

# SGS 応力輸送方程式型モデルによる平面乱流噴流の LES

## LES of a Turbulent Plane Jet by an SGS Stress Transport Equation-based Model

○ 松山 新吾, JAXA, 東京都調布市深大寺東町 7-44-1, E-mail: smatsu@chofu.jaxa.jp  
Shingo Matsuyama, Japan Aerospace Exploration Agency, 7-44-1 Jindaiji-higashimachi, Chofu, Tokyo

In this study, we aim to propose a new LES model with SGS stress transport equations. The transport equations of SGS stress are derived exactly from the spatial filtering operation but they require modeling for the unclosed terms contained in the equations. Therefore, in this study, the unclosed terms are modeled by a priori test using a DNS database of turbulent plane jet. A priori tests for the unclosed dissipation term were conducted using two SGS models. It turned out that the both models lead to a good correlation between the “modeled” and “real” dissipation rates of SGS stress.

### 1. はじめに

Large-eddy simulation (LES) ではサブグリッドスケール (SGS) 応力項を渦粘性により近似するモデルが大半であるが, スマゴリンスキーモデルの場合モデルパラメーターのチューニングが必要であったり, ダイナミックモデルでも計算安定化のための平均化操作が必要であったりなど, 普遍的な LES モデルとして確立されているとは言い難い. 本研究では SGS 応力の輸送方程式を解くことにより, 対象とする流れ場に合わせたチューニングを全く必要としない普遍的な LES モデリングの実現を目指す.

式 (1) に示す SGS 応力の輸送方程式は空間フィルタリング操作から厳密に導出される<sup>(1)</sup>ものである. 式の右辺にある第一項の viscous diffusion, 第二項の production は LES で解かれる空間フィルタリングされた量で計算することができるが, 第三項以降の turbulent diffusion, velocity-pressure gradient correlation, dissipation については何らかのモデリングが必要である. そこで本研究では, 乱流噴流の DNS データベースを利用したアプライオリテスト<sup>(2)</sup>によりこれらの項のモデリングを行い, SGS 応力方程式型 LES モデルを確立することを目指す.

$$\frac{\overline{D}\tau_{ij}}{Dt} = \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_k \partial x_k}}_{\text{viscous diffusion}} - \underbrace{\left( \tau_{jk} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} + \tau_{ik} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} \right)}_{\text{production}} - \underbrace{\frac{\partial T_{ijk}}{\partial x_k}}_{\text{turbulent diffusion}} \quad (1)$$

$$- \underbrace{\left( \left\langle \frac{\partial p}{\partial x_i}, u_j \right\rangle + \left\langle \frac{\partial p}{\partial x_j}, u_i \right\rangle \right)}_{\text{velocity-pressure gradient correlation}} - \underbrace{2\nu \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_k}, \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right\rangle}_{\text{dissipation}}$$

$$T_{ijk} = \bar{u}_i \bar{u}_j \bar{u}_k - \bar{u}_j \tau_{ik} - \bar{u}_i \tau_{jk} - \bar{u}_k \tau_{ij} - \bar{u}_i \bar{u}_j \bar{u}_k \quad (2)$$

$$\langle a_i, b_j \rangle = \overline{a_i b_j} - \bar{a}_i \bar{b}_j \quad (3)$$

### 2. DNS データベースによるアプライオリテスト

本研究では, 著者による過去の研究<sup>(3)</sup>で得られた  $Re = 1500 \sim 30000$  までの平面乱流噴流の DNS データベースを利用してアプライオリテストを実施する. 図 1 に  $Re=10000$  の DNS データを, 図 2 には DNS データを空間フィルタリングすることで得られた SGS 応力の例を示す. 空間フィルタリングには下記の box filter を使用し, フィルタ幅  $\Delta$  はコルモゴロフスケールの 80 倍 ( $80\eta$ ) とした.

$$\bar{f}(x, t) = \int_{\Omega} f(x, t) G_{\Delta}(r) dr, \quad G_{\Delta}(r) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} & \text{if } r < \frac{\Delta}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

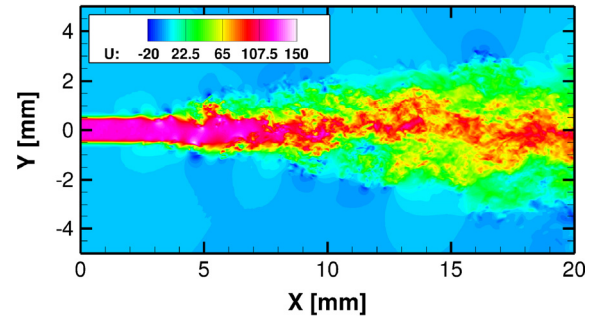


Fig. 1 Instantaneous contours of streamwise velocity  $u$  on the  $x$ - $y$  plane ( $z=0$ ) for the DNS at  $Re=10000$ .

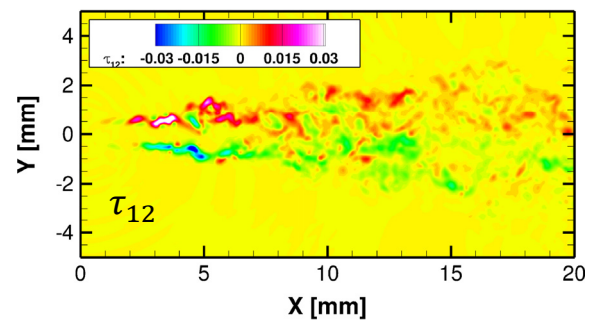
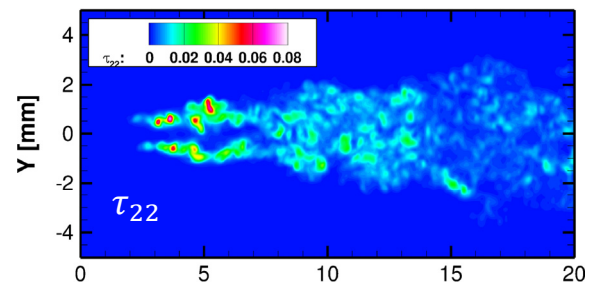
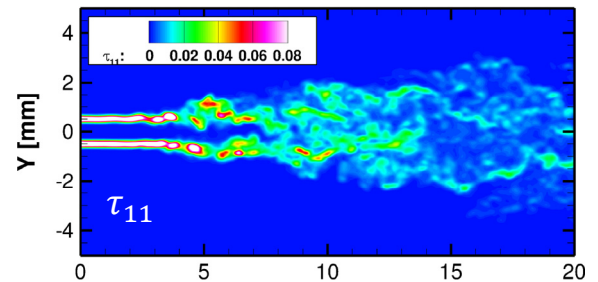


Fig. 2 Instantaneous contours of SGS stresses on the  $x$ - $y$  plane ( $z=0$ ) obtained from the filtered DNS data with  $\Delta = 80\eta$  at  $Re=10000$ .

アプリオリテストの例として式 (1) の dissipation 項を評価した結果を示す。ここでは、一方程式型 SGS モデル<sup>(4)</sup>で良く用いられる  $k_{sgs}$  の輸送方程式に含まれる dissipation 項を参考にしたモデル

$$-2\nu \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_k}, \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right\rangle = -C_\varepsilon \frac{\tau_{ij}^{3/2}}{\Delta} \quad (5)$$

また、SGS 応力を歪時間スケール<sup>(5)</sup>  $\tau_S$  で除した形式のモデル

$$\begin{aligned} -2\nu \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_k}, \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right\rangle &= -C_\varepsilon \frac{\tau_{ij}}{\tau_S} \\ \tau_S &= 1 / \sqrt{S_{ij}^2} \end{aligned} \quad (6)$$

について評価を行った。ここで、 $C_\varepsilon$  はモデル定数、 $\Delta$  はフィルタ幅である。

図 3 に  $\Delta = 80\eta$  として空間フィルタリングした DNS データベースから dissipation 項  $-2\nu \langle \partial u_i / \partial x_k, \partial u_j / \partial x_k \rangle$  を評価した結果、および、式 (5), (6) のモデルにより dissipation 項を評価した結果を示す。モデル定数  $C_\varepsilon$  の値は式 (5) について、

$$\begin{aligned} C_\varepsilon(\tau_{11}) &= C_\varepsilon(\tau_{13}) = C_\varepsilon(\tau_{23}) = 0.5, \\ C_\varepsilon(\tau_{22}) &= 0.75, C_\varepsilon(\tau_{33}) = 0.65, C_\varepsilon(\tau_{12}) = 0.2 \end{aligned}$$

式 (6) について、

$$\begin{aligned} C_\varepsilon(\tau_{11}) &= C_\varepsilon(\tau_{13}) = C_\varepsilon(\tau_{23}) = 0.2, \\ C_\varepsilon(\tau_{22}) &= C_\varepsilon(\tau_{33}) = 0.25, C_\varepsilon(\tau_{12}) = 0.05 \end{aligned}$$

とした。個別にモデル定数を調整する必要があるものの、全ての  $\tau_{ij}$  成分について式 (5), (6) のモデルは dissipation 項を良く再現している。

### 3. まとめ

本研究では SGS 応力輸送方程式型の LES モデリングを実現することを目指し、平面乱流噴流の DNS データを利用したアプリオリテストを実施している。SGS 応力輸送方程式に含まれる dissipation 項について、一方程式型 SGS モデルなどを参考にしたモデルを提案し、モデル定数の調整が必要ではあるが DNS データベースによる dissipation 項を良く再現することが示された。今後、さらに turbulent diffusion, velocity-pressure gradient correlation の二項についてもモデリングを実施し、SGS 応力輸送方程式型モデルによる LES を実施する予定である。

### 謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP18K03963 の助成を受けたものである。また、本研究では数値計算を実行するにあたって、宇宙航空研究開発機構スーパーコンピュータ『JSS2』を用いた。ここに記して関係者各位に謝意を表す。

### 参考文献

- (1) Germano, M., *J. Fluid Mech.* 238, pp. 325-336, 1992.
- (2) 松山, “SGS 応力輸送方程式型の LES モデリングに向けた平面乱流噴流 DNS データによるアプリオリテスト,” 日本流体力学会年会 2019 講演論文集, 2019.
- (3) 松山, “平面乱流噴流のレイノルズ数依存性に関する DNS,” 日本流体力学会年会 2018 講演論文集, 2018.

- (4) Yoshizawa, A., and Horiuchi, K., *J. Phys. Soc. Jpn.* 54, pp. 2834-2839, 1985.
- (5) 吉澤, 松尾, JAXA-RR-14-010, 2015.

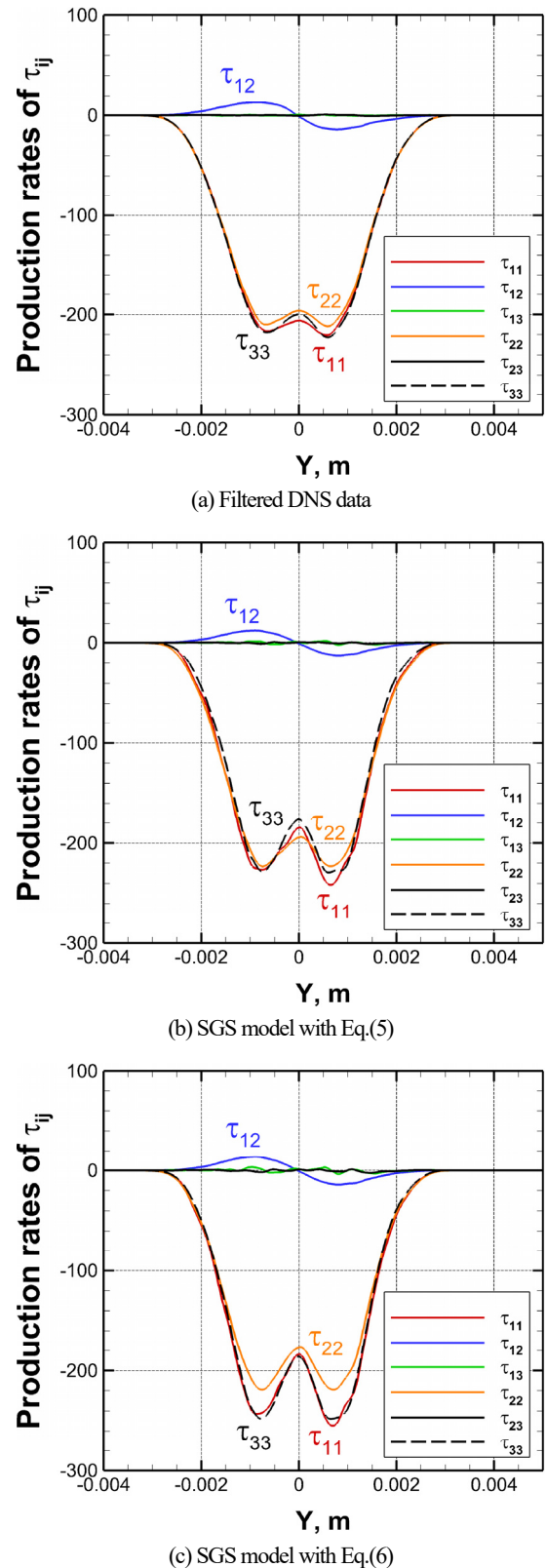


Fig. 3 Dissipation terms obtained by (a) filtered DNS data, (b) SGS model with Eq.(5), and (c) SGS model with Eq.(6).  $\Delta = 80\eta$ .