ( $0.8\text{m/s}\sim 2.0\text{m/s}$ ) では、渦が最も出来やすく、大気泡が出来るか、跳ね返りが発生する。
- 高速領域( $2.0\text{m/s}\sim$ )では、大きな波が発生することが多かった。

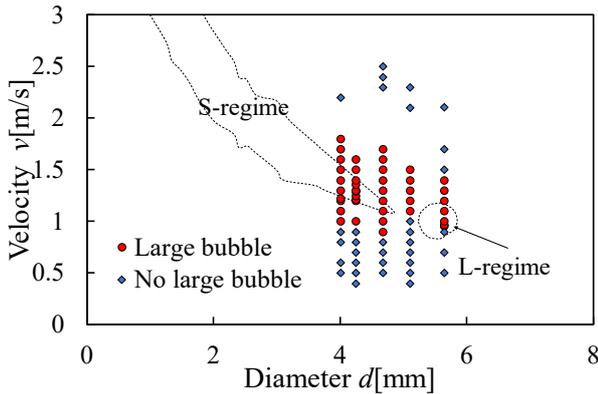


Fig.10 Existence of large bubble formation by simulation on  $v$ - $d$  map

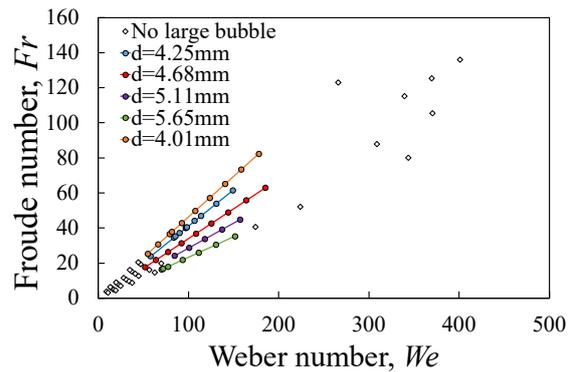


Fig.11 Existence of large bubble formation by simulation on  $We$ - $Fr$  map

### 5. 結論

これまで行われてきた実験ではわずかな違いで大気泡生成の有無に違いが出たが、衝突時の形状を縦長の回転楕円体と仮定した本シミュレーションでは実験で示されたような速度のわずかな違いによって大気泡生成の有無に影響を及ぼさないことを示せた。

今後、外乱が少ないシミュレーションによる丁寧な調査でマップを再構築し、外乱の影響がどの条件でどの程度出るのか調べていく。

今回のアスペクト比 1.4 の回転楕円体に限定した本シミュレ

ーションによると液滴衝突による界面のふるまいは、おおむね 3 つの速度領域で 3 つのパターンに分類された。今後より適切なパラメータによる分類を検討したい。

### 謝辞

本研究は JSPS 科研費 19K04178 の助成を受けた。

### 参考文献

- (1) Pumphrey, H. C. and Elmore, P. A. "The entrainment of bubbles by drop impacts", *J. Fluid Mech.*, Vol.220, (1990), pp. 539-567.
- (2) Wang, A. B., Kuan, C. C., and Tsai, P. H. "Do we understand the bubble formation by a single drop impacting upon liquid surface?", *Physics of Fluids*, Vol. 25, (2013), 101702.
- (3) Deka, H., Ray, B., Biswas, G., Dalal, A., Tsai, P. H., and Wang, A. B. "The regime of large bubble entrapment during a single drop impact on a liquid pool", *Physics of Fluids*, Vol. 29, (2017), 092101.
- (4) 山本, 植村, "Adaptive Mesh Refinement Front-tracking 法による油中沈降水滴の数値シミュレーション", *混相流研究の進展 2*, (2007), pp.165-171.
- (5) Popinet, S. "Gerris: a tree-based adaptive solver for the incompressible Euler equations in complex geometries", *Journal of Computational Physics*, Vol.190, (2003), pp.572-600.
- (6) Homma, S., Koga, J., Matsumoto, S., Song, M., and Tryggvason, G. "Breakup mode of an axisymmetric liquid jet injected into another immiscible liquid", *Chemical Engineering Science*, Vol. 61, (2006), pp.3986-3996.

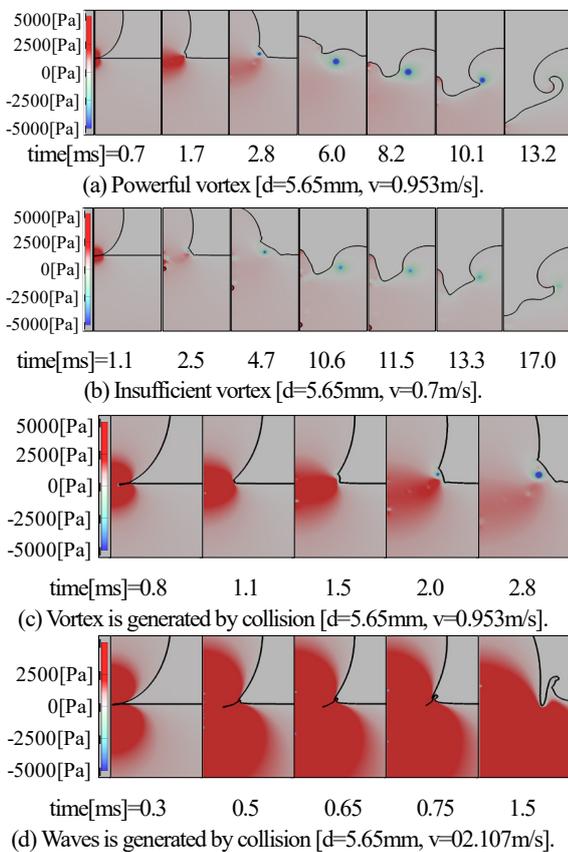


Fig.12 Interfacial deformation pattern in collision