

非等方解像 SGS 乱流モデルにおける非等方項の物理的役割

Physical role of anisotropic term in anisotropy resolving SGS turbulence model

- 稲垣 和寛, 東大生研, 東京都目黒区駒場 4-6-1, E-mail: kinagaki@iis.u-tokyo.ac.jp
小林 宏充, 慶大日吉物理, 横浜市港北区日吉 4-1-1, E-mail: hkobayas@keio.jp

Kazuhiro INAGAKI, I.I.S., The Univ. of Tokyo, 4-6-1, Komaba, Meguro-ku, Tokyo 153-8505

Hiromichi KOBAYASHI, Dept. of Phys., Hiyoshi Campus, Keio Univ., 4-1-1 Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama 223-8521

Recent studies on subgrid-scale (SGS) turbulence modeling suggested that effects of anisotropy on SGS play a key role to improve the numerical accuracy of large eddy simulation (LES). To investigate its physical mechanism, we perform LES of turbulent channel flow through several types of models involving SGS anisotropic terms. The present result shows that the Bardina term gives a better prediction than other models on the streamwise correlation of streamwise velocity fluctuation. Phenomenological analysis suggests that the Bardina term plays a role of an effective momentum transport of streamwise velocity fluctuation to the solid wall at a streak, leading to an enhancement of sweeping motion of turbulence.

1. サブグリッドスケールにおける乱流の非等方効果

数値流体力学 (computational fluid dynamics, CFD) において, 格子解像度を削減し, 計算格子以下 (subgrid-scale, SGS) の乱流渦の効果モデル化した計算を行う large-eddy simulation (LES) は今や基盤のツールとなっている. しかしながら様々な流れ場に適用できる普遍的な SGS 応力のモデリングは今なお大きな課題である. 特に固体壁を含むせん断乱流においては, 壁近傍において速度場の非等方性が卓越するため, SGS の乱流場の等方性を仮定して導かれる線形渦粘性表現は適当でないという議論がある. これまでにテストフィルター操作に基づく非等方応力効果を取り入れたモデルは多く検討されている⁽¹⁻⁷⁾. 近年では速度勾配に関して二次のテンソル量を用いたモデルの検討もなされている^(8,9). しかしながらテストフィルターを用いた非等方モデルは散逸の不足やボックスキャッターのため, しばしば数値的不安定性を伴う⁽¹⁻⁷⁾. 近年, Abe⁽¹⁰⁾ は安定化粘性項をさらに付与することで, 非等方モデルを用いつつ数値的に安定なモデルを実現した. Abe⁽¹⁰⁾ のモデルに関して, その後さらなる応用モデルの開発^(11,12) や, 計算性能や物理効果の検証⁽¹³⁻¹⁵⁾ がなされている.

Abe⁽¹⁰⁾ や Inagaki and Abe⁽¹¹⁾ のモデルの特徴は, 従来の SGS モデルよりも解像度依存性が小さく, 低解像度においても平均速度や乱流エネルギーを良い精度で予測できることである. 従来の SGS モデルは解像度依存性が大きいだけでなく, 乱流エネルギーを過大評価する傾向にある⁽⁷⁾. こうした傾向は, 同様の安定化手法を用いた別種の非等方モデルでも見られている⁽¹²⁾. したがって, 単に安定的な形で非等方性を取り入れるだけではモデルの改善は達成できないことが示唆される. そこで本研究ではチャンネル乱流を計算対象として, 非等方モデル項に様々なモデルを適用することでその物理効果を考察する.

2. 非等方解像モデル

2.1 Abe のモデル

Abe⁽¹⁰⁾ は次のような SGS 応力 ($\tau_{ij}^{\text{sgs}} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}$) のモデルを提示した:

$$\tau_{ij}^{\text{sgs}} = \frac{2}{3} k^{\text{sgs}} \delta_{ij} - 2\nu^{\text{sgs}} \overline{s}_{ij} + \frac{2k^{\text{sgs}}}{\tau_{\ell\ell}^a} (\tau_{ij}^{a*} + 2\nu^a \overline{s}_{ij}),$$

$$\nu^{\text{sgs}} = C_{\text{sgs}} \overline{\Delta} f_\nu \sqrt{k^{\text{sgs}}}, \quad \nu^a = -\frac{\tau_{ij}^{a*} \overline{s}_{ij}}{2\overline{s}_{\ell m} \overline{s}_{\ell m}}. \quad (1)$$

ただし $k^{\text{sgs}} (= \tau_{\ell\ell}^{\text{sgs}}/2)$ は SGS 乱流エネルギー, $\overline{s}_{ij} [= (\partial \overline{u}_i / \partial x_j + \partial \overline{u}_j / \partial x_i) / 2]$ は GS の速度歪み, $\overline{\Delta}$ はフィルター幅, C_{sgs} はモデル定数, f_ν は壁減衰関数, $A_{ij}^* =$

$A_{ij} - A_{\ell\ell} \delta_{ij} / 3$ である. また τ_{ij}^{a*} は SGS 乱流場の非等方性を表すモデル項であるが, ν^a を伴う項の導入により,

$$\overline{s}_{ij} (\tau_{ij}^{a*} + 2\nu^a \overline{s}_{ij}) = 0, \quad -\tau_{ij}^{\text{sgs}} \overline{s}_{ij} = 2\nu^{\text{sgs}} \overline{s}^2 \geq 0 \quad (2)$$

を満たすよう安定化していることが Abe⁽¹⁰⁾ の巧妙な点である. Abe⁽¹⁰⁾ や Inagaki and Abe⁽¹¹⁾ では非等方項 τ_{ij}^a に Bardina の SGS-Reynolds 項 $\overline{(u_i - \widehat{u}_i)(u_j - \widehat{u}_j)}$ に関するスケール相似モデル⁽¹⁾,

$$\tau_{ij}^{\text{Bardina}} = (\overline{u}_i - \widehat{u}_i)(\overline{u}_j - \widehat{u}_j), \quad (3)$$

を採用している. ただし \widehat{q} は物理量 q にテストフィルターを施した量を表す. 以後, これを Bardina 項と呼ぶことにする.

フィルター操作は Taylor 展開を用いると

$$\widehat{q} = \overline{q} + \frac{\widehat{\Delta}_\ell^2}{24} \frac{\partial^2 \overline{q}}{\partial x_\ell^2} + O(\widehat{\Delta}_\ell^4), \quad (4)$$

と表すことができる⁽¹⁶⁾. ただし $\widehat{\Delta}_\ell$ は x_i 方向のテストフィルター幅を表しており, 式 (4) 中の ℓ はフィルター操作を施す方向に関してのみ和を取るものとする. したがって式 (3) は

$$\tau_{ij}^{\text{Bardina}} = \frac{\widehat{\Delta}_\ell^2}{24} \frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial x_\ell^2} \frac{\widehat{\Delta}_m^2}{24} \frac{\partial^2 \overline{u}_j}{\partial x_m^2} \quad (5)$$

と評価できる.

モデルにおいて k^{sgs} は輸送方程式,

$$\frac{\partial k^{\text{sgs}}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u}_j k^{\text{sgs}}) - \tau_{ij}^{\text{sgs}} \overline{s}_{ij} - \varepsilon^{\text{sgs}}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + C_k f_\nu \overline{\Delta} \sqrt{k^{\text{sgs}}} \right) \frac{\partial k^{\text{sgs}}}{\partial x_j} \right],$$

$$\varepsilon^{\text{sgs}} = C_\varepsilon \frac{(k^{\text{sgs}})^{3/2}}{\overline{\Delta}} + \varepsilon^{\text{wall}}, \quad \varepsilon^{\text{wall}} = \frac{2\nu k^{\text{sgs}}}{y^2} \quad (6)$$

を数値的に解いて得る. ただし $C_k = 0.1$, $\varepsilon^{\text{wall}}$ は壁付近での漸近条件を満たすための項であり, y は壁からの距離, $C_\varepsilon = 0.835$ である. 筆者らによって k^{sgs} の時間発展を解かずに, 代数表現を与えるモデルの構築も試みられている⁽¹⁷⁾. 壁減衰関数 f_ν には Inagaki⁽¹⁶⁾ によって提

案された Kolmogorov スケールを用いた関数形が用いられる：

$$f_\nu = 1 - \exp[-(d_\varepsilon/A_0)^{2/(1+C_0)}],$$

$$d_\varepsilon = \frac{u_\varepsilon y}{\nu} \left(\frac{y}{\Delta}\right)^{C_0}, \quad u_\varepsilon = (\nu \varepsilon^{\text{sgs}})^{1/4}. \quad (7)$$

Inagaki and Abe⁽¹¹⁾ は $\bar{\Delta} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$, $C_{\text{sgs}} = 0.075$, $A_0 = 13$, $C_0 = 1/3$ とした。

2.2 その他の非等方モデル

SGS の非等方性を表す他のモデル項として Clark 項が知られている⁽¹⁸⁾：

$$\tau_{ij}^{\text{Clark}} = \frac{\bar{\Delta}_\ell^2}{12} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_\ell} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_\ell}. \quad (8)$$

これは修正 Leonard 項⁽¹⁹⁾ $L_{ij}^m (= \widehat{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \widehat{\bar{u}_i} \widehat{\bar{u}_j})$ をテストフィルター操作に関して Taylor 展開した際の第 1 項と対応している。すなわち、

$$\widehat{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \widehat{\bar{u}_i} \widehat{\bar{u}_j} = \frac{\hat{\Delta}_\ell^2}{12} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_\ell} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_\ell} - \frac{\hat{\Delta}_\ell^2}{24} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_\ell^2} \frac{\hat{\Delta}_m^2}{24} \frac{\partial^2 \bar{u}_j}{\partial x_m^2} \quad (9)$$

となっている。式 (9) の右辺第 2 項は式 (5) の Bardina 項である。Kobayashi⁽¹²⁾ は Clark 項を用いた安定化非等方モデルを提示し、チャンネル乱流において従来モデルより格子依存性の少ない結果を示した。Clark 項 (8) と Bardina 項 (5) を比較すると、前者は GS 速度に関して一階微分の積、後者は二階微分の積となっている。

3. 様々な非等方項を用いた安定化モデルの計算

本研究では SGS 応力における非等方項の物理的役割を考察するため、 τ_{ij}^a に様々なモデルを適用した数値計算を実行する。SGS 応力のモデルには Inagaki and Abe⁽¹¹⁾ のモデル (IA モデル) を適用し、非等方項 τ_{ij}^a として次の 5 種を適用した：

- (1) $\tau_{ij}^a = \tau_{ij}^{\text{Bardina}}$ とし、全方向にテストフィルターを施したものの (IA-original)
- (2) $\tau_{ij}^a = \tau_{ij}^{\text{Bardina}}$ とし、 x 方向のみにテストフィルターを施したものの (IA-xf)
- (3) $\tau_{ij}^a = \tau_{ij}^{\text{Bardina}}$ とし、 z 方向のみにテストフィルターを施したものの (IA-zf)
- (4) $\tau_{ij}^a = \tau_{ij}^{\text{Clark}}$ とし、全方向にテストフィルターを施したものの (IA-Clark)
- (5) $\tau_{ij}^a = \tau_{ij}^{\text{grad}}$ (次式参照) としたものの (IA-grad)

$$\tau_{ij}^{\text{grad}} = \bar{\Delta}^4 (\nabla^2 \bar{u}_i) (\nabla^2 \bar{u}_j) \quad (10)$$

ここで τ_{ij}^{grad} は Bardina 項 (5) のフィルター方向と微分方向を合わせず、等方的なフィルター幅と Laplacian を用いたモデルとなっている。また参考として Smagorinsky モデル⁽²⁰⁾,

$$\tau_{ij}^{\text{sgs}*} = -2\nu^{\text{sgs}} \bar{s}_{ij}, \quad \nu^{\text{sgs}} = (C_S f_\nu \bar{\Delta})^2 \sqrt{2\bar{s}_{ij}\bar{s}_{ij}},$$

$$f_\nu = 1 - \exp[-y^+/25], \quad y^+ = u_\tau y / \nu \quad (11)$$

および SGS 応力をゼロとした no model の計算も行った。ただし $C_S = 0.1$ とした。

計算対象はチャンネル乱流とし、Reynolds 数は $Re_\tau (= u_\tau h / \nu) = 180$ で、 $u_\tau = \sqrt{\nu \partial \bar{u}_x / \partial y}|_{\text{wall}}$, h はチャンネル半幅である。計算領域は x 方向を主流方向として $L_x \times L_y \times L_z = 4\pi h \times 2h \times 4\pi h/3$, 格子点数は $N_x \times N_y \times N_z = 16 \times 64 \times 16$ とした。 x, z 方向は周期境界条件、 y 方向は壁面上で滑りなし条件を適用している。粘性長さに基づく格子解像度は $\Delta x^+ (= \Delta x u_\tau / \nu) = 141$, $\Delta y^+ = 1.1 - 11$, $\Delta z^+ = 47$ となっている。空間差分はスタッガード格子を用い、 x, z 方向は保存型 4 次精度中心差分⁽²¹⁾, y 方向は非等間隔格子を用いた自乗量保存型 2 次精度中心差分⁽²²⁾ を用いた。速度場の時間積分には 2 次精度の Adams-Bashforth 法を用いた。 k^{sgs} の時間積分では散逸項を半陰的に扱い、その他は Euler 陽解法を用いて解いた。圧力は高速 Fourier 変換を用いて解いている。テストフィルターや式 (10) に含まれる微分や補間は 2 次精度で行っており、これにより差分の打ち切り誤差は 4 次精度となっている。また $\bar{\Delta}_i = \Delta x_i$, $\hat{\Delta}_i = \sqrt{3} \Delta x_i$ とした。

3.1 空間一点統計量

Figure 1 は各ケースの主流方向平均速度分布を示している。DNS は Moser *et al.*⁽²³⁾ のものである。ただし $U_x = \langle \bar{u}_x \rangle$ であり、 $\langle \cdot \rangle$ は時間と $x-z$ 面に関する平均を表す。低解像度のため SM が流量を過大評価しているのに対し、IA-original は DNS とよく一致した分布を示している。これに対して IA-xf, zf はやや流量が低下し、Clark ではさらに流量の低下がみられる。IA-grad は original と同等の微分の階数を持つ非等方項を持つにもかかわらず、no model と同程度に流量を過大評価している。

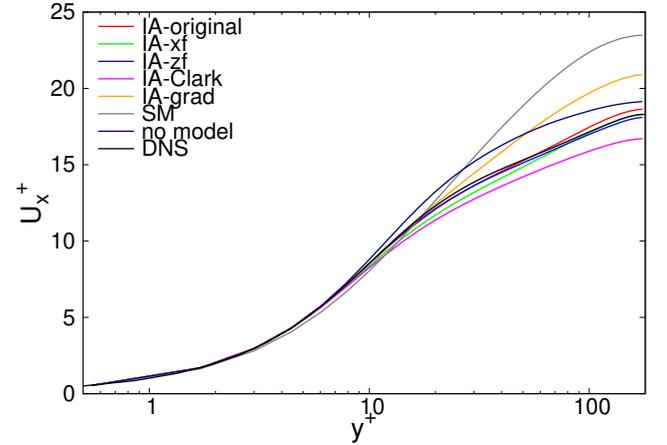


Fig. 1: Streamwise mean velocity profiles for each case.

Figure 2 は Reynolds せん断応力 $R_{xy} = \langle \bar{u}_x \bar{u}_y' \rangle + \langle \tau_{xy}^{\text{sgs}} \rangle$ の分布を示している。ただし GS は $\langle \bar{u}_x \bar{u}_y' \rangle$ を表し、total は $\langle \bar{u}_x \bar{u}_y' \rangle$ と $\langle \tau_{xy}^{\text{sgs}} \rangle$ の和を表している。IA-original と xf, zf の差は GS 成分に顕著に表れており、original に対して xf は $-\langle \bar{u}_x \bar{u}_y' \rangle$ をやや過大評価、zf は逆に過小評価している。しかしいずれも SGS 成分の働きによって流量は original と同程度となっている。IA-Clark は original と比べて GS 成分がかなり大きく出ている。これが結果として流量を低下させる大きな原因となっている。IA-grad は SM と同様 $y^+ = 20$ 付近で GS 成分を過小評価している。GS 成分は計算格子で解像している乱流の速度構造を反映しているため、IA-grad や SM は乱流構造自体が異なった振る舞いとなっていることを示唆している。ただし IA-grad は SGS 成分の働きにより no model と同程度の応力が実現されている。

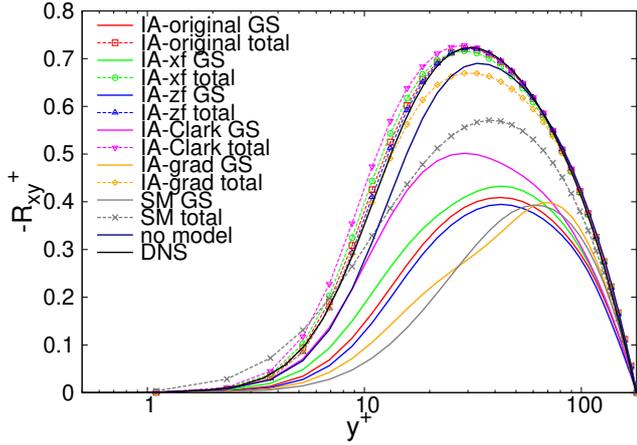


Fig. 2: Reynolds shear stress profiles for each case.

Figure 3 は乱流エネルギー $K = \langle \bar{u}_i' \bar{u}_i' \rangle / 2 + \langle k^{SGS} \rangle$ の分布を示している。ただし GS は $\langle \bar{u}_i' \bar{u}_i' \rangle / 2$ を表す。各ケースごとの差は Reynolds せん断応力とほぼ同様であり、xf は GS 成分を original より過大評価、zf は過小評価している。また IA-Clark は GS 成分だけで DNS より大きな値を示しているが、これは Kobayashi⁽¹²⁾ のモデルでも同様であった。

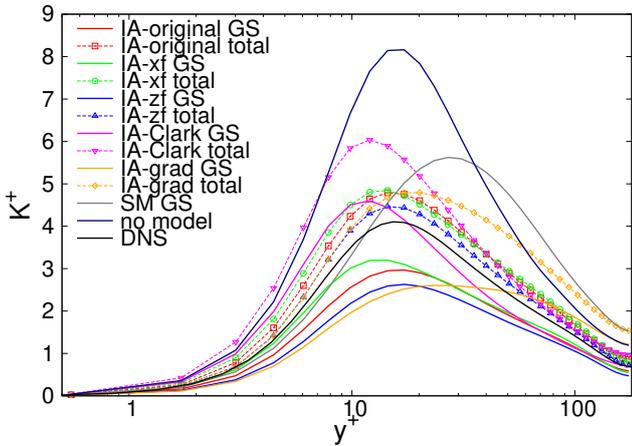


Fig. 3: Turbulent kinetic energy profiles for each case.

3.2 空間二点統計量

Figure 4 は $y^+ = 20$ における主流方向に波数分解したエネルギースペクトルを示している。IA-original と xf に大きな差はみられないが、zf は低波数側でやや値が小さくなっている。IA-Clark は original に対して低波数側で値が大きく、なおかつ高波数側で急速に減衰している。こうした高波数側での減衰は IA-grad, SM, no model も共通している。

Clark 項と Bardina 項の差は式 (5), (8) で示した通り微分の階数である。したがって、Clark 項は低波数側で大きく寄与し、すぐには散逸されずに GS 乱流エネルギーが大きくなる。一方で Bardina 項は高波数の散逸が強い領域で寄与するため、GS 乱流エネルギーが大きくなると解釈できる。しかしながら微分の階数だけでは IA-grad の振る舞いを説明できない。このことは後述する。

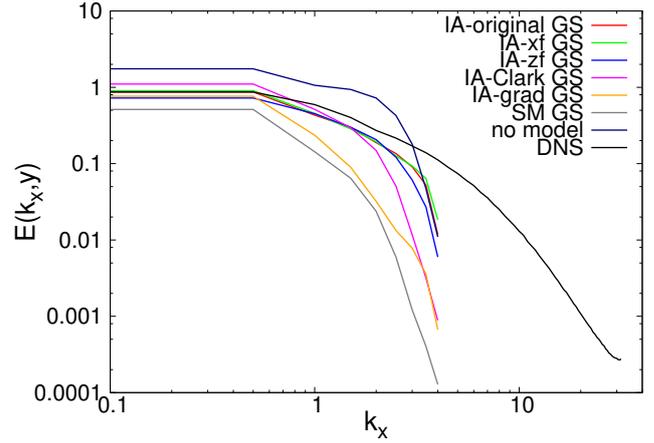


Fig. 4: Profiles of energy spectrum at $y^+ = 20$ for each case.

ここで主流方向速度ゆらぎの空間二点速度相関

$$C_{uu}(r_\alpha) = \langle u'_x(\mathbf{x}) u'_x(\mathbf{x} + r_\alpha \mathbf{e}_\alpha) \rangle \quad (12)$$

を調べる。ただし α については縮約を取らないものとし、 \mathbf{e}_i は x_i 方向の単位ベクトルを表す。

Figure 5 は主流方向速度ゆらぎの主流方向速度相関を示している。IA-original, xf は相関が急速に落ちているのに対し、Clark や grad は相関があまり減衰せずに残っている。特に SM は相関がほとんど落ちない。これは主流方向のストリーク構造の長さを反映している。したがって、相関が落ちていないモデルではストリークが主流方向に長く伸びすぎていることを表している。

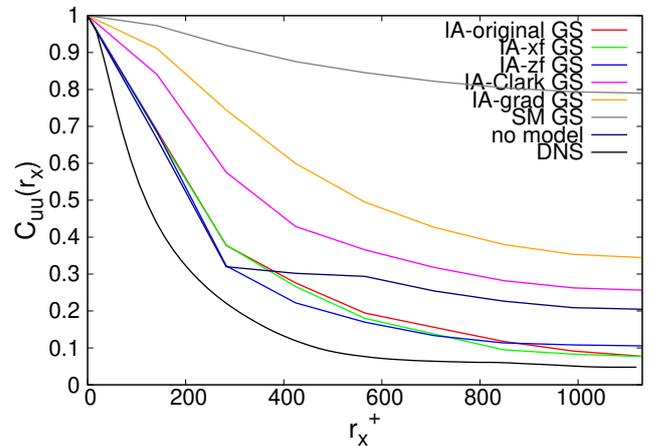


Fig. 5: Profiles of streamwise correlation of streamwise velocity fluctuation at $y^+ = 20$ for each case.

Figure 6 は主流方向速度ゆらぎのスパン方向相関を示している。これはストリーク構造のスパン方向間隔を反映している。IA-Clark や grad では相関が負値から回復するのがやや遅いものの、Figure 5 の主流方向相関と比べてモデル間の差は大きくない。

3.3 ストリーク構造

Figure 7(a), (b) はそれぞれ IA-original, IA-Clark における $y^+ = 20$ での瞬時場の主流方向速度ゆらぎを表している。ただし $\langle \cdot \rangle_{xz\text{-plane}}$ は x - z 面平均を表している。

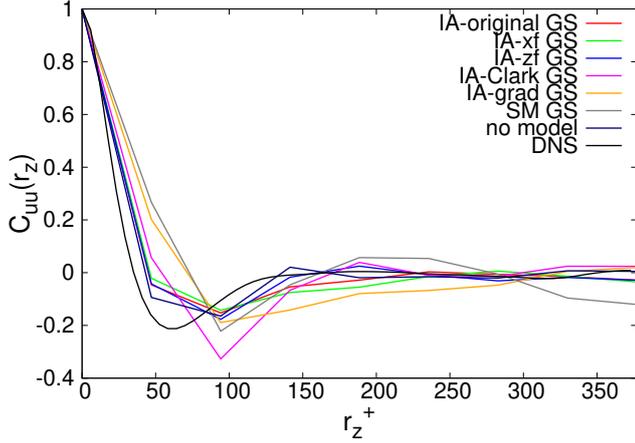


Fig. 6: Profiles of spanwise correlation of streamwise velocity fluctuation at $y^+ = 20$ for each case.

また構造を見やすくするため 16×16 の格子点速度場を 64×64 点に拡張し、間の値を各方向に対して隣接 4 点を用いた Lagrange 補間で内挿している。Figure 5 で見たように、IA-original は主流方向の速度相関が急速に落ちているのに対応して、ストリークの長さはやや途切れつつある。一方で IA-Clark では主流方向に領域全体近くまで長く伸びた構造が見られる。非等方項の差は乱流の GS 成分の大小のみならず、形成される流れ場の構造にも大きく関係していることがわかる。実際 Abe⁽¹⁰⁾ のモデルは主流方向渦を活発に生成する働きをしていることが確認されている⁽¹³⁾。SGS 応力の非等方性による渦生成は他の非等方モデルに関してもなされている^(8,9)。

4. 考察

4.1 IA-original と grad の差

非等方項 $\tau_{ij}^{\text{Bardina}}$ と τ_{ij}^{grad} の差はフィルター幅と微分のかかり方である。ある格子点 $\mathbf{x} = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$ 上の速度を $\bar{u}_i^{(i,j,k)}$ と書くことにすると、Bardina のスケール相似速度 $\bar{u}_i - \hat{u}_i$ と $\bar{\Delta}^2 \nabla^2 \bar{u}_i$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} \bar{u}_i - \hat{u}_i = \frac{1}{8} \{ & [\bar{u}_i^{(i-1,j,k)} - 2\bar{u}_i^{(i,j,k)} + \bar{u}_i^{(i+1,j,k)}] \\ & + [\bar{u}_i^{(i,j-1,k)} - 2\bar{u}_i^{(i,j,k)} + \bar{u}_i^{(i,j+1,k)}] \\ & + [\bar{u}_i^{(i,j,k-1)} - 2\bar{u}_i^{(i,j,k)} + \bar{u}_i^{(i,j,k+1)}] \}, \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}^2 \nabla^2 \bar{u}_i = & (\Delta x \Delta z)^{2/3} \Delta y^{-1/3} \\ & \times \left\{ \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)^2 [\bar{u}_i^{(i-1,j,k)} - 2\bar{u}_i^{(i,j,k)} + \bar{u}_i^{(i+1,j,k)}] \right. \\ & + [\bar{u}_i^{(i,j-1,k)} - 2\bar{u}_i^{(i,j,k)} + \bar{u}_i^{(i,j+1,k)}] \\ & \left. + \left(\frac{\Delta y}{\Delta z} \right)^2 [\bar{u}_i^{(i,j,k-1)} - 2\bar{u}_i^{(i,j,k)} + \bar{u}_i^{(i,j,k+1)}] \right\}. \quad (14) \end{aligned}$$

となる。ただし簡単化のため y 方向の格子の非等間隔性を無視した差分形式で表している。本計算の格子幅は $\Delta y < \Delta x, \Delta z$ であるため、式 (14) のうち寄与するのは $\{ \}$ 内の 2 行目、 y 微分に伴う項のみとなる。一方、本計算の結果から IA-original と xf, zf の差が大きいことがわかっているため、 y 方向のフィルターはあまり役割

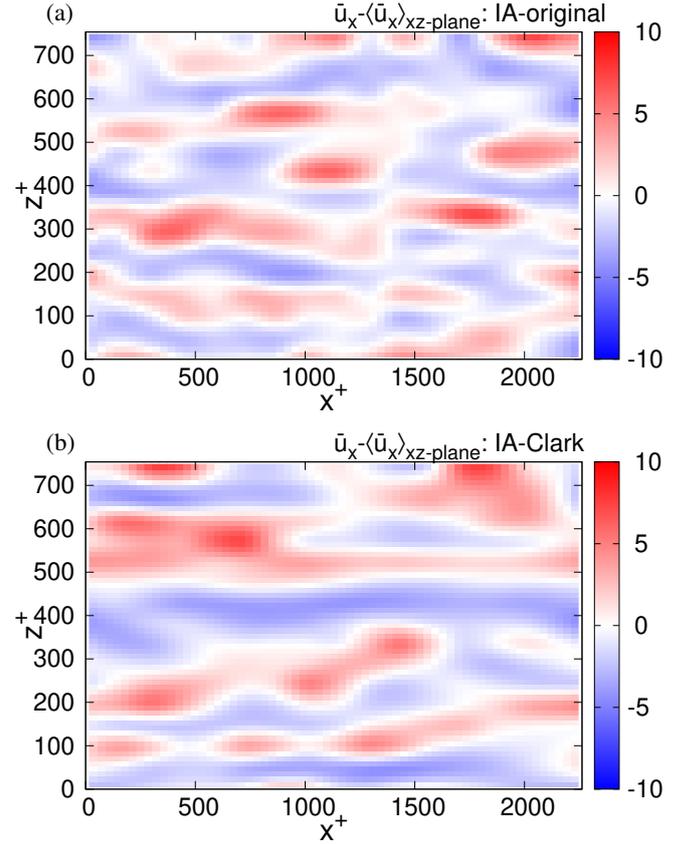


Fig. 7: Spontaneous streamwise velocity fluctuation at $y^+ = 20$ for (a) IA-original (b) IA-Clark.

を果たしていないことが想像できる。この差が Fig. 4 のエネルギースペクトルに反映されている。実際、Bardina 項を用いてテストフィルターを x, z の 2 方向のみにした数値計算結果は IA-original と統計的な性質がほぼ変わらないことを確認している。したがって、非等方項の物理的役割は微分の階数そのものではなく、主流ないしスパン方向の 2 階微分に集約されていると言えるであろう。

4.2 Bardina 項とストリーク構造の関係

ここで低速、ないし高速の主流方向ストリーク構造と Bardina 項の役割について考察する。壁乱流ではしばしばイジェクションと呼ばれる低速ストリークと壁から離れる向きの速度ゆらぎ、スイープと呼ばれる高速ストリークと壁に近づく向きの速度ゆらぎのイベントが卓越し、乱流応力 $\langle u'_x u'_y \rangle$ の符号に大きく寄与していると考えられている。ストリーク構造はスパン方向に比較的細かい間隔で並ぶため、ストリーク構造の中心付近において $\partial^2 u'_x / \partial z^2$, $\partial^2 u'_y / \partial z^2$ はそれぞれ u'_x , u'_y と逆符号となる傾向が表れるであろう。したがって、 z 方向のテストフィルターを考えると

$$\tau_{xy}^{\text{Bardina}} \propto \frac{\partial^2 \bar{u}'_x}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \bar{u}'_y}{\partial z^2} < 0 \quad (15)$$

となる。このとき $\tau_{xy}^{\text{Bardina}}$ は主流方向速度の y 方向フラックスを表すため、ストリーク構造の中心付近で主流速度を壁に向かう方向へと輸送する。壁乱流において外層付近には高速の流体が存在するため、Bardina 項はスイープ運動をより増強するよう働きをすることが考えられる。

Figure 8 は IA-original の計算結果から求めた $\tau_{xy}^{\text{Bardina}}$ の瞬時分布を示している。Figure 7(a) の主流方向速度ゆ

らぎの分布と比較すると、しばしば高速ストリークの付近で $\tau_{xy}^{\text{Bardina}}$ が大きな負の値を示す傾向が見られる。こうした運動が実効的なストリーク不安定性^(24,25)を担い、主流方向渦度の生成⁽¹³⁾などに寄与して壁乱流の特性を再現している可能性が示唆される。一方、Clark 項は速度の一階微分で表されるため、ストリークの中心よりむしろその周囲で寄与すると考えられる。したがってストリーク構造そのものを変化させる役割が弱く、主流方向に長いストリークが維持されてしまうというシナリオが考えられる。

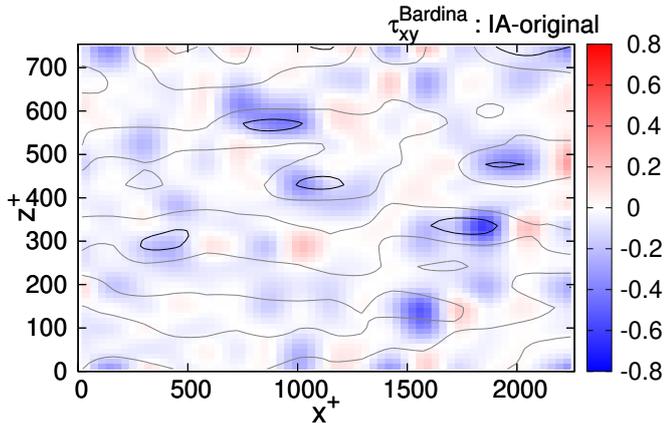


Fig. 8: Spontaneous profile of $\tau_{xy}^{\text{Bardina}}$ at $y^+ = 20$ for IA-original where gray lines denote contour of $\bar{u}_x - \langle \bar{u}_x \rangle_{xz\text{-plane}} = 0$ and black lines denote contour of $\bar{u}_x - \langle \bar{u}_x \rangle_{xz\text{-plane}} = 5$.

5. 結論

非等方解像 SGS 乱流モデル^(10,11)における非等方項の物理的役割を考察するため、様々な非等方項を適用したモデルを用いたチャンネル乱流の数値計算を実行した。その結果 Clark 項⁽⁸⁾や、Bardina 項と同等の階数の微分を含む項⁽¹⁰⁾では Bardina 項⁽³⁾を用いたオリジナルモデルと同程度の平均速度、乱流エネルギー分布を示すことができなかった。一方、Bardina 項を用いたモデルにおいて、テストフィルターを x 方向ないし z 方向のみに限定した場合は、全方向施した場合と大きな差のない結果が得られた。主流方向速度の相関や x - z 断面分布から、Bardina 項を用いたモデルが Clark 項を用いたモデルより DNS に近いストリーク構造が再現されていることがわかった。また現象論的な解析から、Bardina 項がストリーク構造の中心付近で壁方向への主流速度フラックスと対応することが示唆された。実際、Bardina 項が強い負値を示す領域は高速ストリークの位置と近く、スイープ運動をより増強するような働きをすることが考えられる。今後、実際の壁付近の乱流渦構造や、ストリーク不安定性を含めた乱流の自己維持機構^(24,25)との対応関係を調べることがさらなる課題である。

参考文献

- (1) Bardina, J., Ferziger, J. H., and Reynolds, W. C., "Improved Turbulence Models Based on Large Eddy Simulation of Homogenous, Incompressible, Turbulent Flows," Report TF-19. Thermosciences Division, Dep. of Mech. Eng., Stanford University, Stanford, California (1983).
- (2) Zang, Y., Street, R. L., and Koseff, J. R., "A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows," *Phys. Fluids A*, 5 (1993) pp. 3186-3196.

- (3) Salvetti, M. V. and Banerjee, S., "A priori tests of a new dynamic subgrid-scale model for finite-difference large-eddy simulations," *Phys. Fluids*, 7 (1995) pp. 2831-2847.
- (4) Vreman, B., Geurts, B., and Kuerten, H., "On the formulation of the dynamic mixed subgrid-scale model," *Phys Fluids*, 6 (1994) pp. 4057-4059.
- (5) Horiuti, K., "A new dynamic two-parameter mixed model for large-eddy simulation," *Phys. Fluids*, 9 (1997) pp. 3443-3463.
- (6) Sarghini, F., Piomelli U., and Balaras, E., "Scale-similar models for large-eddy simulations," *Phys. Fluids*, 11 (1999) pp. 1596-1607.
- (7) Morinishi, Y. and Vasilyev, O. V., "A recommended modification to the dynamic two-parameter mixed subgrid scale model for large eddy simulation of wall bounded turbulent flow," *Phys. Fluids*, 13 (2001) pp. 3400-3410.
- (8) Marstorp, L., Brethouwer, G., Grundestam, O., and Johansson, A. V., "An improved anisotropy-resolving subgrid-scale model with the aid of a scale-similarity modeling concept," *J. Fluid Mech.* 639 (2009), pp. 403-432.
- (9) Montecchia, M., Brethouwer, G., Johansson, A. V., and Wallin S., "Taking large-eddy simulation of wall-bounded flows to higher Reynolds numbers by use of anisotropy-resolving subgrid models," *Phys. Rev. Fluids* 2 (2017) 034601.
- (10) Abe, K., "An improved anisotropy-resolving subgrid-scale model with the aid of a scale-similarity modeling concept," *Int. J. Heat Fluid Flow* 39 (2013) pp. 42-52.
- (11) Inagaki, M. and Abe, K., "An improved anisotropy-resolving subgrid-scale model for flows in laminar-turbulent transition region," *Int. J. Heat Fluid Flow* 64 (2017) pp. 137-152.
- (12) Kobayashi, H., "Improvement of the SGS model by using a scale-similarity model based on the analysis of SGS force and SGS energy transfer," *Int. J. Heat Fluid Flow* 72 (2018) pp.329-336.
- (13) Ohtsuka, T. and Abe, K., "On the role of an anisotropy-resolving extra term for a subgrid-scale model in near-wall turbulence," *J. Comput. Sci. Technol.*, 7 (2013) pp. 410-425.
- (14) Abe, K., "An investigation of SGS-stress anisotropy modeling in complex turbulent flow fields," *Flow, Turbul. Combust.*, 92 (2014) pp. 503-525.
- (15) Abe, K., "Notable effect of the subgrid-scale stress anisotropy on mean-velocity prediction through budget of the grid-scale Reynolds-shear stress," *Phys. Fluids*, 31 (2019) 105103.
- (16) Inagaki, M., "A new wall-damping function for large eddy simulation employing Kolmogorov velocity scale," *Int. J. Heat Fluid Flow* 32 (2011) pp. 26-40.
- (17) 稲垣, 小林, "サブグリッドスケール乱流モデルにおける生成散逸非平衡効果の検討," 日本流体力学学会年會 2019 (2019) 講演番号 230; 日本流体力学学会誌「ながれ」注目研究 in 年會 2019, ながれ, 38(6) (2019) (to be published).

- (18) Clark, R. A., Ferziger J. H., and Reynolds, W. C., “Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow,” *J. Fluid Mech.*, 91 (1979) pp. 1-16.
- (19) Germano, M., “A proposal for a redefinition of the turbulent stresses in the filtered Navier–Stokes equations,” *Phys. Fluids*, 29 (1986) pp. 2323-2324.
- (20) Smagorinsky, J., “General circulation experiments with the primitive equations. I. The basic experiment,” *Mon. Weather Rev.*, 91 (1963) pp. 99-164.
- (21) Morinishi, Y., Lund, T. S., Vasilyev, O. V., and Moin, P. “Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow,” *J. Comput. Phys.*, 143 (1998) pp. 90-124.
- (22) 梶島岳夫, “乱流の数値シミュレーション 改訂版,” (養賢堂, 2017).
- (23) Moser, R. D., Kim, J., and Mansour, N. N., “Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$,” *Phys. Fluids*, 11 (1999) pp. 943-945.
- (24) Hamilton, S. M., Kim, J., and Waleffe, F., “Regeneration mechanisms of near-wall turbulence structures,” *J. Fluid Mech.*, 287 (1995) pp. 317-348.
- (25) Waleffe, F., “On a self-sustaining process in shear flows,” *Phys. Fluids*, 9 (1997) pp. 883-900.