

流体の浸食によって形成される地形への初期条件の影響

Influence of Initial Conditions on Topography Generated by Water Flow Erosion

- 菅原 拓音, 日大院, 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14, E-mail: cstk19010@g.nihon-u.ac.jp
小紫 誠子, 日大理工, 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14, E-mail: satoko@math.cst.nihon-u.ac.jp
Takuto Sugawara, Nihon University, Kanda-Surugadai, Chiyoda-ku, Tokyo 101-8308
Satoko Komurasaki, Nihon University, Kanda-Surugadai, Chiyoda-ku, Tokyo 101-8308

As a start of investigations of fluid dynamics processes in which large-scale fractal structures, such as coastlines, river networks and mountain ranges, are generated, a smaller-scaled erosion of a slope by a water flow is simulated and the developing process of surface shapes of the slope is studied. In the computation, the incompressible Navier-Stokes equations are solved by finite difference method using simple models, and a two-phase flow of air and water is computed. A simple erosion model is applied at the slope surface. As an initial condition, the topographical pattern of the slope surface is randomly generated. The computational results show that the time variation of the surface shape is affected by the local erosion resistances of the surface.

1. 結論

山岳の地形などにおいて、フラクタルパターンが多く見られることはよく知られている。このような地形の形状は多くは水や風などによる浸食や堆積作用の結果であり、原因となる水や空気の流れの流体力学的な作用の下で、非線形な複雑な過程を経てフラクタルパターンが現れると考えられる。

地形のフラクタルパターンに着目した研究としては、フラクタルシミュレーションによって地形の形状解析を試みた⁽¹⁾などものがあるが、真に流体の方程式を解いたものではない。一方、佐伯ら⁽⁴⁾は限定的な仮定の下で流れの数値シミュレーションを試み、初期にランダムな凹凸が施された斜面が水の浸食によってフラクタル構造をもつ形状に変化することを示した。しかし、初期のランダムな凹凸パターンが、結果として現れる地形のフラクタルパターンに影響を与えている可能性は否めない。百々ら⁽⁶⁾は、土壌の硬さをランダムなパターンで分布させた斜面上に水を流し、その浸食による斜面形状の変化を、流体の支配方程式を用いた数値シミュレーションにより解析している。

本研究では、水の浸食によって形成される地形について、流体力学的な作用を考慮したより現実に近い地形の再現を目指して、数値シミュレーションを行う。ここでは、水が流れる斜面上において初期にランダムな凹凸を与え、流す水の量を変化させて形成される地形の違いについて考察する。とくに水量が少ない場合には、斜面の水に触れている部分のみ浸食されるため、特徴的な地形パターンが形成される可能性がある。本研究では、簡単なモデルを用いて水と空気の二層流を取り扱い、流水による浸食作用を考慮した数値シミュレーションを行う。

2. 計算方法

(1) 支配方程式

本研究では、簡単なモデルを用いた数値シミュレーションによって、流水の浸食作用により地形が形成される過程を再現する。水の表現は通常自由表面の取り扱いなど複雑なモデルが必要だが、ここでは、非常に小さな拡散係数をもつある移流拡散物質の濃度 A によって比重差を与え、比重の大きい流体を水、小さい方を空気と考えることにする。さらに比重差による浮力を考慮した、式(1)~(4)のナビエ・ストークス方程式と式(5)の濃度 A についての移流拡散方程式を支配方程式として計算を行う。計算領域全体に角度 θ の傾斜がついているものとして鉛直方向を $(-\sin \theta, \cos \theta, 0)$ とする。 Fr と Sc はフルード数及び、シュミット数 (動粘度/ A の拡

散係数) である。

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y} + w \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \\ - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{A}{Fr^2} \sin \theta \quad \dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = \\ - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{A}{Fr^2} \cos \theta \quad \dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \\ - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial z} \quad \dots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} + u \frac{\partial A}{\partial x} + v \frac{\partial A}{\partial y} + w \frac{\partial A}{\partial z} = \\ \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial A}{\partial z} \quad \dots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = (x, y, z), \quad \mathbf{v} = (u, v, w), \\ \bar{\rho} = \beta(A_0 - A)/\rho_0, \quad A_0: \text{基準濃度} \end{aligned}$$

(2) 初期条件・境界条件

長さ $5.00 \times 1.25 \times 5.00$ (m) の底面に凹凸のある直方体形状の計算領域 (Fig.1) を $64 \times 32 \times 64$ の不等間隔格子に分割し、水の流れをできるだけ精度よく捉えるために底面付近で格子をより細かく分割する (Fig.2)。傾斜角度 θ は 5° として x の正方向に水が流れるものとする。初期に斜面上にランダムに与えた凹凸パターンを Fig.3 に示す。色が赤いほどより深いことを表している。凹凸の高低差の最大はおよそ 0.19 (m) である。

実際の水と空気の物性、および計算格子精度を考慮し、レイノルズ数は $Re = 5.0 \times 10^3$ (水領域) と $Re = 3.3 \times 10^2$ (空気領域) を用いる。フルード数は $Fr = 1.010$ 、シュミット数はAの拡散を抑えるため十分大きな値である $Sc = 10^{11}$ としている。

(3) 流水による浸食モデル

本計算では、流れる水の水速に応じて底面を浸食するモデルを用いる。底面を削る深さ d は以下の式で与えられる。

$$d = C \left(\frac{\partial |U|}{\partial n} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (6)$$

U : 底面に平行な速度, n : 底面に垂直な方向

C : 土壌の硬さを表す係数

実際の計算では、各時間ステップにおいて計算される速度場から、式(6)を用いて浸食によって削られる深さ d を計算する。そして d の値によって底面形状を変形させ計算格子を再構成する (Fig.5)。

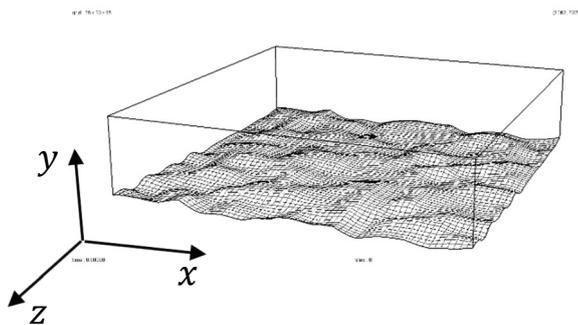


Fig.1 Initial computational domain

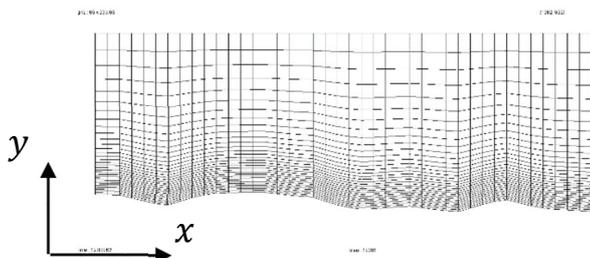


Fig.2 Boundary fitted grid

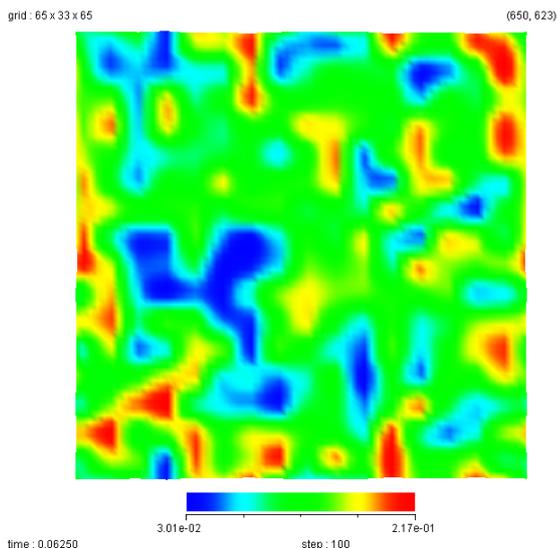


Fig.3 Initial topographical pattern

Fig.4 のように濃度 $A = 1.0$ (水領域) と濃度 $A = 0.0$ (空気領域) を与え、浸食無しで流れが定常状態に近い状態に落ち着くまで計算を行い、その流れ場を初期条件として浸食を開始する。

境界条件は、底面はノンスリップ、上方境界はフリースリップ、流れ方向(x方向)と側面(z方向)の境界についてはそれぞれ周期境界条件を課している。

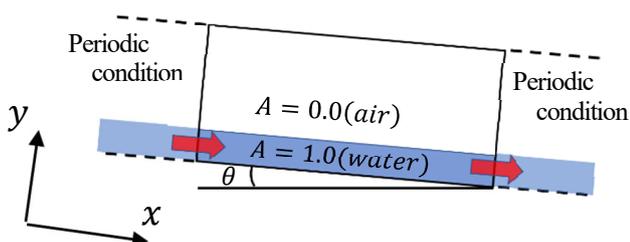


Fig.4 Boundary Conditions

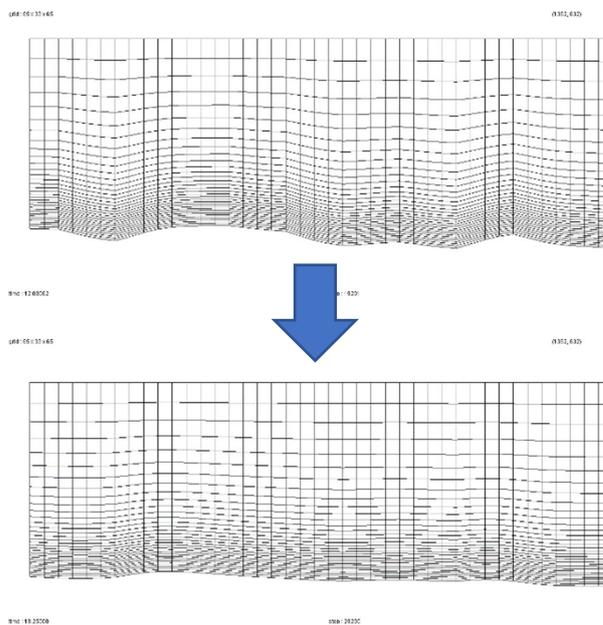


Fig.5 Grid regeneration

(4) 数値解析法

支配方程式は差分法を用いて離散化し、フラクショナルステップ法によって解く。空間微分は2次精度中心差分を用い、非線形移流項は3次精度上流差分 (KKスキーム) により近似する。またオイラー陽解法により時間積分を行う。

3. 計算結果

初期の水の高さが流れにどのような影響を及ぼすか考察するために、Fig.6 に示すように水の平均深さを *case a*: 斜面の凹凸が完全に水没する深さ, *case b*: 斜面の凹凸の一部が水面上に出る深さ、として、流れる水の水速 (水量) による違いが形成される地形に与える影響を調べる。なお、土壌の硬さを表す係数は $C = 5.0 \times 10^{-5}$ とする。

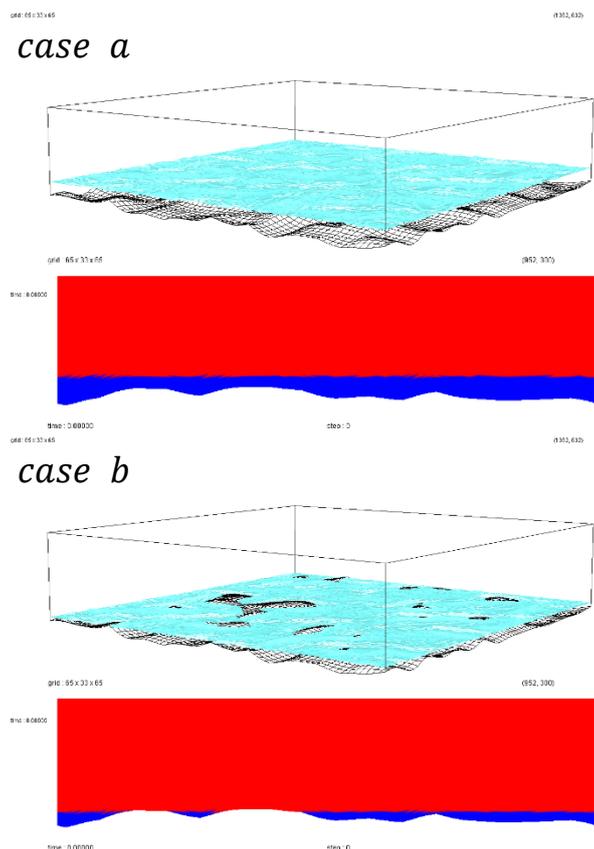


Fig.6 Water depth in each case.

Fig.7 と Fig.8 はそれぞれ *case a* と *case b* の斜面形状を真上から見たもので、浸食開始以降の無次元時間での斜面形状の時間発展を表している。時間は浸食開始後からの無次元時間であり、 $time = 0.01$ から $time = 5.65$ までを示している。斜面の凹凸について、各時間での深さの最大値と最小値の間を黒から白のグラデーションで表現している。黒色はより凹みが深いことを表す。浸食開始当初は浸食の程度も小さく違いが見られないが、 $time = 1.63$ になると大きな変化が現れる。*case a* の方では斜面の凹凸が浸食によってほとんど平らになっていることが分かる。*case a* では水量が多く水の流速が速いため、浸食が早く進むことと考えられる。一方、*case b* ではより水深が浅く水量が少ないことから、*case a* よりも水の流速が遅く浸食の進みが遅いことと、*case a* と比べて水の流れが斜面の起伏の影響をより受けやすく、初期の凹凸パターンに起因する細かい起伏が残っているものと推察される。 $time = 2.67$ になると、*case a* では流れ方向に平行に近い起伏パターンとなり、 $time = 5.65$ では流れ方向にほぼ平行な起伏パターンに落ち着く。*case b* においては、時間が進むにつれて細かい起伏が消滅し、 $time = 5.65$ では *case a* と同様に流れ方向に平行な起伏パターンとなっている。

Fig.9 と Fig.10 はそれぞれ *case a* と *case b* の斜面形状を三次元的に捉えやすい角度からみた図である。Figs.7, 8 と同様に、*case a* はより短時間で浸食が進み斜面の細かい起伏が消滅するのに対し、*case b* はゆっくりと浸食が進む様子が確認できる。また、 $time = 5.65$ では *case b* は流れ方向においては滑らかだが、*case a* に比べてスパン方向に高低差が大きいことが分かる。

Fig.11 と Fig.12 は Fig.9 と Fig.10 と同じ構図で水の流れる様子を $A = 0.5$ の青の等値面で表現している。*case b* においては計算格子などの精度の問題もあり、初期の斜面の凹凸は水領域で全て覆われるが、水量が少ないこともあり、最終的に斜面の一部が水

面から出ていることが確認される。

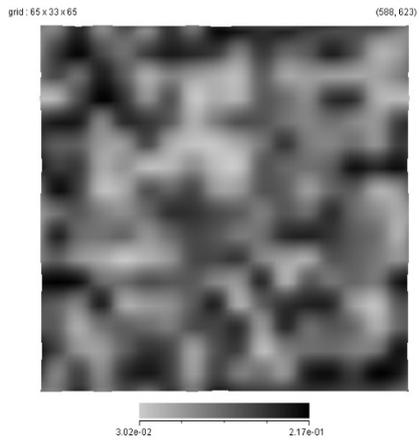
ここで示した計算結果の画像は、(株)計算流体力学研究所の流体専用可視化ソフトウェア Clef3D を用いて作成している。

4. 結論

初期にランダムな凹凸を与えた斜面を流れる水の流れについて、浸食を考慮した数値シミュレーションを行った。流れる水の量によって、斜面の起伏パターンの発達過程に大きな違いが表われることが分かった。また、浸食開始からある程度時間が経った後の起伏の高低差にも違いが見られた。時間が経った後に現れる斜面の起伏パターンの、初期の斜面のランダムな凹凸パターンへの依存性については、さらに考察が必要である。

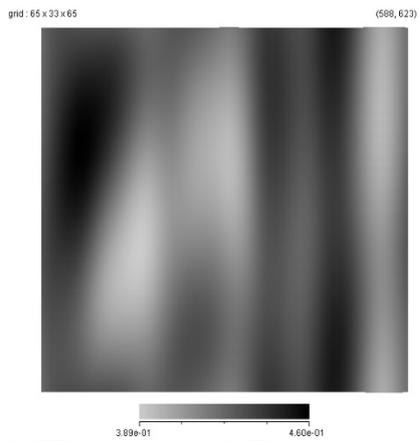
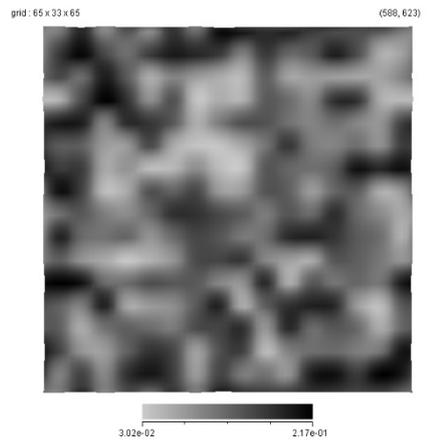
参考文献

- (1) 吉山昭, “発展する地理的パターンのモデル,” 論理地理学ノート, 8 (1992), pp. 111–118.
- (2) 河村哲也 他, “環境流体シミュレーション,” 朝倉書店 (2001).
- (3) 泉典洋, “河川網の形成,” ながれ 24 (2005), pp. 5–14.
- (4) 佐伯亜由美, 岡村誠, “流体浸食モデルによる河川網形成シミュレーション,” 九州大学応用力学研究所所報 No.139(2010), pp.105–109.
- (5) 百々知史, 小紫誠子, “流水の浸食による斜面上の凹凸パターンの発達” 日本流体力学学会 年会 2019 講演論文集 (2019).

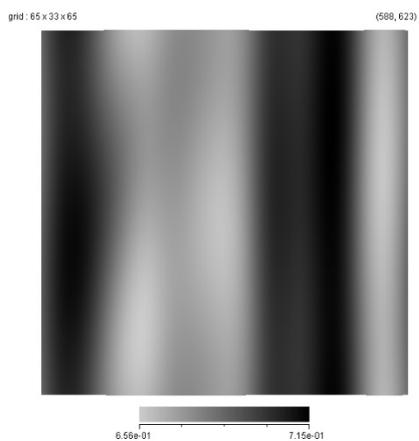
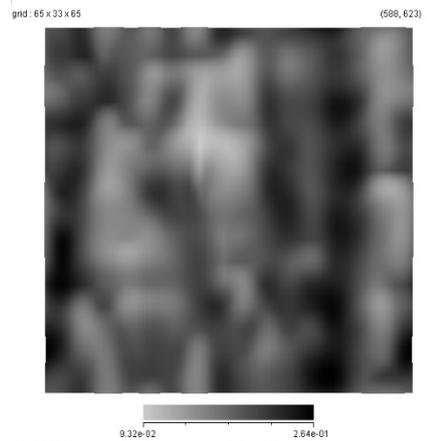


x

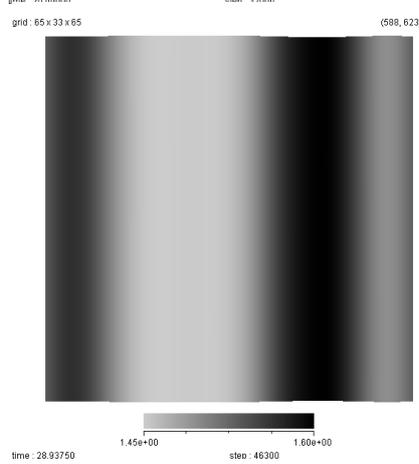
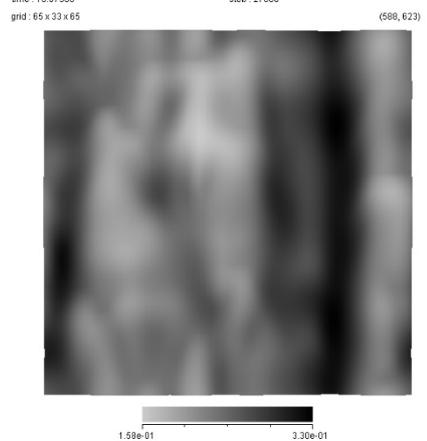
$time = 0.01$



$time = 1.63$



$time = 2.67$



$time = 5.65$

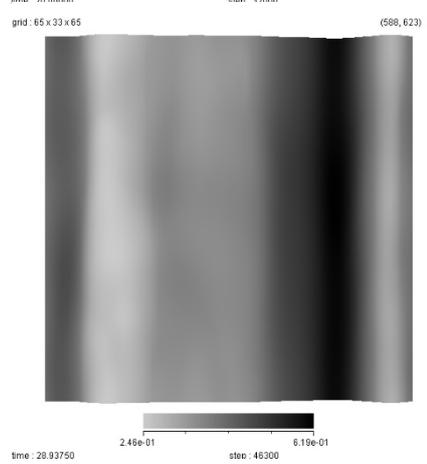


Fig.7 Time development of the pattern on the slope in case *a*

Fig.8 Time development of the pattern on the slope in case *b*

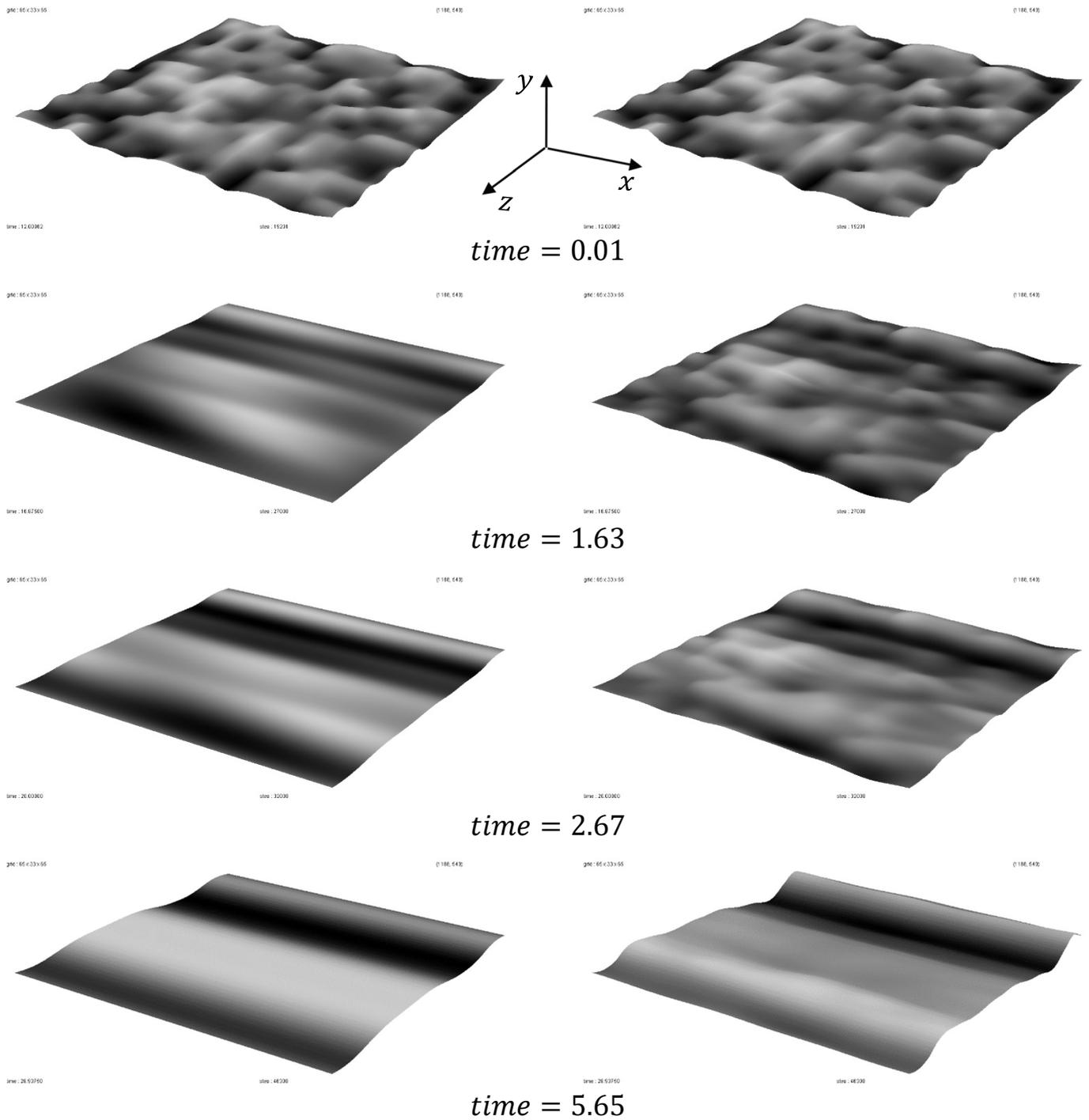


Fig.9 Time development of the surface shape of the slope in case *a*

Fig.10 Time development of the surface shape of the slope in case *b*

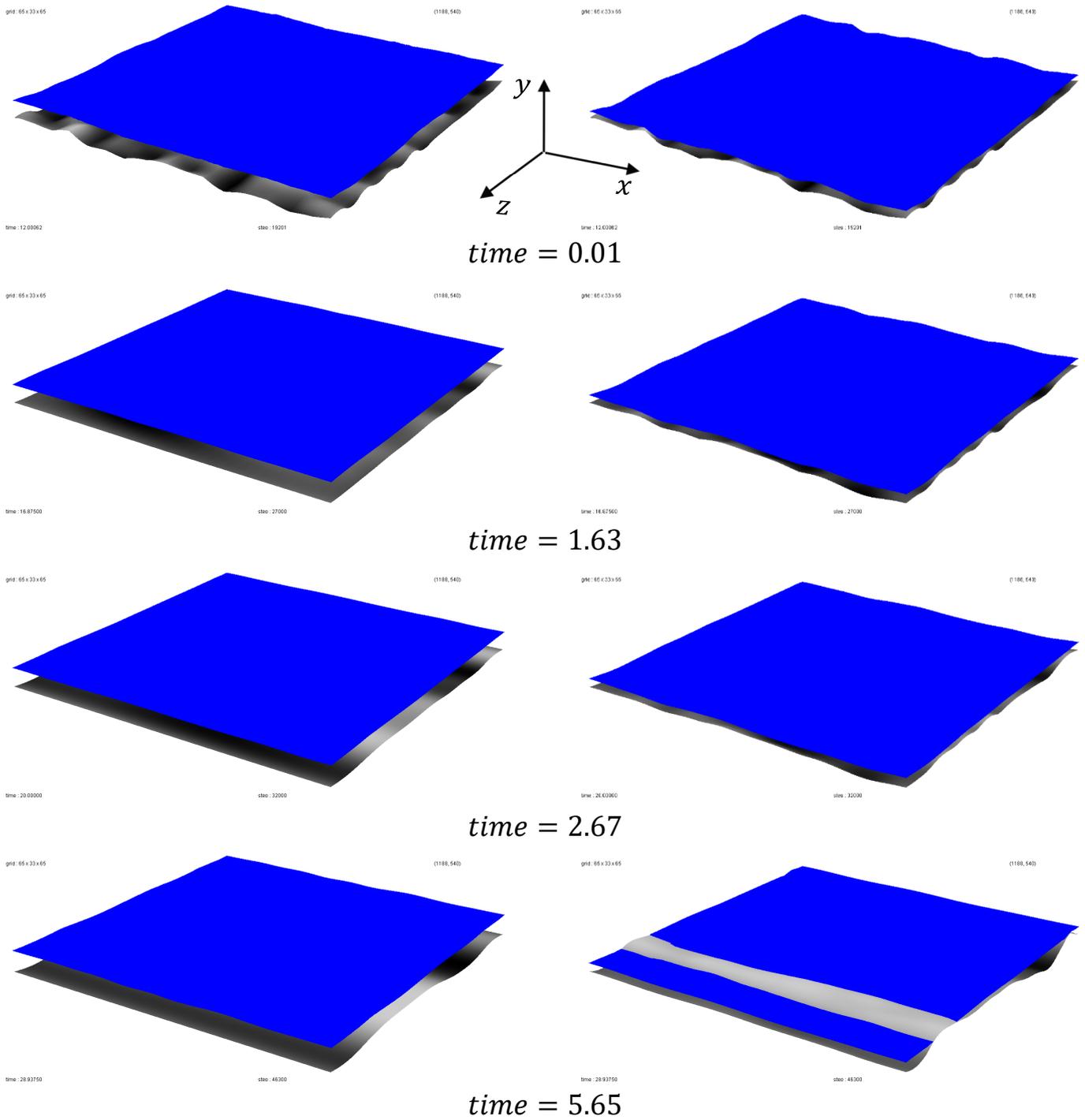


Fig.11 Time development of the water flow in case *a*.
Contour surface of $A=0.5$.

Fig.12 Time development of the water flow in case *b*.
Contour surface of $A=0.5$.