

格子ボルツマン法による半球粗面乱流熱流動の直接数値解析

Lattice Boltzmann direct numerical simulation of turbulent heat transfer over hemisphere roughness

- 名倉 梨花, 阪府大, 大阪府堺市中区学園町 1 番 1 号, E-mail : nagura@htlab.me.osakafu-u.ac.jp
 桑田 祐丞, 阪府大, 大阪府堺市中区学園町 1 番 1 号, E-mail : kuwata@me.osakafu-u.ac.jp
 須賀 一彦, 阪府大, 大阪府堺市中区学園町 1 番 1 号, E-mail : suga@me.osakafu-u.ac.jp

Rika Nagura, Osaka Prefecture University, Saka, Osaka, Japan

Yusuke Kuwata, Osaka Prefecture University, Saka, Osaka, Japan

Kazuhiko Suga, Osaka Prefecture University, Saka, Osaka, Japan

Direct numerical simulation of turbulent heat transfer over walls with hemi-sphere roughness are performed by the lattice Boltzmann method in order to discuss the influence of the arrangement of hemi-sphere roughness on turbulent heat transfer. The friction Reynolds number is fixed at 400, and the Prandtl number is set to 0.71. An increase in the skin friction coefficient strongly depends on the roughness arrangement whereas an increase in the Nusselt number is found to be unaffected. Also, the increase in the skin friction coefficient is much larger than that in the Nusselt number, implying the dissimilarity between the flow and scalar fields. It is also revealed that the sum of the dispersion heat flux and spatially averaged turbulent heat flux is not affected by the roughness arrangement despite the fact that the dispersion heat flux is largely affected by the rough surface geometry.

1. 研究背景

ボルテックスジェネレータは航空機や自動車の空力性能の向上の他に, バンダグラフから生じる騒音の低減を目的として広く用いられてきた。さらに, 近年では, 内燃機関シリンダー内のピストンに, 小型のマイクロボルテックスジェネレータを設置し, 熱伝達の促進を図る取り組みも行われている。このように, ボルテックスジェネレータに見られるような人工粗さを用いた乱流熱流動制御が盛んに行われつつある現状で, 粗さ面の乱流熱流動を比較的少ない計算コストで予測するための工学的な乱流モデルの開発が急務である。

流動場に関して言えば, 粗さの代表長さスケールである等価砂粒径を用いることで粗面に生じる摩擦係数が整理できることが知られており⁽¹⁾, これらの経験則を用いて粗面近傍の流動予測をする乱流モデルや壁関数法が提案されている。

いっぽう温度場に関しても, 流動場同様に等価砂粒径を用いた熱伝達率のスケージング等が行われているが⁽²⁾, 粗さ構造と乱流熱流動に関する知見は少なく, その相関関係については多くは明らかにされていない。そのため, 粗面近傍の熱流動を対象とした乱流モデルの開発は, 速度場に比べて大きく遅れている現状がある。

本研究では, 格子ボルツマン法を用いて, マイクロボルテックスジェネレータを模擬した半球粗さを設置した粗面における乱流熱流動の直接数値解析を行い, 半球粗さの配置が乱流熱流動に与える影響を調査するとともに, 乱流モデル開発に必要な等価砂粒径等の基礎データを用いて, 乱流熱伝達のスケージングを行う。

2. 格子ボルツマン法

格子ボルツマン法は流体を仮想粒子の集合体とみなし, 格子ボルツマン方程式をもとにその密度分布関数の時間発展を解くことで流体運動を解析する手法である。本研究では, 速度場に対し三次元 27 方向速度多緩和時間格子ボルツマン法⁽³⁾を用い, 温度場には三次元 19 方向速度正規化熱格子ボルツマン法⁽⁴⁾を用いる。以下にこれらの手法について簡単に記述する。

2.1 三次元 27 方向速度多緩和時間格子ボルツマン法

流動場を解析するための三次元 27 方向速度多緩和時間格子ボルツマン法における密度分布関数 f の時間発展方程式は以下のように表される。

$$\begin{aligned} f(\mathbf{r}_i + \mathbf{e}_\alpha \delta t, t + \delta t) - f(\mathbf{r}_i, t) = & -\mathbf{M}^{-1} \hat{\mathbf{S}} [m(\mathbf{r}_i, t) - m^{eq}(\mathbf{r}_i, t)] \\ & + \mathbf{M}^{-1} \left(\mathbf{I} - \frac{\hat{\mathbf{S}}}{2} \right) \mathbf{M}, \end{aligned} \quad (1)$$

ここで, δt は時間刻み, \mathbf{e}_α は粒子ベクトルを表す。分布関数とその平衡成分は, 27×27 の変換マトリクス \mathbf{M} によってモーメント \mathbf{m} , m^{eq} 平衡モーメントにそれぞれ変換される。緩和マトリクス $\hat{\mathbf{S}} = \text{diag}(s_1 \cdots s_{27})$ は安定性を考慮し Suga ら⁽³⁾ により定められたものを用いる。なお緩和マトリクスの成分である s_5, s_7 は分子動粘性係数 ν と関連付けられており,

$$\nu = c_s^2 \left(\frac{1}{s_5} - \frac{1}{2} \right) \delta t = c_s^2 \left(\frac{1}{s_7} - \frac{1}{2} \right) \delta t, \quad (2)$$

と表される。ここで, c_s は格子ボルツマン法における音速を示す。

2.2 三次元 19 方向速度正規化格子ボルツマン法

温度場を解析するための三次元 19 方向速度単一緩和時間モデルにおける密度分布関数の時間発展方程式は以下のように表される

$$\begin{aligned} & |g(\mathbf{r}_i + \xi_\alpha \delta t, t + \delta t) \\ & = |g^{eq}(\mathbf{r}_i, t) + \left(1 - \frac{1}{\tau_g} \right) |\hat{g}'(\mathbf{r}_i, t) \\ & + |S(\mathbf{r}_i, t), \end{aligned} \quad (3)$$

ここで, g^{eq} は平衡分布関数, \hat{g}' は正規化を施した密度分布関数の非平衡分布関数, S はソース項を表す。温度拡散係数 α は, 緩和時間 τ_g と以下のように関連付けられており,

$$\alpha = c_s^2 \left(\tau_g - \frac{1}{2} \right) \delta t. \quad (4)$$

緩和時間 τ_g を変更することでプラントル数を変えた解析を行うことができる。なお, 本研究において温度場はパッシブスカラーとして扱い, 浮力の影響は無視する。

2.3 計算条件

図 1 に半球粗さを設置したオープンチャネル乱流の計算系を示す。計算領域はオープンチャネル高さ δ に対して, 主流方向に 8δ , スパン方向に 4δ とした。主流方向・スパン方向には周期境界条件を課し, 上面には滑り境界を課しており, 温度場・速度ともに垂直方向のフラックスを零とした。下面には半球粗さを設置した粗面壁を設置しており, 熱格子ボルツマン方程式 (3) のソース項に

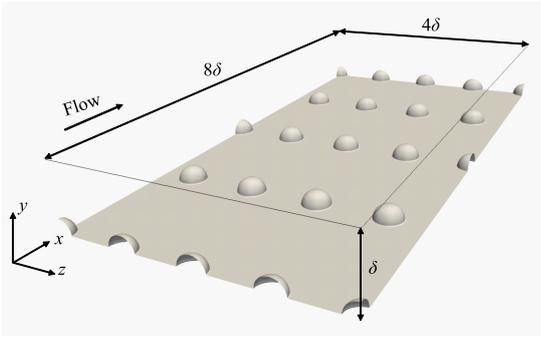


Fig. 1: Computational geometry of a rough-walled open channel flow.

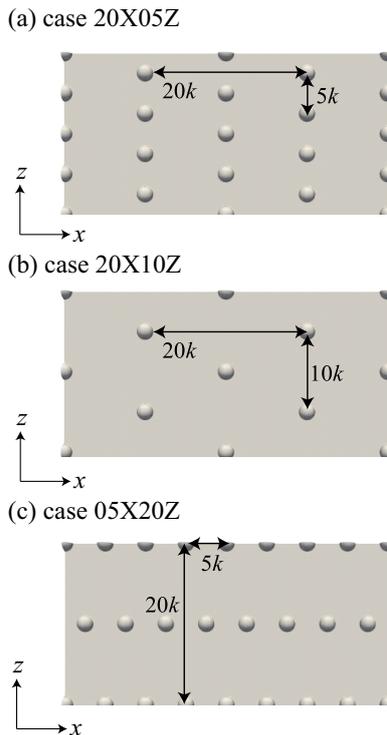


Fig. 2: Geometry of surfaces with hemi-sphere roughness.

主流速度，粗さ面の表面積を用いたエネルギーソースを付与することで，粗面の表面からの一様等熱流束加熱条件を再現した．計算領域 $8\delta(x) \times \delta(y) \times 4\delta(z)$ に対して，直交等間隔格子を $840\delta(x) \times 105\delta(y) \times 420\delta(z)$ としており，オープンチャンネル高さ δ から粗面の平均高さ h_m を引いた有効チャンネル高さ $\delta - h_m$ と下壁の平均摩擦速度を基にした摩擦レイノルズ数 400 として解析を行った．

対象とした粗面は図 2 に示す 3 種類であり，すべての粗面において，半球粗さ高さ $k/\delta = 0.2$ としており，半球の配置と孤立度（密度）を変えている．主流方向，スパン方向の半球ピッチを用いてそれぞれのケースを case 20X05Z(図 2 a), case 20X10Z(図 2 b), case05X20Z(図 2 c) とした．case 20X05Z, case 05X20Z の粗面は構造が同じであるが，主流方向に対する半球の配置が異なっている．いっぽうで，case 20X10Z の粗面は，case20X05Z に比べてスパン法に対して半球が疎に配置されており，半球の孤立度が高い粗面となっている．

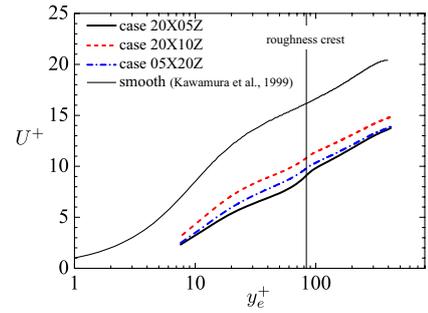


Fig. 3: Mean velocity profiles.

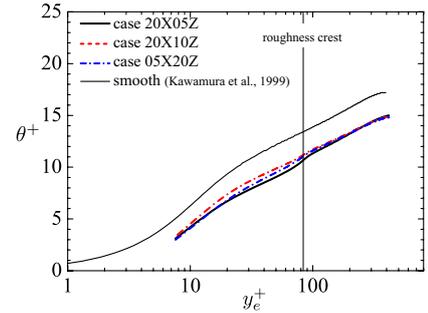


Fig. 4: Mean temperature profiles.

2.4 結果と考察

図 3 に粗面の摩擦速度で無次元化された速度分布を，図 4 には摩擦温度で無次元化された平均温度を示し，滑面チャンネル乱流の直接数値解析の結果⁽⁵⁾も比較の為にプロットした．なお，速度，温度分布ともに $x-z$ 面で平均化したものを示している．摩擦速度は入口・出口に課した圧力差をもとに応力収支から求めた壁面せん断応力を用いて計算しており，摩擦温度は系全体に加えたエネルギーソースをもとにエネルギー収支から計算した壁面熱流束を用いて計算した．また，壁面からの距離には， $x-z$ 面の空隙率（ $x-z$ 面の流体部の面積を $x-z$ 面の面積で除したものを）を壁面垂直方向に積分して計算される有効距離 y_e ⁽⁶⁾を用いた．図 3 より，粗面のケースにおける平均速度分布は滑面と比べて下方にシフトしており，壁面摩擦係数が増大していることが確認される．速度の下方シフト量は case 20X05Z のケースで一番大きく，つぎに主流方向に対する半球配置を変えた case05X20Z が大きく，半球をスパン方向に対して疎に配置した case20X10Z が最小であることが分かった．いっぽう，図 4 に示した平均温度分布より，粗面のケースにおける平均温度分布は滑面よりも下方にシフトしており，半球粗さによって熱伝達が増大していることが分かる．しかし，それぞれの粗面のケースにおける温度分布の差異は速度分布のそれよりも小さく，温度分布には半球粗面の配置の違いによる影響が非常に小さいことが分かる．

それぞれの粗面のケースにおける，壁面摩擦，熱伝達

Tab. 1: Comparison of skin friction coefficient and Nusselt number

Case	C_f/C_{f0}	Nu/Nu_0
20X05Z	2.64	1.19
20X10Z	2.07	1.19
05X20Z	2.50	1.19

率の増大率を評価するために、表 1 に壁面摩擦係数 C_f とヌセルト数 Nu を滑面の結果 C_{f0}, Nu_0 ⁽⁵⁾ で除した値を示す。摩擦係数の増大率は、case 20X05Z で最大で約 2.6 倍近く摩擦抵抗が増大しており、スパン方向にピッチを大きくした case20X10Z においても滑面と比べて約 2.1 倍増大することが分かった。いっぽうヌセルト数の増大率に関してはどのケースにおいても 1.2 程度にとどまっており、ケース間の差異も非常に小さいことが確認できる。これまでの、粗面乱流においては温度場と速度場の相似性が失われ、温度場における熱伝達率の増大は、速度場における摩擦係数の増大と比べても小さいことが知られている⁽²⁾。これらの理由として、粗面に生じる流動抵抗は圧力抵抗と粘性抵抗から構成されるが、本解析のように孤立度の比較的高い粗面では、圧力抵抗が摩擦抵抗の増大に大きく寄与する。いっぽう、エネルギー式には運動量式の圧力項に対応する項が含まれておらず、流動抵抗に大きく寄与する圧力抵抗に対応する項はエネルギー式に存在しない。これによって、熱伝達率の増加が摩擦抵抗の増加に比べて小さかったと考えられる。

つぎに、粗面乱流における乱流熱輸送メカニズムを議論するために、 $x-z$ 面平均とレイノルズ平均を施した二重平均系における応力、熱流束の議論を行う。二重平均系における運動量式には、面平均レイノルズ応力 $R_{ij} = \langle u'_i u'_j \rangle$ と分散相関項 $\mathcal{T}_{ij} = \langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle$ が現れる。また、二重平均エネルギー式には面平均乱流熱流束 $H_i = \langle u'_i \theta' \rangle$ と分散熱流束 $\mathcal{H}_i = \langle \tilde{u}_i \tilde{\theta} \rangle$ が現れる。ここで、 $\tilde{\phi}$ は物理量 ϕ をレイノルズ平均した量、 ϕ' は平均量からの変動を表す。また、 $\langle \phi \rangle$ は $x-z$ 面における空間平均量を表し、 $\tilde{\phi}$ は空間平均量からの分散を表す。

図 5 に摩擦速度で無次元化された面平均レイノルズ応力 $-R_{12}$ と分散相関項 $-\mathcal{T}_{12}$ の和 $-(R_{12} + \mathcal{T}_{12})$ と、分散相関項 $-\mathcal{T}_{12}$ を示す。分散相関項 $-\mathcal{T}_{12}$ は半球高さより下の領域で最大値をとり、半球の直上で減少し、粗面の遠方で再び増加する傾向を持つ。分散相関項 $-\mathcal{T}_{12}$ は非常に複雑な分布を持つが、面平均レイノルズ応力との和 $-(R_{12} + \mathcal{T}_{12})$ は粗面のケースでは大きな差異はないことが確認でき、特に粗面遠方では非常によく一致していることが確認できる。

つぎに、図 6 に摩擦速度・摩擦温度で無次元化された面平均乱流熱流束 $-H_2$ と分散熱流束 $-\mathcal{H}_2$ の和 $-(H_2 + \mathcal{H}_2)$ と、分散熱流束 $-\mathcal{H}_2$ を示す。速度場同様に、分散熱流束 $-\mathcal{H}_2$ は半球の配置に依存して非常に複雑な分布を持つが、面平均乱流熱流束との和 $-(H_2 + \mathcal{H}_2)$ は、半球配置の違いによる影響をあまり受けないことが確認できる。しかし、速度場で見られた半球直上の $-(R_{ij} + \mathcal{T}_{12})$ の凹みに対応する形状は、熱流束の和 $-(H_2 + \mathcal{H}_2)$ では見られず、速度場と温度場の何らかの非相似性が表われていると言える。これらのことから、面平均乱流熱流束や分散熱流束を個別にモデル化するのではなく、その和をモデル化することが容易であるということが示唆された。これは、多孔体内部乱流の熱流動解析で示唆された結果⁽⁴⁾と一致する。

3. 結言

マイクロボルトクスジェネレータを模した半球粗面乱流熱流動の直接数値解析を行い、半球の配置が乱流熱流動に与える影響を調査した。半球粗面の摩擦抵抗は半球の配置に強く依存するが、熱伝達率の依存度は小さくなることが分かった。また、摩擦抵抗の増大率は熱伝達の増大率に比べて大きく、温度場と速度場との間には強い非相似性が現れることが示唆された。また、粗さによって生じる速度分散、温度分散による分散熱流束は半球の配置による違いの影響を強く受けるが、乱流熱流束との和はその影響をあまり受けないことが明らかになった。

参考文献

- (1) Nikuradse, J., Laws of flow in rough pipes, in: NACA Technical Memorandum 1292 (1933).

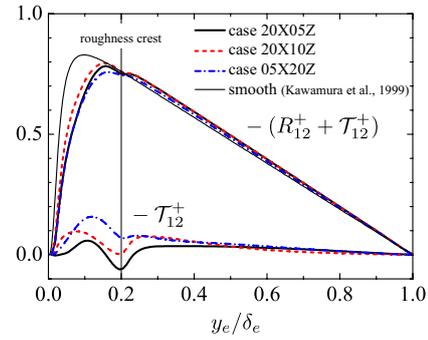


Fig. 5: Profiles of the plane-averaged Reynolds stress and dispersion stress.

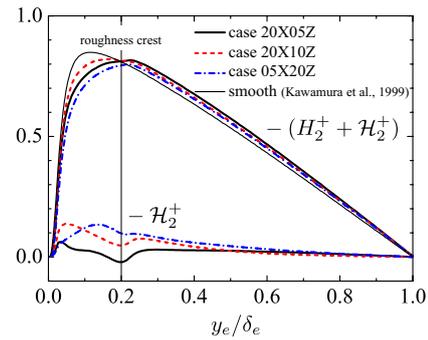


Fig. 6: Profiles of the plane-averaged turbulent heat flux and dispersion heat flux.

- (2) Forooghi, P., Matthias S., and Bettina F. A systematic study of turbulent heat transfer over rough walls. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 127 (2018), 1157-1168.
- (3) Suga, K., et al., A D3Q27 multiple-relaxation-time lattice Boltzmann method for turbulent flows, *Computers Mathematics with Applications*, 69 (2015), 518-529.
- (4) Suga, K., et al., Modelling turbulent and dispersion heat fluxes in turbulent porous medium flows using the resolved LES data, *International Journal Heat Mass Transfer*, 68 (2017), 225-236.
- (5) Kawamura, H., Hiroyuki A. and Yuichi M. DNS of turbulent heat transfer in channel flow with respect to Reynolds and Prandtl number effects. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 20.3 (1999), 196-207.
- (6) Kuwata, Y., and Yasuo K. Direct numerical simulation of turbulence over systematically varied irregular rough surfaces. *Journal of Fluid Mechanics* 862 (2019), 781-815.