

# SGS 渦からのキャビティ初生を考慮した翼周りキャビテーション乱流の LES

## LES of the flow around a hydrofoil considering the cavity inception from SGS vortices

- 大津 雄, 阪大院, 大阪府吹田市山田丘 2-1, otsu@fluid.mech.eng.osaka-u.ac.jp  
 岡林希依, 阪大工, 大阪府吹田市山田丘 2-1, okabayashi@mech.eng.osaka-u.ac.jp  
 梶島岳夫, 阪大工, 大阪府吹田市山田丘 2-1, kajisima@mech.eng.osaka-u.ac.jp  
 Takeshi Otsu, Department of Mechanical Engineering, Osaka University, 2-1 Yamadaoka, Suita, Japan  
 Kie Okabayashi, Department of Mechanical Engineering, Osaka University  
 Takeo Kajisima, Department of Mechanical Engineering, Osaka University

A cavitation model for Large-eddy simulation (LES) is introduced to the cavitating turbulent flow around a Clark-Y11.7% hydrofoil. The model introduces the probability density function (PDF) to represent the pressure distributions within the computational cells of LES. By this method, we can consider the cavitation inception from the local minimum pressure due to fine-scale turbulence vortices, which are usually treated as the subgrid-scale (SGS) component. The angle of attack of the hydrofoil and cavitation number are set at 20 degrees and 1.0, respectively. As a result, when the PDF model are introduced, cavity occurs from the fine-scale vortices as well as from the large-scale vortices in the separated shear layer from the leading edge, whereas the cavity does not occur from the fine-scale vortices region when the PDF model are not adopted.

### 1. 緒言

キャビテーション流れは相変化を含み時空間スケールも多様である。またそのほとんどは乱流状態にある。したがって、その数値計算には、キャビテーションモデルと乱流モデルが必須である。産業界で広く用いられているのは、気液の混合体の密度を解く均質流体モデルと、Reynolds-averaged numerical simulation (RANS)を組み合わせた計算であり、先行研究例のほとんどがこの方法である<sup>(1,2)</sup>。これらの解析法は流れ場をそれなりに再現するが、様々な物理現象を簡略化しており、その問題は強く指摘されている。特に、乱流モデルに関しては、流れの強い非定常性を考慮すると、RANSよりも非定常解法である Large-eddy simulation (LES)などを用いることが理想的であり、より現象を反映する。

実験において、Fig. 1<sup>(3)</sup>の赤丸で示した、白濁したように見える乱流渦からのキャビテーション初生およびキャビテーションによる乱流変動が観察されており、これらが流れ（気液二相流の音速など）に大きく影響することが指摘されている<sup>(4)</sup>。しかし、現状の非定常解析<sup>(5)</sup>では、subgrid-scale (SGS)の乱流渦は渦粘性近似されており、キャビティ発生源の低圧部を考慮できない。そこで、岡林<sup>(6)</sup>は、乱流混合層を計算対象として、SGS 乱流渦による圧力変動 $p_{SGS}$ を確率密度関数で表し、それをキャビティ発生源として考慮した PDF モデルを提案した。本研究の最終的な目標は、PDF モデルを翼周りキャビテーション乱流に適用し、上述のSGS 乱流渦からの初生を考慮して Fig. 1 のような白濁を再現するとともに、キャビティがSGS 乱流渦に及ぼす影響をモデル化し、乱流⇄キャビテーションの相互作用を考慮した two-way のモデルとすることである。

本報告では、従来の翼回りキャビテーション乱流にSGS 渦による極小低圧を考慮するための one-way の PDF モデルを適用し、極小低圧がキャビテーションの初生にどのように影響を与えるかを考察する。

### 2. 数値計算の概要

本計算ではキャビテーション流れを均質流体の流れとして扱い、気相密度は液相密度に比べ十分小さいとする。したがって、均質流体の密度 $\rho$ は液相体積率 $f_L$ と液相密度 $\rho_L$ を用いて $\rho \approx \rho_L f_L$ と近似される。これ以降、すべての変数はコード長 $C$ 、主流速度 $U_\infty$ 、十分遠方の液相密度 $\rho_{L\infty}$ で無次元化されている。

#### 2.1 支配方程式

キャビテーションの生成・消滅に伴う強い圧力変動が生じるた

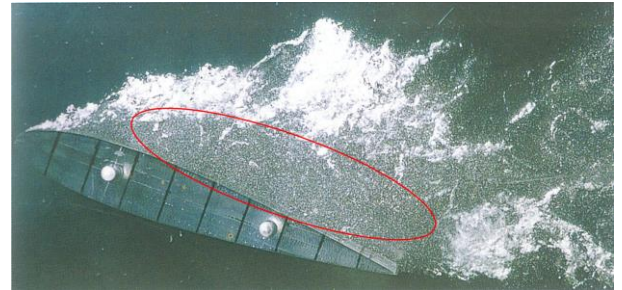


Fig. 1 Vortex cavitation at the separation regime<sup>(3)</sup> (AoA=19°,  $\sigma = 1.67$ ).

め、圧縮性を考慮するために低マッハ数近似解法<sup>(7)</sup>を使用する。液相の質量保存式は次式で表される。

$$\frac{Df_L}{Dt} + f_L \left( M^2 \frac{D\bar{p}}{Dt} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (1)$$

式中の $M = U_\infty/c$  ( $c$ :音速) は計算領域全体で一様に与えられる。フィルターをかけた Navier-Stokes 式は次式となる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{f_L} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{p} + \frac{2}{3} f_L k_{SGS} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ s \left( u_{SGS} + \frac{1}{Re} \right) \bar{S}_{ij} \right] \quad (2)$$

$\bar{S}_{ij}$ はひずみ速度テンソルである。SGS 乱流エネルギー $k_{SGS}$ と渦粘性 $\nu_{SGS}$ の導出は、1 方程式型モデル<sup>(8)</sup>を基盤とし、壁面近傍のふるまいを改善するため、 $k_{SGS}$ の生成項に Wall-adapting local eddy-viscosity (WALE)モデル<sup>(9)</sup>を用いる。レイノルズ数は $Re = U_\infty C/\nu$ と定義する。

#### 2.2 キャビテーションモデル

キャビテーションモデルはソース項を用いた次式のような均質流体モデルを用いる<sup>(10)</sup>。

$$\frac{Df_L}{Dt} = [C_g(1 - f_L) + C_l f_L](p - p_v) \quad (3)$$

飽和蒸気圧はキャビテーション数 $\sigma$ で与えられる。

$$\sigma = \frac{p_\infty - p_v}{\frac{1}{2} \rho_{L\infty} U_\infty^2} \quad (4)$$

ただし、 $p_\infty$ は無限遠方の圧力である。モデル定数は $p < p_v$ のとき $C_g = 1000, C_l = 1, p < p_v$ のとき $C_g = 1000, C_l = 1$ とする<sup>(10)</sup>。

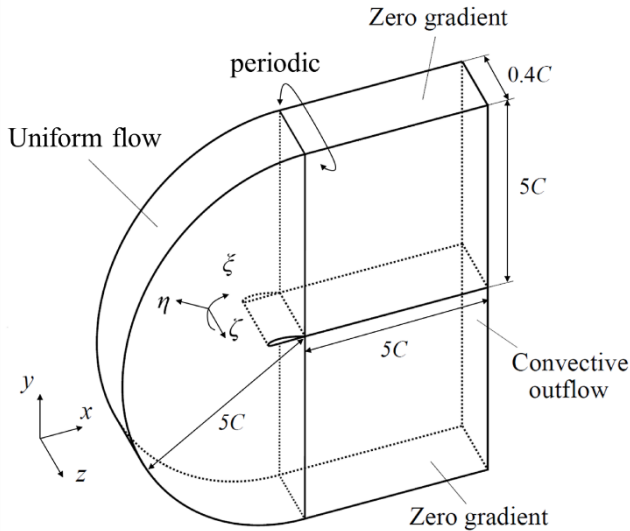


Fig. 2 Computational domain and boundary conditions.

### 2.3 PDF モデル

Hinze<sup>(12)</sup>によると、単相乱流においては、一様等方乱流の統計理論から、圧力変動と乱流エネルギーに相関があることが導かれている。Singhal ら<sup>(13)</sup>は、このことと時間平均圧力を用いて、圧力に関するトップハット型の確率密度関数(Probability density function; PDF)を仮定し、RANS を基盤としたキャビテーション流れの解析に乱流による圧力変動として導入した。

岡林<sup>(9)</sup>はこれらの PDF を用いて乱流による圧力変動を考慮するモデルから着想を得て、レイノルズ平均からの変動ではなく、空間フィルター値からの圧力変動を、LES を基盤とするキャビテーション流れの解析に導入することを考えた。すなわち、SGS 圧力変動  $p_{SGS}$  と SGS 乱流エネルギー  $k_{SGS}$  にも相関があると考え、LES においてフィルタリングされた圧力  $\bar{p}$  と  $p_{SGS}$  から、空間的な圧力分布を示す PDF を見積もった。

本研究では、式(3)に PDF モデル<sup>(6)</sup>を適用する。

$$\frac{Df_L}{Dt} = \int_{-\infty}^{\infty} [C_g(1 - f_L) + C_l f_L](p - p_v)\psi(p)dp \quad (5)$$

$\psi(p)$  は圧力分布を示し、その分布をガウス分布であると仮定し

$$\psi(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} \exp\left[-\frac{(p - \bar{p})^2}{2s^2}\right]$$

と表される。 $\bar{p}$  はフィルタリングされた圧力、 $s$  は標準偏差である。岡林<sup>(9)</sup>によると、 $p_{SGS}$  と SGS 乱流エネルギーには相関があり、

$$p_{SGS} = C\rho k_{SGS} \quad (6)$$

で表される。本計算では、定数  $C$  は乱流混合層に生じるキャビテーションについて最適化された値である  $5^{(6)}$  を用いる。

また、 $p_{SGS}$  はガウス分布の特性から、平均値である  $\bar{p}$  から正負両方向に無限大の広がりを持つが、理論的に確率変数は平均値からのずれが  $\pm 3s$  以内に 99.7% の確率で含まれるため  $\bar{p} - 3s \leq p \leq \bar{p} + 3s$  に全ての確率変数が含まれると考える。これより  $s = (C/6)\rho k_{SGS}$  となるが、上述したように  $C = 5$  とするため、最終的に

$$s = \frac{5}{6} \rho k_{SGS} \quad (7)$$

となる。

### 2.4 計算条件

計算対象は Clark-Y11.7% 翼周りのキャビテーション乱流である。迎角(AoA)は信頼性の高い実験結果<sup>(12)</sup>が得られている 20 度を採用する。レイノルズ数  $Re = 6.41 \times 10^5$  およびマッハ数  $M = 7.60 \times 10^{-3}$  は実験<sup>(12)</sup>に合わせている。キャビテーション数  $\sigma$  は 1.0, 6.0 である。この値はそれぞれ、Fig. 1 の条件に合わせたものと、単相の条件である。計算領域および境界条件を Fig. 2 に示す。

### 2.5 数値計算法

非定常流れの数値計算法は、コロケート格子を用いた非圧縮流れに対する Fractional step 法をベースとし、Grid-scale (GS) のフィルターを施した液相の Navier-Stokes 運動方程式の対流項と粘性項には 2 次精度 Adams-Bashforth 法を用いる。部分段階速度の対流項は QUICK 法を、粘性項には 2 次精度中心差分法を用いて離散化される。また、反復計算には SOR 法を用いる。圧力方程式に用いる次ステップの SGS 運動エネルギーは 1 方程式モデルのエネルギー輸送方程式<sup>(14)</sup>より求める。この際の時間進行法には Adams-Bashforth 法を用い、空間差分は対流項をドナーセル法、それ以外の項を 2 次精度中心差分法で離散化する。

### 3. 計算結果

Fig. 3, 4 は  $\sigma = 6.0$  の渦構造とキャビティを示す。PDF モデルの実装に関わらず、キャビティは翼前縁付近のわずかに生じるだけである。これは Fig. 5 の圧力のコンター図が示すように、蒸気圧 ( $p_v = -3.0$ ) がセルの平均圧力  $\bar{p}$  よりもかなり低いところにあり、PDF モデルの有無が影響を及ぼさないからである。

Fig. 6 はキャビテーション数  $\sigma = 1.0$  における、液相体積率  $f_L$  のコンター図を示す。この条件は、剥離せん断層と微細渦に生じるキャビテーション流れとなる Fig. 1 の条件とほぼ同じであり、Fig. 1 の赤丸のような SGS キャビティの発生が予想される。Fig. 6(a) と (b) を比較すると、PDF モデルを実装したケースでは、Fig. 1 の赤丸に該当する箇所  $f_L$  が低くなっている。また、Fig. 7 において、剥離せん断層と壁面の間の領域に生じている  $k_{SGS}$  から見積もられた  $p_{SGS}$  により、飽和蒸気圧を下回る負圧が生じ、キャビティ発生が増加した。

また Fig. 8, 9 において、PDF モデルの有無に関わらず、翼前縁ではバロクリニックトルクの作用により生じる横渦<sup>(9)</sup>が発生している。また、翼壁面付近では渦が少なく、キャビティの境界付近で縦渦が発生している。PDF モデルを実装した後のほうが全体的に渦

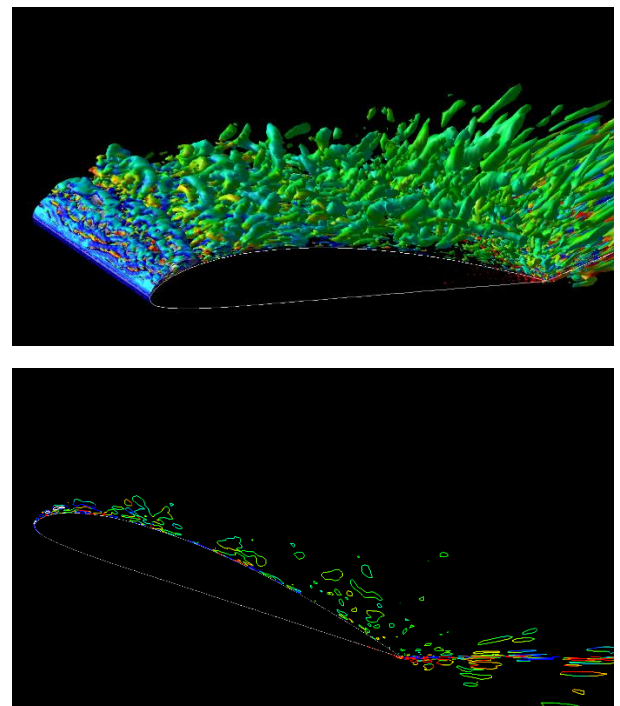


Fig. 3 Overview and side view ( $z = 0.2C$ ) of instantaneous cavity and vortical structures at  $AoA=20^\circ$ ,  $\sigma = 6.0$ , with PDF model (color: isosurface of  $Q = 200$  colored by  $\omega_z$ , opaque white: isosurface of  $f_L = 0.9$ ).

の発生量が少なくなっているが、これはキャビティが発生すると渦が弱まるからである<sup>9)</sup>。

#### 4. 結言

迎角 20 度における Clark-Y11.7%周りのキャビテーション乱流の LES に対して、SGS 乱流渦による影響を考慮するための PDF モデルを実装した。Fig.5 より単相条件に近いキャビテーション数では、飽和蒸気圧がセル平均圧力よりかなり低く、PDF モデルの有無はキャビティ発生量に影響を及ぼさなかった。一方、キャビテーション数を下げると、PDF モデルを導入した流れ場では、乖離せん断層に生じたキャビティと翼面の間で SGS の微細渦における圧力の極小領域に由来すると思われるキャビティが見られた。

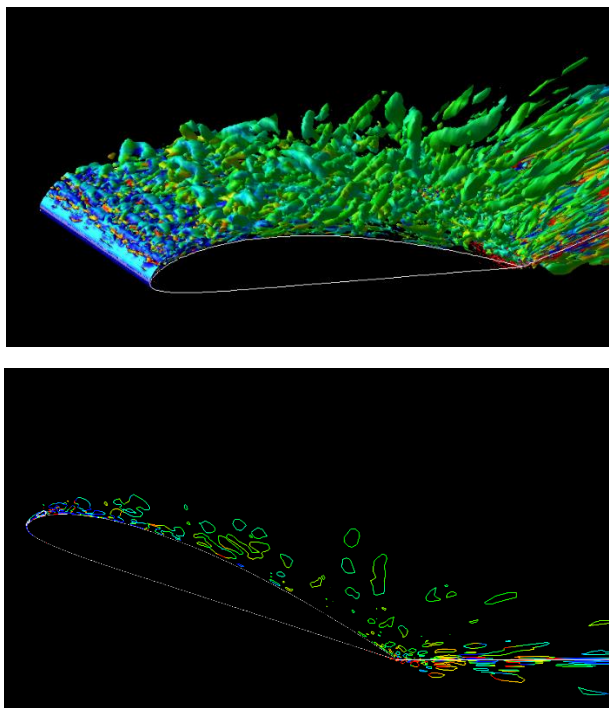
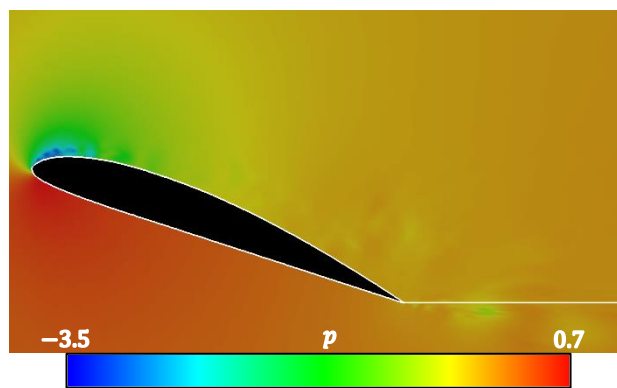
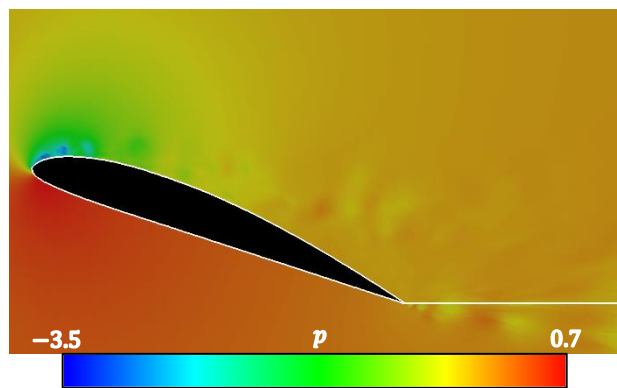


Fig. 4 Overview and side view ( $z = 0.2C$ ) of instantaneous cavity and vortical structures at  $AoA=20^\circ$ ,  $\sigma = 6.0$ , no PDF model (color: isosurface of  $Q = 200$  colored by  $\omega_z$ , opaque white: isosurface of  $f_L = 0.9$ ).

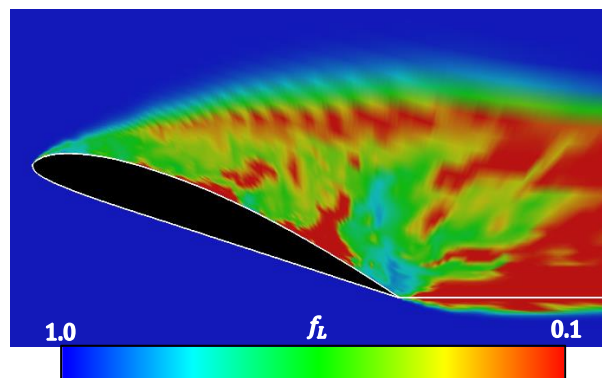


(a) PDF model

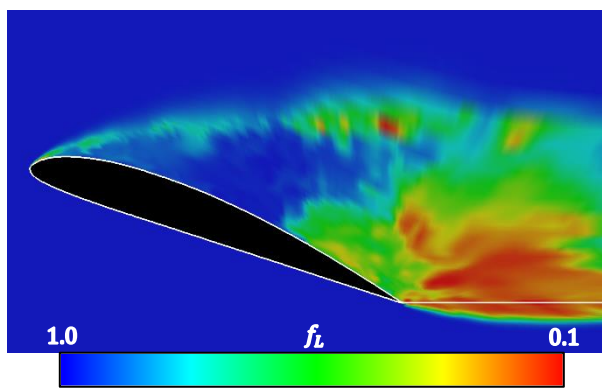


(b) No PDF model

Fig. 5 Side view ( $z = 0.2C$ ) of instantaneous pressure at  $AoA=20^\circ$ ,  $\sigma = 6.0$ .



(a) PDF model



(b) No PDF model

Fig. 6 Side view ( $z = 0.2C$ ) of instantaneous cavity at  $AoA=20^\circ$ ,  $\sigma = 1.0$  (color: contour of  $f_L$ ).

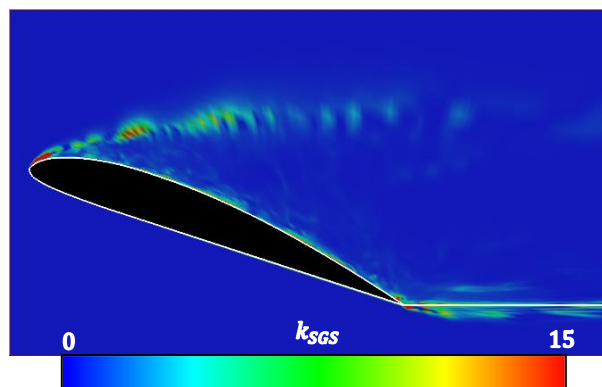


Fig. 7 Side view ( $z = 0.2C$ ) of instantaneous SGS turbulent energy at  $AoA=20^\circ$ ,  $\sigma = 1.0$ , with PDF model.

謝辞

本研究はJSPS 科研費 JP19K14888 の助成を受けています。

参考文献

- (1) Kato, C., Proc. ASME-JSME-KSME Joint Fluids Eng. Conf. 2011, No. AJK2011-06084, pp. 1-9 (2011).
- (2) 加藤千幸, CFD によるターボ機械のキャビテーション予測手法の高度化プロジェクト 最終報告書 (2011).
- (3) 加藤洋治, 新版キャビテーション, 森北出版 (2016).
- (4) Iyer, C. O. and Ceccio, S. L., Physics & Fluids Vol. 14, No. 10, pp. 3414-3431 (2001).
- (5) 岡林希依ほか, 日本機械学会論文集, Vol. 85, No. 876, pp. 1-17 (2019).
- (6) 岡林希依, 大阪大学博士論文 (2011).
- (7) 稲垣ほか, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 66, No. 649, pp. 2274-2281 (2000).
- (8) Okamoto, M. and Shima, N., Japan Society of Mech. Eng. Int. J. Ser. B. Vol. 42, pp. 154-161 (1999).
- (9) Nicoud, F. and Ducros, F., Flow, Turbulence and Combustion, Vol. 62, pp. 183-200 (1999).
- (10) 沖田浩平, 梶島岳夫, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 68, No. 667, pp. 183-200 (1999).
- (11) Hinze, F. R., Turbulence, 2nd Edition, McGraw Hill (1975) 309.
- (12) Singhal, A. K., Vaidya, N. and Athavale, M. M., Multi-Dimensional Simulation of Cavitating Flows Using a PDF Model for Phase Change, Proc. ASME FEDSM'97 (1997) No.3272.
- (13) 岡本, 島, 一方程式型 Subgrid モデルに関する研究, 生産研究, 49-1 (1997) 3-10.

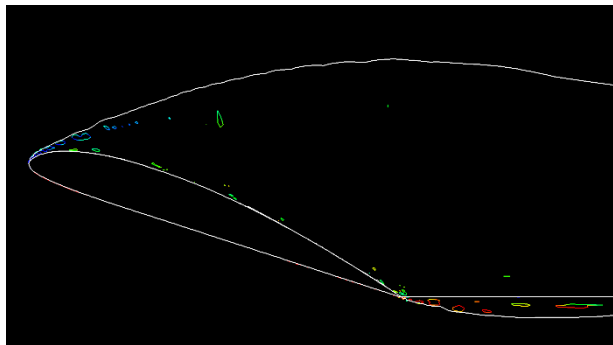
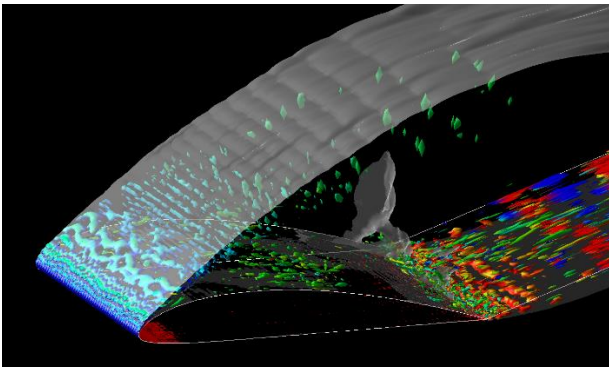


Fig. 8 Overview and side view ( $z = 0.2C$ ) of instantaneous cavity and vortical structures at  $AoA=20^\circ$ ,  $\sigma = 1.0$ , with PDF model (color: isosurface of  $Q = 200$  colored by  $\omega_z$ , opaque white: isosurface of  $f_L = 0.9$ ).

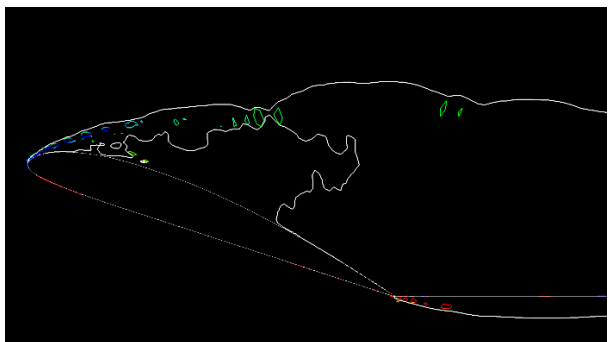
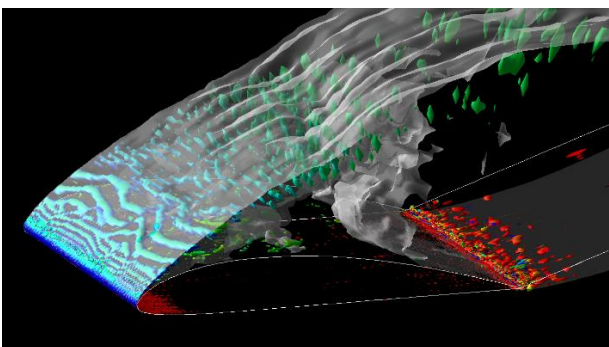


Fig. 9 Overview and side view ( $z = 0.2C$ ) of instantaneous cavity and vortical structures at  $AoA=20^\circ$ ,  $\sigma = 1.0$ , No PDF model (color: isosurface of  $Q = 200$  colored by  $\omega_z$ , opaque white: isosurface of  $f_L = 0.9$ ).