

乱流中の慣性粒子の衝突・付着現象理解のための数値解析

Numerical analysis for understanding collision and sticking phenomena of inertial particles in turbulence

- 白石 啓貴, 岡大院環境生命, 岡山市北区津島中 1-1-1, E-mail : pepw9cj8@s.okayama-u.ac.jp
 櫻井 幹記, 名大院工, 名古屋市千種区不老町, E-mail : msakurai@fluid.cse.nagoya-u.ac.jp
 石原 卓, 岡大院環境生命, 岡山市北区津島中 1-1-1, E-mail : takashi-ishihara@okayama-u.ac.jp
 Hiroki SHIRAIISHI, Grad. of Environmental and Life Science, Okayama Univ., Okayama
 Yoshiki SAKURAI, Grad. of Eng., Nagoya Univ., Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya
 Takashi ISHIHARA, Grad. of Environmental and Life Science, Okayama Univ., Okayama

Colliding motions of inertial particles in turbulence are studied by tracing the motion of the particles in conditionally averaged velocity fields obtained using the frame of eigenvectors of the rate-of-strain tensor in a turbulent velocity field. The analysis shows that the inertial particles in the velocity field averaged over high vorticity regions are likely to collide in a thin region with a three-dimensional spiral shape around the center of the high vorticity region.

1. 緒言

世の中の自然現象には乱流が重要な役割を果たすものが数多く存在し, 例えば, 台風や積乱雲中での雨滴成長⁽¹⁾⁽²⁾, 原始惑星系円盤乱流中の微惑星形成過程⁽³⁾⁽⁴⁾ などがある. このような乱流場は非常に複雑であることが知られており, その中の微粒子の運動や衝突を理解することが上記の現象を理解する上で重要となってくる. ここで, 微粒子は慣性を有する粒子 (慣性粒子) として扱い, 慣性粒子はストークス数 $St = \tau_p / \tau_\eta$ という無次元数で流れの追従性を表す. τ_p は粒子の緩和時間, τ_η は乱流中の最小渦の時間スケールである. 乱流中の慣性粒子の運動に関して, これまでに, $St \approx 1$ の粒子が最小渦の影響を顕著に受けて低渦度かつ高ストレイン領域に集まることが理論的にも実験的にも明らかにされている.⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾ しかし, 乱流場の特徴的な微細構造と慣性粒子の運動についての関係は不明である.

近年, Elsinga & Marusic(2010) によって, 乱流場の各格子点上におけるストレインテンソルの固有ベクトルを用いて, 周辺の流れを平均化した解析が行われた.⁽⁸⁾ その結果, 乱流中の普遍的な微細構造の存在が明らかになった. また, Sakurai & Ishihara(2018) は, 粒子追跡を伴った直接数値計算 (DNS) によって得られた乱流場においてこの普遍微細構造周りの慣性粒子の分布を調べ, 速度勾配テンソルの第二不変量で粒子分布が特徴づけられること, 高渦度領域周りで St に依存した粒子の低密度領域が形成されることを示した.⁽⁹⁾ 本研究では, 乱流中の高渦度領域や高ストレイン領域などの特徴的な領域をサンプリングし, 文献 (8) の方法で平均化して得られる流れの微細構造の近傍において慣性粒子を追跡し, その運動や衝突について調査した.

2. 数値計算および解析方法

2.1 使用した乱流場

本研究で用いた乱流場として, 外力のあるナビエ・ストークス方程式を DNS を用いて十分時間発展させたものを用いた. 以下は支配方程式である.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (2)$$

ここで, $\mathbf{u}, p, \nu, \mathbf{f}$ はそれぞれ流速, 圧力, 動粘性係数, 外力を表す. 境界条件は x, y, z 方向共に 2π 周期境界条件を

課し, 格子点数は 256^3 , 空間微分はフーリエ・スペクトル法, 時間発展は 4 段 4 次ルンゲクッタ法を用いた. また, レイノルズ数は 940 程度である.

2.2 Elsinga & Marusic (2010) の平均乱流場⁽⁸⁾

ここでは, 粒子追跡に使用した乱流場である Elsinga & Marusic の平均乱流場を紹介する. 2.1 節で得られた乱流場の速度勾配テンソル $(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}})$ を対称部分と反対称部分に分け, 対称部分であるストレインテンソル $(S_{ij} = \frac{1}{2} (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}))$ を考える. そして, 各格子点におけるストレインテンソルの固有値 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ とそれに対応する固有ベクトル $(\boldsymbol{\lambda}_1, \boldsymbol{\lambda}_2, \boldsymbol{\lambda}_3)$ を求める. 非圧縮性乱流場では, $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ が成立し, $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ とすると, 平均的に $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = 3 : 1 : -4$ となることが知られている.⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ これは, 平均乱流場は $\boldsymbol{\lambda}_1, \boldsymbol{\lambda}_2$ 方向に伸長し, $\boldsymbol{\lambda}_3$ 方向に収縮することを表す. そして, 各格子点上の渦度ベクトル $(\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u})$ を求め, $\boldsymbol{\lambda}_2$ 方向との内積が正になるようにし, 固有ベクトルが右手系となるように決定する.

ここで, 速度勾配テンソルの第二不変量 $Q = \Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}$ (Ω_{ij} は渦度テンソル) が上位 10% となるような高渦度領域における平均乱流場の流線の 3 次元可視化図を図 1 に示す. 可視化図の範囲は $-100\eta < \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 < 100\eta$ (η はコルモゴロフ長) である. 流線は λ_3 軸に対して異なる方向から流入してきたもので色分けしてあり, 流入方向が負のものを緑, 正のものを赤で表示した. この図から, 中心の渦構造周りで流線が絡み合っている様子がわかる.

2.3 慣性粒子

慣性粒子の支配方程式は, 以下のものを用いた.

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{V} \quad (3)$$

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{1}{St} (\mathbf{u} - \mathbf{V}) \quad (4)$$

$\mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{u}$ はそれぞれ慣性粒子の位置, 速度および粒子位置における流体の速度である. \mathbf{u} を求めるために, 3 次スプライン補間を用い, 時間発展は 4 段 4 次ルンゲクッタ法を用いた.

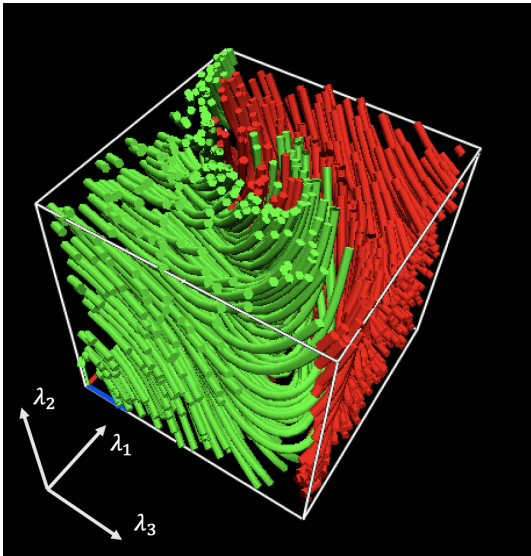


Fig. 1 : Streamlines in the velocity field obtained by taking an average over the top 10% regions of high Q values (high vorticity regions) using the frame of eigenvectors of the rate-of-strain tensor of velocity field. The λ_1, λ_2 and λ_3 axes are parallel to the eigenvectors, and the λ_2 axis is in the direction of vorticity. The streamlines from $\lambda_3 > 0$ are shown in red and from $\lambda_3 < 0$ are in green.

2.4 解析方法

2.2 節で得られた平均乱流場を用い、 $\lambda_3 = \pm 100\eta$ となる λ_1, λ_2 平面から慣性粒子の追跡を行い、普遍構造の周りでの慣性粒子の動きを見ることにした。ここで、慣性粒子の初期速度は 0 とした。鮮明な分布を観察するため、慣性粒子の個数を λ_1 方向に 50 個、 λ_2 方向に 50 個の計 50^2 個並ぶように均等に配置した。また、慣性粒子が集まりやすい部分を調査するため、平均乱流場を数個のブロックに分割し、その中を慣性粒子が通過する個数で色分けした。ここでは、領域の分割数を 128 に設定した。 λ_2 方向に 8 ブロック分の粒子の合計数を出した。8 ブロック分を考えたのは、慣性粒子の集まりやすい箇所、集まりにくい箇所の区別を鮮明に表すためである。

3. 結果

高渦度領域において、 $\lambda_2 = 0$ となる渦度に垂直な λ_3, λ_1 平面上の粒子の濃度分布を示したものが図 2 である。これは、 $St = 1$ の慣性粒子を $50^2 (\times 2)$ 個追跡して得られたものである。図は、慣性粒子が高渦度領域の周辺および図 1 で示した赤と緑の境界部分であるスパイラル形状のうすい領域に集まりやすいことを示している。

4. 結言

Elsinga & Marusic (2010) の方法を応用し、乱流中の高渦度領域や高ストレイン領域などの特徴的な領域でサンプリングして平均化した流れ場を用いて、慣性粒子の運動を追跡し、その特徴を調べた。その結果、高渦度領域近傍の慣性粒子が、高渦度中心周りの 3 次元スパイラル形状の薄い領域で衝突する可能性が高いことが示された。高ストレイン領域 (Q 値の下位 10%) など他の特徴的な領域近傍の慣性粒子の運動については、講演で紹介する。

参考文献

- (1) M. B. Pinsky and A. P. Khain, "Turbulence effects on droplet growth and size distribution in clouds—A review" *J. Aerosol Sci.* **28**, 1177 (1997)
- (2) R. A. Shaw, "Particle-Turbulence Interactions in

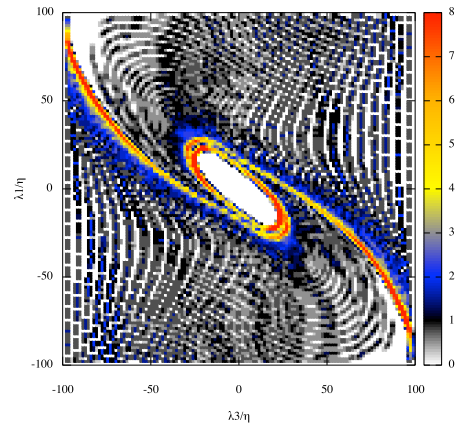


Fig. 2 : Density distribution (in the $\lambda_2 = 0$ plane) of the inertial particles with $St = 1$ which flow in from both positive and negative λ_3 regions of the averaged velocity field shown in **Fig. 1**.

- Atmospheric Clouds", *Annu. Rev. Fluid Mech* **35**, 183 (2003)
- (3) L. Pan, P. Padoan, J. Scalo, A. G. Kritsuk, and M. L. Norman, "Turbulent clustering of protoplanetary dust and planetesimal formation", *Astrophys. J.* **740**, 6 (2011)
- (4) A. Johansen, J. Blum, H. Tanaka, C. Ormel, M. Bizzarro, and H. Rickman, in *Protostars and Planets VI*, ed. H. Beuther, R. S. Klessen, C. P. Dullemond, and T. Henning (Univ. Arizona Press, Tucson, 2014) p. 547.
- (5) M. R. Maxey, "The motion of small spherical particles in a cellular flow field", *Phys. Fluid.* **30**, 1915 (1987)
- (6) K. D. Squires and J. K. Eaton, "Preferential concentration of particles by turbulence", *Phys. Fluids A* **3**, 1169 (1991)
- (7) J. K. Eaton and J. R. Fessler, "Preferential concentration of particles by turbulence", *Int. J. Multiph. Flow* **20** [Suppl], 169 (1994)
- (8) G. E. Elsinga and I. Marusic, "Universal aspects of small-scale motions in turbulence", *J. Fluid Mech.* **662**, 514 (2010)
- (9) Y. Sakurai and T. Ishihara, "Relationships between Small-scale Fluid Motions and Inertial Particle Clustering in Turbulence" *Journal of the Physical Society of Japan* **87**, 093401 (2018)
- (10) W. T. Ashurst, A. R. Kerstein, R. M. Kerr, and C. H. Gibson, "Alignment of vorticity and scalar gradient with strain rate in simulated Navier-Stokes turbulence", *Phys. Fluids* **30**, 65 (2343)
- (11) J. Jimenez, A. A. Wray, P. G. Saffman, and R. S. Rogallo, "The structure of intense vorticity in isotropic turbulence", *J. Fluid Mech.* **255**, 65 (1993)