

2種類のサイズの粒子を含む円管内流れのシミュレーション

Simulation of pipe flows laden with particles of two sizes

- 徳山 真裕, 京工織大院, 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail:m8623019@edu.kit.ac.jp
 田中 満, 京工織大, 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail:mtanaka@kit.ac.jp
 田尻 恭平, 京工織大, 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail:tajiri@kit.ac.jp
 西田 秀利, 京工織大, 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail:nishida@kit.ac.jp

Masahiro Tokuyama, Graduate School of Mechanical Engineering, Kyoto Institute of Technology,
Matsugasaki Kaijiri-cho, Sakyo-ku, Kyoto, Japan

Mituru Tanaka, Department of Mechanical Engineering, Kyoto Institute of Technology,
Matsugasaki Kaijiri-cho, Sakyo-ku, Kyoto, Japan

Kyohei Tajiri, Department of Mechanical Engineering, Kyoto Institute of Technology,
Matsugasaki Kaijiri-cho, Sakyo-ku, Kyoto, Japan

Hidetosi Nisida, Department of Mechanical Engineering, Kyoto Institute of Technology,
Matsugasaki Kaijiri-cho, Sakyo-ku, Kyoto, Japan

In this paper, we have simulated the flow in a three-dimensional circular pipe containing finite size particles by using immersed boundary method and investigated the behavior of the particles layer for different Shields number. Numerical results show that the particles on the particle layer move more actively at a higher Shields number. And, it is also found that particles moved faster when smaller particles are added into the flow.

1. はじめに

パイプを用いて固体粒子を輸送する場面は、石炭スラリーの輸送、製薬の工程など多くの工業プロセスにおいて見られる。そのような固体粒子輸送において、粒子の壁面への粒子の堆積による流路の閉塞および固体粒子の壁面への衝突によるエロージョンが主な問題となる。また、多くの場合、壁面に粒子が堆積することで粒子層が形成される。この粒子層と壁面間で発生する摩擦損失も輸送効率を大きく左右する。そこで、流れ中の粒子層の挙動を把握し、固体粒子輸送を正確に予測することは非常に重要である。

固体粒子層やその層上を運動する粒子挙動は壁面せん断力と粒子の見かけの重量によって定義される、シールド数 θ によって支配されることが知られている⁽¹⁾。球形粒子を含むせん断流れに関する多くの研究が行われ、Ouriemi et al.⁽²⁾は、粒子レイノルズ数が層流域において、 $\theta^{(c)} = 0.12 \pm 0.03$ 以下では粒子層のエロージョンが観察されないことを示した。また、Charru et al.⁽³⁾は粒子層上の個々の粒子運動が変化するシールド数 $\theta \approx 0.04$ を実験的に求めた。また、これら実験結果を補うために多くの数値シミュレーションが行われてきた。しかし、これまで行われてきた研究では1種類の粒子サイズを含む流れに着目したものがほとんどである。実際の工業プロセスにおいては、複数の粒子サイズを含むことが考えられる。また、パイプ流れに関しては粒子層に着目した数値シミュレーションはない。そこで、本研究では、シールド数 θ の違いによる粒子挙動の変化の観察および、パイプ流れに2種類のサイズの粒子を含む流れのシミュレーションを行うことで固体粒子輸送の理解を深めることを目的とする。

本研究では、有限サイズ粒子を表現する手法として、Uhlmannの埋め込み境界法 (Immersed boundary method:IBM)⁽⁴⁾を採用した。この手法は、粒子の境界をLagrangian force pointsと呼ばれるマーカー点で表現するものであり、比較的単純な手法である。したがって、一般に多数の粒子を含むことが多い固体粒子流れへのシミュレーションに適している。円管内壁面の表現には、境界適合格子を用いるなど複数あるが、本研究では本研究室で考案されたデカルト座標系で解く IBMの一種で

あるシームレス仮想境界法⁽⁵⁾を採用した。シームレス仮想境界法では、従来のIBMに比べて、仮想境界に最も近い流体側の格子点のみではなく、仮想境界内部にも外力項を付加することで仮想境界近傍での圧力振動を抑制し、物体表面での物理量を正確に得られる。また、粒子間衝突および粒子壁衝突にはCosta et al.⁽⁶⁾の衝突モデルを採用した。

2. 基礎方程式

流れの基礎方程式は連続の式

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

及び非圧縮性流体のNavier-Stokes(NS)方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho_f} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} + \mathbf{G} \quad (2)$$

である。ここで、 \mathbf{u} は速度、 t は時間、 ρ_f は流体の密度、 p は圧力、 ν は動粘性係数、 \mathbf{f} は粒子と流体の間の相互作用力を表現する体積力、 \mathbf{G} はシームレス仮想境界法による外力項である。

粒子の運動は並進の運動方程式

$$m_p \frac{d\mathbf{u}_c}{dt} = -\rho_f \int_{\Omega} \mathbf{f} dV + \rho_f \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \mathbf{u} dV \right) + \mathbf{F}_{col} \quad (3)$$

及び回転の運動方程式

$$\frac{d(\mathbf{I}_p \boldsymbol{\omega}_c)}{dt} = -\rho_f \int_{\Omega} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_c) \times \mathbf{f} dV + \rho_f \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_c) \times \mathbf{u} dV \right) + \mathbf{T}_{col} \quad (4)$$

で表される。ここで、 m_p は粒子の質量、 \mathbf{u}_c は粒子の重心速度、 Ω は粒子の内部領域、 \mathbf{I}_p は粒子の慣性テンソル、 $\boldsymbol{\omega}_c$ は粒子の角速度、 \mathbf{x}_c は粒子の重心位置を表している。また、 \mathbf{F}_{col} 、 \mathbf{T}_{col} は粒子間の衝突による力及びトルクである。

3. 計算手法

3.1 数値計算法

NS 方程式の解法にはスタガード格子を用いた SMAC 法を用いる。時間積分には 3 次精度のルンゲクッタ法を用いて行い、第一次予測速度を

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^{k-1} + \Delta t (\alpha_k r h s^{k-1} + \beta_k r h s^{k-2} - \zeta_k \frac{\nabla p^{k-1}}{\rho_f}) \quad (5)$$

のように求める。ここで

$$r h s = -\nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (6)$$

であり、 k はルンゲクッタによる段数を表す。またここで、 $\alpha_1 = 32/60, \alpha_2 = 25/60, \alpha_3 = 45/60, \beta_1 = 0, \beta_2 = -17/60, \beta_3 = -25/60, \zeta_k = \alpha_k + \beta_k$ をそれぞれ表す。

続いて、第一次予測速度から後述のシームレス仮想境界法を用いて第二次予測速度を求める。

$$\mathbf{u}^{**} = \mathbf{u}^* + \zeta_k \Delta t \mathbf{G} \quad (7)$$

その後、第二次予測速度をもとに流体と粒子の相互作用力を求め、第三次予測速度を求める。

$$\mathbf{u}^{***} = \mathbf{u}^{**} + \zeta_k \Delta t \mathbf{f} \quad (8)$$

この第三次予測速度を用いて圧力ポアソン方程式

$$\nabla^2 \phi = \frac{\rho_f}{\zeta_k \Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^{***} \quad (9)$$

を解くことで補正圧力を求め、次段階の速度と圧力を

$$\mathbf{u}^k = \mathbf{u}^{***} - \frac{\zeta_k \Delta t}{\rho_f} \nabla \phi \quad (10)$$

$$p^k = p^{k-1} + \phi \quad (11)$$

のように求める。

3.2 シームレス仮想境界法⁽⁵⁾

ここでは、仮想境界法 (Immersed boundary method) の一種であるシームレス仮想境界法⁽⁵⁾について述べる。シームレス仮想境界法⁽⁵⁾は、式 (2) で示すように非圧縮ナビエーストークス方程式に外力項 \mathbf{G} を付加する形で適用する。外力項は、仮想境界上において速度条件を満たすように、その格子において NS 方程式に付加するべき外力項の値を計算する。Fig. 1 に示すようなとき、 u に対して境界に最も近い格子における速度 u_I を、隣接する格子の速度 \bar{u}_{I+1} と境界上での速度 u_{vb} から線形的に求める。 x 軸方向以外の流速 v, w に対しても同様である。第二次予測速度 u^{**} が $u_I = \bar{U}$ を満たすように外力項 \mathbf{G} は式 (7) より、

$$\mathbf{G} = \frac{\bar{U} - u^*}{\zeta_k \Delta t} \quad (12)$$

となり、これを式 (7) の外力項として付加することで境界上での速度条件が満足される。

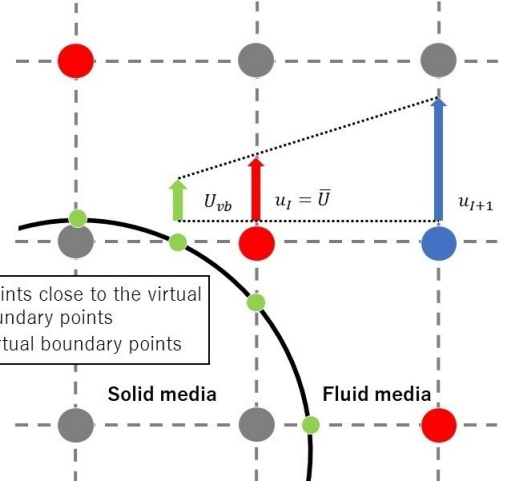


Fig. 1: Direct forcing approach.

一般的な仮想境界法では、Fig. 2(a) のように仮想境界点に隣接する流体側の格子点のみに外力項が付加され、物体内部の点は計算を行わない。この場合、仮想境界近傍において非物理的な圧力振動が生じてしまう。一方シームレス仮想境界法では、Fig. 2(b) のように、仮想境界点に隣接する流体側および仮想境界内部 (物体内部) のすべての格子点に条件を満たすような外力項を付加する。これにより仮想境界近傍による非物理的な圧力振動を抑えることができる。仮想境界に隣接する流体側では仮想境界上の条件を満たすように、仮想境界内部においてはその格子点における条件を満たすように評価される。したがって、仮想境界内部においては、 \bar{U} はその格子点における物体の移動速度が適用されるため、流体側で施したような線形補間による \bar{U} の導出は不要となる。

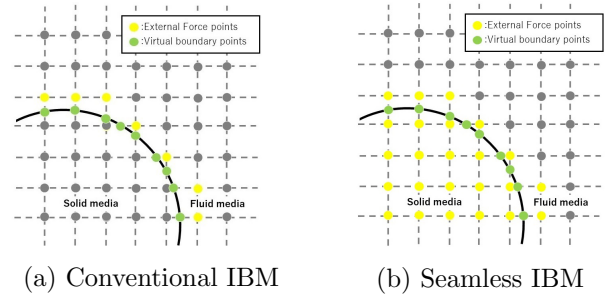


Fig. 2: Forcing points.

3.3 埋め込み境界法⁽⁴⁾

粒子を表現するために Uhlmann の埋め込み境界法⁽⁴⁾を用いた。本手法は粒子内部も外部と同様の流体で満たされているとし、粒子と流体の境界近傍に適切な体積力を付加することによって、境界における滑りなし条件を満足させる手法である。Fig. 3 に示すように、境界上にマーカー点を配置し、そのマーカー点における体積力をデカルト格子点上で定義された値を用いて補間により求め、近傍の格子点に体積力を補間する。

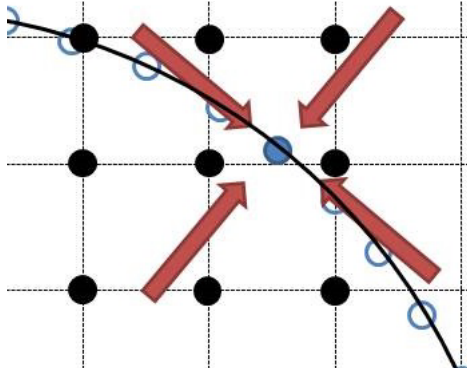


Fig. 3: Schematic of an immersed boundary.

具体的には、まずマーカー一点上の予測速度 \mathbf{U}^{**} を式 (7) で求めた格子点での第二次予測速度から補間により求める。また、マーカー一点上の想定速度は以下の式で表される。

$$\mathbf{U}^d(\mathbf{X}) = \mathbf{u}_c + \boldsymbol{\omega}_c \times (\mathbf{X} - \mathbf{x}_c) \quad (13)$$

ここで、 \mathbf{X} はマーカー一点上の位置ベクトルであり、 \mathbf{u}_c は粒子の速度である。次にマーカー一点の予測速度と想定速度よりマーカー一点上での体積力を

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{U}^d - \mathbf{U}^{**}}{\zeta_k \Delta t} \quad (14)$$

のように求める。最後にマーカー一点上での体積力を格子点での体積力に分配する。

3.3.1 マーカー一点の配置 球の境界を表すマーカー一点の配置には Saff and Kuijilaars⁽⁷⁾ によって提案された式を用いる。三次元極座標 $(\theta_k, \phi_k, d_p/2)$ は、

$$\theta_k = \arccos(c_k), c_k = -1 + \frac{2(k-1)}{(N_L-1)} \quad 1 \leq k \leq N_L \quad (15)$$

$$\phi_1 = \phi_{N_L} = 0, \phi_k = \left(\phi_{k-1} + \frac{3.6}{\sqrt{N_L}} \frac{1}{\sqrt{1-c_k^2}} \right) \quad 1 < k < N_L \quad (16)$$

となる。

3.4 粒子の衝突

この節では、粒子間および粒子と壁の間の潤滑力補正方法、衝突に関する力やトルクを求める手順について述べる。

3.4.1 潤滑力補正 流体中において粒子同士 (粒子-壁) が近づくとき、粒子は潤滑力を経験する⁽⁶⁾。粒子と粒子 (壁) の間の隙間において流体が解かれるならば、潤滑力は埋め込み境界法によって得られる。しかし、格子幅よりも小さい隙間幅では潤滑力は小さく見積もられる。この不正確さを修正するために以下の潤滑モデル (Fig. 4) を用いる。

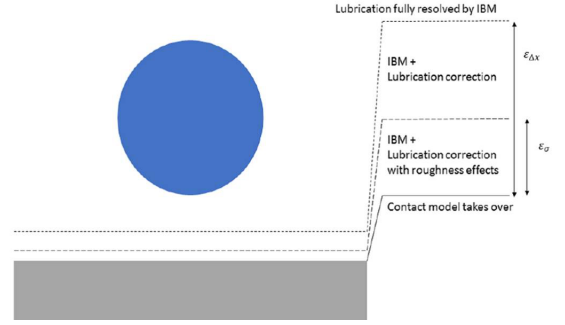


Fig. 4: The lubrication model.

$$\frac{\Delta F_{lub}}{-6\pi\mu R_p u_{ij,n}} = \begin{cases} \lambda(\epsilon) - \lambda(\epsilon_{\Delta x}) & \epsilon_a \leq \epsilon < \epsilon_{\Delta x} \\ \lambda(\epsilon_\sigma) - \lambda(\epsilon_{\Delta x}) & 0 \leq \epsilon < \epsilon_{\Delta x} \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (17)$$

これを粒子の運動方程式に追加することによって潤滑力を補正する。ここで、 μ は粘性係数、 ϵ は粒子半径で規格化された隙間幅である。また、 $\epsilon_{\Delta x}$ は補正モデルが実行される際の隙間幅、 ϵ_σ は表面粗さを考慮しており、潤滑力を有限の値に制限するために与える隙間幅である。 $u_{ij,n}$ は接線方向の粒子同士 (粒子-壁) の相対速度である。 λ は Jeffrey⁽⁸⁾ によって定義されたストークス増幅率であり、粒子同士の場合、

$$\lambda_{pp}(\epsilon) = \frac{1}{2\epsilon} - \frac{9}{20} \ln \epsilon - \frac{3}{56} \ln \epsilon \quad (18)$$

粒子-壁の場合、

$$\lambda_{pw}(\epsilon) = \frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{5} \ln \epsilon - \frac{1}{21} \ln \epsilon \quad (19)$$

のように表される。本研究では、 $\epsilon_\sigma = 0.001$ 、 $\epsilon_{pp\Delta x} = 0.025$ 、 $\epsilon_{pw\Delta x} = 0.075$ を採用した。

3.4.2 衝突に関する力およびトルク 粒子間 (粒子-壁) の隙間幅が 0 になるとき潤滑力補正を止め、衝突モデルを実行する。本研究では、衝突力を計算するために Costa et al.⁽⁶⁾ による soft-sphere モデルを用いた。このモデル (Fig. 5) は法線方向および接線方向の線形バネダッシュポット系を用いて衝突力計算を行い、粒子の速度の急な変化に流体を順応させるために衝突時間を引き延ばす。

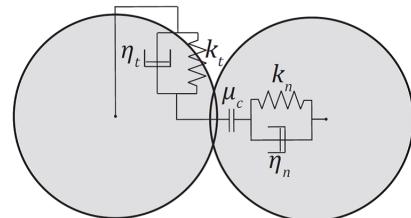


Fig. 5: Linear spring-dashpot model.

この衝突モデルでは、粒子 j に衝突するときの粒子 i に働く法線方向の力は、粒子同士の重なった距離 $\delta_{ij,n}$ および粒子同士の法線方向の相対速度 $u_{ij,n}$ を用いて、

$$\mathbf{F}_{ij,n} = -k_n \delta_{ij,n} - \eta_n u_{ij,n} \quad (20)$$

で求められる。ここで、

$$k_n = \frac{m_e(\pi^2 + \ln^2 e_{n,d})}{(N\Delta t)^2}, \eta_n = -\frac{2m_e \ln e_{n,d}}{N\Delta t} \quad (21)$$

はそれぞれ法線方向のばね定数、法線方向のダッシュポッド係数であり、 $e_{n,d}$ は法線方向の反発係数である。また、 m_e は換算質量

$$m_e = (m_i^{-1} + m_j^{-1})^{-1} \quad (22)$$

であり、 m_i, m_j は回転球の質量である。 N は衝突時間を引き延ばす時間段階を表している。

接線方向の衝突力は次式で計算する。

$$\mathbf{F}_{ij,t} = \min(-k_t \delta_{ij,t} - \eta_t u_{ij,t}, -\mu_c \mathbf{F}_{ij,n}) \quad (23)$$

ここで μ_c は摩擦係数であり、

$$k_t = \frac{m_{e,t}(\pi^2 + \ln^2 e_{t,d})}{(N\Delta t)^2}, \eta_t = -\frac{2m_{e,t} \ln e_{t,d}}{N\Delta t} \quad (24)$$

はそれぞれ接線方向のばね定数、接線方向のダッシュポッド係数であり、 $e_{t,d}$ は接線方向の反発係数である。また、

$$m_{e,t} = (1 + 1/K^2)^{-1} m_e \quad (25)$$

である。ここで、 K は規格化された球の回転半径である。均質な球の場合、 $K^2 = 2/5$ である。壁との衝突の際は、無限半径を持つ球との衝突とみなして粒子同士の衝突と同様の方法で衝突の計算を行う。この場合、換算質量は $m_e = m_i$ となる。本研究では、衝突の引き伸ばし時間段階 $N = 8$ を採用した。回転球 j に衝突するときの回転球 i の中心に働く力及びトルクは球 i に働く衝突力を用いて

$$\mathbf{F}_{ij}^c = \mathbf{F}_{ij,n} + \mathbf{F}_{ij,t} \quad (26)$$

$$\mathbf{T}_{ij}^c = R_p(\mathbf{n}_{ij} \times \mathbf{F}_{ij,t}) \quad (27)$$

のように求め、回転球 i に働く合計の力およびトルクは

$$\mathbf{F}_i^c = \sum_j \mathbf{F}_{ij}^c \quad (28)$$

$$\mathbf{T}_i^c = \sum_j \mathbf{T}_{ij}^c \quad (29)$$

のように回転球 i に衝突する回転球全てによる寄与の合計で求められる。ここで R_p は球の半径、 \mathbf{n}_{ij} は法線方向の単位ベクトルである。

3.5 粒子の運動方程式

この節では、粒子の運動方程式の積分項の計算方法、運動方程式の時間積分方法を説明する。

3.5.1 積分項の計算 式 (3)、式 (4) の積分項の計算方法について説明する。それぞれの式の右辺第一項の積分項は

$$\int_{\Omega} \mathbf{f} dV = \sum_l \mathbf{F}_l \Delta V_l \quad (30)$$

$$\int_{\Omega} (x - x_c) \times \mathbf{f} dV = \sum_l (\mathbf{X} - x_c) \times \mathbf{F}_l \Delta V_l \quad (31)$$

のように計算し、右辺第二項の積分項は

$$\int_{\Omega} \mathbf{u} dV = \sum_{ijk} \mathbf{u}_{ijk} \Delta V_{cell} \alpha \quad (32)$$

$$\int_{\Omega} (x - x_c) \times \mathbf{u} dV = \sum_{ijk} (\mathbf{x}_{ijk} - x_c) \times \mathbf{u}_{ijk} \Delta V_{cell} \alpha \quad (33)$$

のように計算する。ここで、添え字 i, j, k は格子点を、 l はマーカー一点上での点を表す。また、 ΔV_l はマーカー一点に対する体積を表し、 $V_{cell} = (\Delta x^3)$ は計算格子の体積を表し、 α は計算格子内に占める粒子の体積の割合を表す体積分率である。

3.5.2 時間積分法 粒子の運動方程式の時間積分は、NS 方程式と同等の三次精度ルンゲクッタ法と二次精度クランクニコルソン法(粒子衝突による衝突力、トルク)を組み合わせて行う。粒子の衝突力や潤滑力を精度よく計算するために NS 解法の時間刻み Δt に対して $r_{\Delta t} = \Delta t / \Delta t_p$ だけ細かくし、サブステップを設けて計算を行う。その計算方法を以下に示す。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_c^q &= \mathbf{u}_c^{q-1} + (\text{particle} - \text{fluid coupling terms}) \\ &+ \frac{\Delta t_p^q}{2} \frac{\mathbf{F}_c^q + \mathbf{F}_c^{q-1}}{\rho_p V_p} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\mathbf{x}_c^q = \mathbf{x}_c^{q-1} + \frac{\Delta t_p^q}{2} (\mathbf{u}_c^q + \mathbf{u}_c^{q-1}) \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \omega_c^q &= \omega_c^{q-1} + (\text{particle} - \text{fluid coupling terms}) \\ &+ \frac{\Delta t_p^q}{2} \frac{\mathbf{T}_c^q + \mathbf{T}_c^{q-1}}{\rho_p I_p} \end{aligned} \quad (36)$$

ここで、 $\Delta t_p^q = \zeta_k \Delta t_p$ であり、 q はサブステップの段階を表す。潤滑力に関しても衝突力(式 (30)、式 (32) の第三項)と同様に計算を行う。本研究では、 $r_{\Delta t} = 50$ とした。

4. 1 種類のサイズを含む円管内流れ

シームレス仮想境界法を用いて作成された円管内ポアズイコ流れに複数の粒子を配置し、シールズ数 θ を変化させたときの粒子挙動の変化を調べた。パイプ内に占める粒子数は体積割合で $\Phi = 15\%$ に設定した。

4.1 計算領域

計算領域を Fig. 6 に示す。ここで、 D は円管直径を表し、円管の長さを L 、 P は y, z 軸方向における計算領域の長さである。

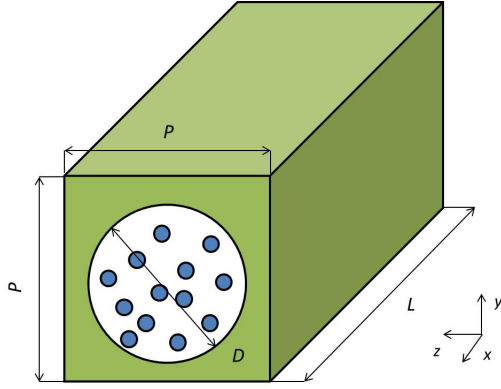


Fig. 6: Computational domain.

4.2 計算条件

初期条件は、発達した円管内ポアズイコ流れに突然粒子が現れる衝撃出発とした。境界条件については、主流方向 (Fig.6 の x 軸方向) に速度、圧力ともに周期境界条件を与える。本計算では、流量差から見積もられる平均圧力勾配を領域内の全格子点に外力として付加することで流量を保つようにしている。シームレス仮想境界法によって作成した円管の壁は速度に対してすべりなし条件 ($u = v = w = 0$) を満足するように設定を行う。また、粒子挙動を左右する重要なパラメータであるシールズ数 θ は次式で定義される。

$$\theta = \frac{\tau_w}{(\rho_p - \rho_f)gD_p} \quad (37)$$

ここで、 τ_w は壁面せん断力、 g は重力加速度、 D_p は粒子直径を表している。今回シールズ数 θ を $\theta = 0.02$ (case1), $\theta = 0.04$ (case2) の二種類に設定して計算を行った。

計算領域は、 $P \times P \times L = 1.2D \times 1.2D \times 4D$ 、格子点数は $N_x \times N_y \times N_z = 96 \times 96 \times 320$ とし、粒子直径 D_p と円管直径 D の比 $D/D_p = 5$ で計算を行った。その他の計算条件の詳細は以下の Table 1 に示す。

粒子衝突に関しては以下の条件 (Table 2) で行った。

Tab. 1: Computational conditions.

Bulk velocity U_b [m/s]	0.1839(0.3678)
Bulk Reynolds number Re_b	919.68(1839.37)
Fluid kinematic viscosity ν [m ² /s]	1.0×10^{-6}
Pipe diameter D [m]	5.0×10^{-3}
Grid spacing Δx [m]	5.0×10^{-5}
Particle diameter D_p [m]	$20 \Delta x$
Number of Lagrangian force points N_L	1183
Time increment Δt [s]	8.154×10^{-5}
Density ratio ρ_r	2.5
Gravity g [m/s ²]	9.81

Tab. 2: Computational parameters for collision.

Coefficient of friction μ_c	0.11
Normal coefficient of restitution $e_{n,d}$	0.97
Tangential coefficient of restitution $e_{t,d}$	0.34

4.3 計算結果

異なるシールズ数 θ における、粒子挙動を比較するために、粒子速度および粒子平均速度、円管内での粒子分布を示す。円管内の粒子速度および円管の粒子分布は十分に流れが発展したと考えられる時刻から、バルクの平均流速 U_b および円管直径 D で規格された時間 $t^* = tU_b/D$ で 200 の時間平均と x 軸方向の空間平均により算出した。

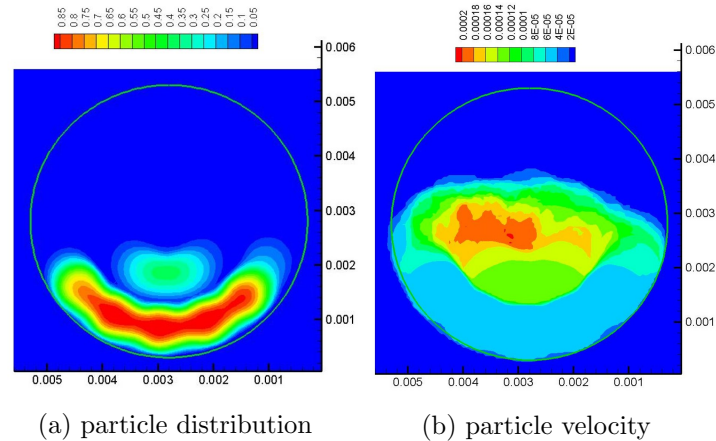


Fig. 7: Particle distribution(a) and particle velocity(b) in case1 ($\theta = 0.02$).

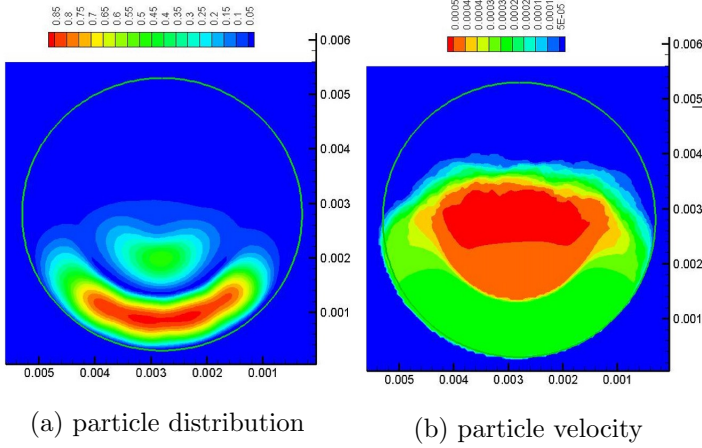


Fig. 8: Particle distribution(a) and particle velocity(b) in case2($\theta = 0.04$).

シールズ数 $\theta = 0.02$ の場合と $\theta = 0.04$ の場合を比較する。どちらも壁面に粒子層を形成していることが観察できる。しかし、 $\theta = 0.04$ の場合の方がせん断流れの影響が $\theta = 0.02$ に比べ、大きいので粒子層上で粒子は衝突を繰り返す、円管中心軸方向に移動するためより速く粒子が移動していることが分かる (Fig. 9).

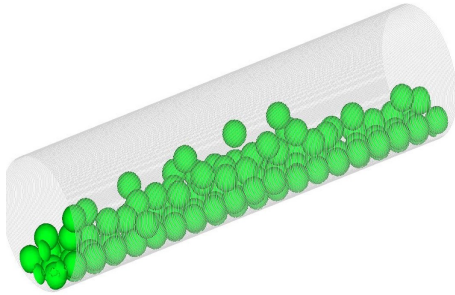


Fig. 9: Snapshot of particles in case2($\theta = 0.04$) at $t^* = 300$.

5. 2種類のサイズの粒子を含む円管内流れ

続いて、円管内流れ中に粒子径が大きい粒子、小さい粒子の二種類を含む場合のシミュレーションを行った。大きい粒子、小さい粒子はそれぞれ円管体積に対して $\Phi = 15\%$ 、 $\Phi = 4\%$ 配置した (case3).

5.1 計算領域

case1 及び case2 と同じ領域で行った。

5.2 計算条件

今回、シールズ数は大きい粒子基準で $\theta = 0.02$ 、小さい粒子基準で $\theta = 0.04$ になるように設定した。大きい粒子径は1種類のサイズを含むシミュレーション時と同じ大きさをであり、小さい粒子の直径は大きい粒子の半分に設定した。その他の計算条件については、以下の Table 3に示す。また、衝突のパラメーターは同じものを用いた。

Tab. 3: Computational conditions.

Bulk velocity U_b [m/s]	0.1839
Bulk Reynolds number Re_b	919.68
Fluid kinematic viscosity ν [m ² /s]	1.0×10^{-6}
Pipe diameter D [m]	5.0×10^{-3}
Grid spacing Δx [m]	5.0×10^{-5}
Particle diameter D_p [m]	$20 \Delta x$ ($10 \Delta x$)
Number of Lagrangian force points N_L	1183(409)
Time increment Δt [s]	8.154×10^{-5}
Density ratio ρ_r	2.5
Gravity g [m/s ²]	9.81

5.3 計算結果

以下に、円管内の粒子分布および粒子速度、粒子の平均移動速度を示す。円管内の粒子速度および円管の粒子分布は十分に流れが発展したと考えられる時刻から、バルクの平均流速 U_b および円管直径 D で規格された時間 $t^* = tU_b/D$ で 200 の時間平均と x 軸方向の空間平均により算出した。また、case1 の場合と大きい粒子の主流方向の平均移動速度を比較する。

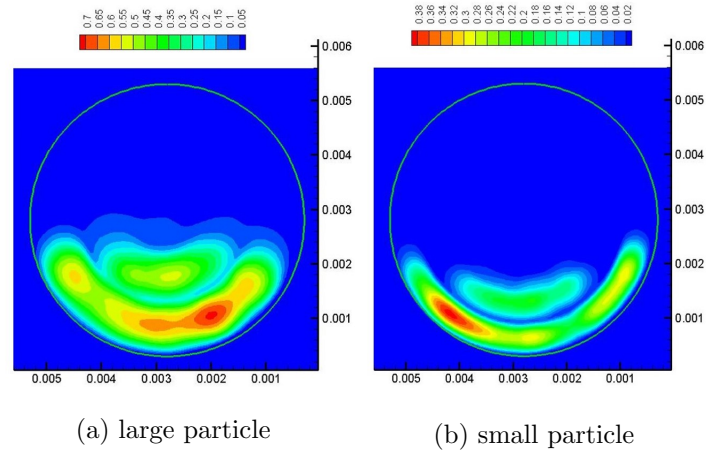
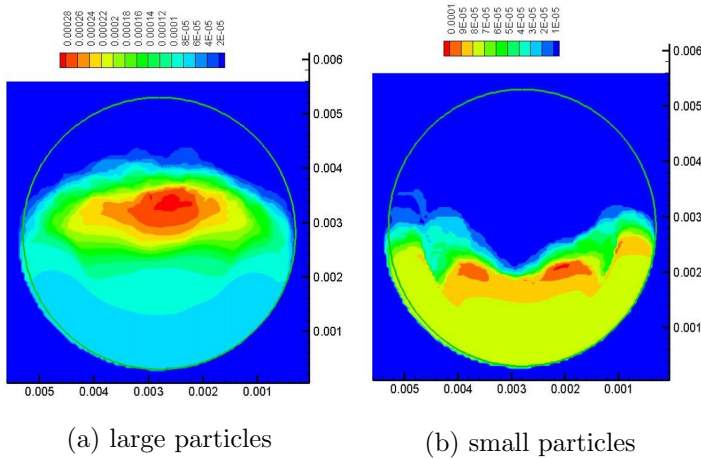


Fig. 10: Particle distribution (a) large particle (b) small particle.



(a) large particles

(b) small particles

Fig. 11: particles velocity (a) large particles (b) small particles.

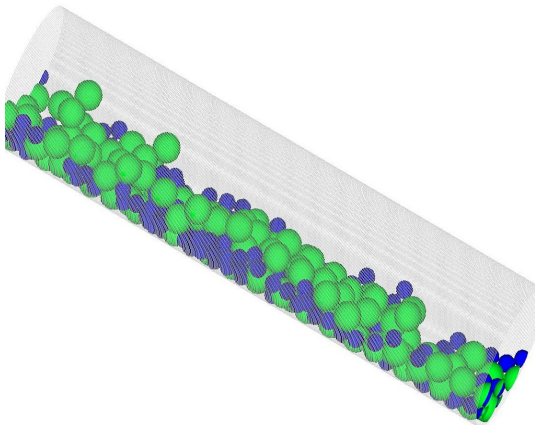


Fig. 12: Snapshot of particles in case3 at $t^* = 300$.

Fig. 10 から、大きな粒子と小さな粒子が混ざり合っ
て粒子層を形成していることが観察できる。Fig. 12 から
も小さな粒子が大きな粒子の隙間に入り込んでいること
が分かる。そのために、case1 と比べ、粒子層上の大きな
粒子がより円管中心に近い場所へ分布し、粒子が主流方向
により速く移動していることが観察できる (Fig. 11)。また、
壁面粒子層は小さな粒子が混じることによって粒子層全体の
移動速度も大きくなっていることが分かる (Fig. 7)(Fig.
11)。

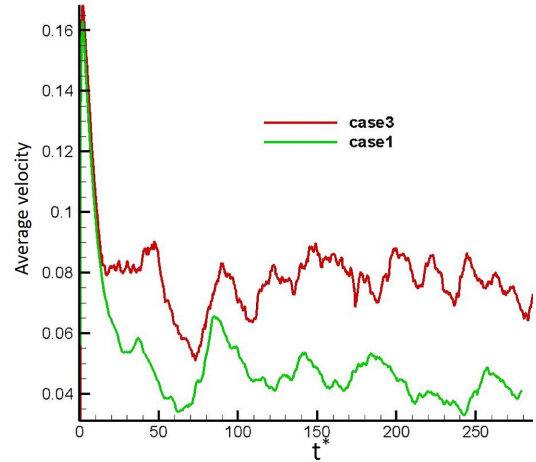


Fig. 13: average particles velocity in x direction .

また、粒子層全体での移動速度の上昇、粒子層上での
粒子移動速度の上昇に伴い、case1 と比べて大きな粒子の
平均移動速度は大きくなっていることが分かった。(Fig.
13)

6. 結言

複数の球形粒子を含む円管内流れを壁面にシームレス
仮想境界法、粒子を表現する IBM に Uhlmann の埋め込
み境界法を、衝突モデルに Costa et al. のモデルを用いて
シミュレーションを行った。その結果、シールズ数 θ の違
いによって壁面粒子層の運動に違いが見られた。また、大
きい粒子に小さな粒子を混ぜることによって、大きな粒子
がより速く円管内を移動することが観察された。

参考文献

- (1) Shields, A., 1936. Anwendung der Ähnlichkeitsmechanik und der Turbulenzforschung auf die Geschiebebewegung. Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau. Technischen Hochschule Berlin.
- (2) Ouriemi, M., Aussillous, P., Medale, M., Peysson, Y., Guazzelli, E., 2007. Determination of the critical Shields number for particle erosion in laminar flow. Phys. Fluids 19, 061706.
- (3) Charru, F., Moulleron, H., Eiff, O., 2004. Erosion and deposition of particles on a bed sheared by a viscous flow. J. Fluid Mech. 519, 55-80.
- (4) M. Uhlmann, An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows, Journal of Computational Physics, 209, (2005), 448-476.
- (5) H. Nishida and K. Sasao, Incompressible Flow Simulations Using Virtual Boundary Method with New Direct Forcing Terms Estimation, Proceedings of International Conference on Computational Fluid Dynamics 2006, (2006), 185-186.
- (6) P. Costa, B. J. Boersma, J. Westerweel and W. P. Breugem, Collision model for fully resolved simulations of flows laden with finite-size particles, Physical Review E, 92, 053012, (2015), 1-14.
- (7) E. B. Saff, A. B. Kuililaars, Distributing many points on a sphere, The Mathematical Intelligencer, 19, (1997), 5-11.

- (8) D. J. Jeffrey, Low-Reynolds-number flow between converging spheres, *Mathematical*, 29-1, (1982), 58-66.