第 33 回数値流体力学シンポジウム
講演番号 D11-2

チャネル流における密度非一様粒子の運動

Motion of particles with non-uniform mass distribution in channel flow

○ 小竹風貴，京工大院，〒606-8585 京都府京都市左京区松ケ崎御所海道町, E-mail: m8623008@edu.kit.ac.jp
田中満，京工大院，〒606-8585 京都府京都市左京区松ケ崎御所海道町, E-mail: mtanaka@kit.ac.jp
西田秀利，京工大院，〒606-8585 京都府京都市左京区松ケ崎御所海道町, E-mail: nishida@edu.kit.ac.jp
田尻恭平，京工大院，〒606-8585 京都府京都市左京区松ケ崎御所海道町, E-mail: tajiri@kit.ac.jp
Fuki Odake, Dept.of Mech.Eng.,Kyoto Inst.Tech., Matugasaki,Kyoto,606-8585,JAPAN
Mitsuru Tanaka, Dept.of Mech.Eng.,Kyoto Inst.Tech., Matugasaki,Kyoto,606-8585,JAPAN
Hidetoshi Nishida, Dept.of Mech.Eng.,Kyoto Inst.Tech., Matugasaki,Kyoto,606-8585,JAPAN
Kyohei Tajiri, Dept.of Mech.Eng.,Kyoto Inst.Tech., Matugasaki,Kyoto,606-8585,JAPAN

Particle-laden flows are frequently seen in many natural phenomenon and industrial plants such as debris flows, sediment transportations, mixing tanks and fluidized reactors. Most of them contain particles not only with a uniform density distribution but also with non-uniform one. In this paper, we here investigated how the behavior of uniform and non-uniform particles changes in the channel flow by using immersed boundary method. As a result, it was found that the equilibrium position is shifted toward the wall for non-uniform density particles. It is also found that the effect of gravity further shifts the particle toward the wall.

1. 緒言

固体粒子を含む流れは，多くの自然現象や工業装置において見られる．例えば，製紙，バイオマス燃焼，海洋でのプランクトンの運動などである．近年では，様々な数値計算が行われており，密度一様粒子を含んだ流れの計算手法の１つとして，Uhlmann の埋め込み境界法[1] が挙げられる．この手法では有限サイズの粒子を表現することが可能である．Uhlmann の埋め込み境界法は，密度一様粒子には多くの適用例が有るが，密度非一様粒子に対しては十分な検証がされていない．しかし，一般的な粒子を含む流れは，密度一様粒子だけでなく，密度非一様粒子も含まれている．

そこで本研究では，密度一様粒子と密度非一様粒子との運動の違いを解析するため，Uhlmann の埋め込み境界法を用いた数値シミュレーションを行い，密度一様粒子と密度非一様粒子の振る舞いについて調査及び考察する．

2. 基礎方程式

2. 1 流体の方程式

以下に流れの基礎方程式である連続の式および Navier-Stokes 方程式(NS 式)を示す．

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial p}{\partial x_i}+\nu\frac{\partial u_i}{\partial x_j \partial x_j}+f_i \tag{2}$$

ここで，$i=1,2,3$ は各方向を表し，u_i は流体の速度の各成分，t は時間，ρ_f は流体の密度，p は圧力，ν は動粘性係数，f_i は相間相互作用を表す外力の各成分である．

2. 2 運動方程式

粒子の運動は，剛体の運動量と角運動量に対するニュートンの運動方程式に従い，相互作用力を用いると以下の式で表される．

$$m_p\frac{d\boldsymbol{u}_c}{dt}=\rho_p V_p\frac{d\boldsymbol{u}_c}{dt}$$
$$=-\rho_f\int_\Omega \boldsymbol{f}\,dV+\rho_f\frac{d}{dt}\left(\int_\Omega \boldsymbol{u}\,dV\right)+(\rho_p-\rho_f)V_p\boldsymbol{g} \tag{3}$$

$$\frac{d(\boldsymbol{I}_c\cdot\boldsymbol{\omega}_c)}{dt}$$
$$=-\rho_f\int_\Omega(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_c)\times\boldsymbol{f}dV+\rho_f\frac{d}{dt}\left(\int_\Omega(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_c)\times\boldsymbol{u}dV\right)$$
$$+\boldsymbol{\xi}\times m_p\boldsymbol{a}_c-\boldsymbol{\xi}\times m_p\boldsymbol{g} \tag{4}$$

ここで，m_p ,ρ_p ,V_p ,I_p はそれぞれ粒子の質量，密度，体積，慣性テンソルである．I_c，a_c，u_c ,ω_c ,x_c はそれぞれ粒子の慣性テンソル，加速度，重心の速度，角速度，位置を表している．x_g を粒子の重心の位置としたとき，$\xi=x_c-x_g$ とする．

3. 計算手法

3. 1 Uhlmann の埋め込み境界法

Uhlmann の埋め込み境界法は，Fig. 1 のように物体の内外ともに同種の非圧縮性流体で満たされているとみなし，境界近傍の格子点に適切な体積力を加えることで，滑り無し条件を満足させる方法である．境界上に Lagrangian force points と呼ばれるマーカー点を配置し，デカルト格子上で定義された値と，マーカー点上で定義された値を用いて計算を行う．Fig. 1 において，黒丸がデカルト格子点を表し青丸が Lagrangian force points を表している．また、速度場と圧力場のカップリングには部分段階法を用いる．時間積分には，対流項，粘性項に 2 次精度である Adams-Bashforth 法を用いて計算を行う．

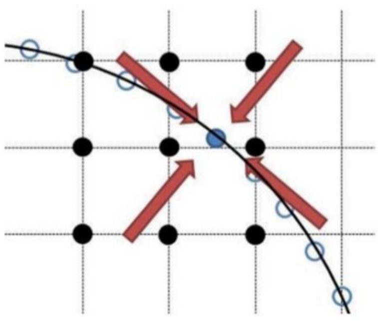

Fig. 1 Schematic of the immersed boundary.

3.2 マーカー点の配置

粒子の境界上のマーカー点の配置には，Saff and Kuijilaars[2]によって提案された球に対する式を用いる．マーカー点の球座標はマーカー点の個数をN_L とすると以下のように定義される．

$$\theta_k = \arccos(h_k), h_k = -1 + \frac{2(k-1)}{N_L - 1} \quad (1 \le k \le N_L) \tag{5}$$

$$\psi_1 = \psi_{N_L} = 0, \psi_k = \psi_{k-1} + \frac{3.6}{\sqrt{N_L}}\frac{1}{\sqrt{1-h_k^2}} \quad (2 \le k \le N_{L-1}) \tag{6}$$

球の半径をr_p とするとマーカー点の個数N_L は

$$N_L = 4\pi\frac{\left(r_p + \frac{\Delta x}{2}\right)^3 - \left(r_p - \frac{\Delta x}{2}\right)^3}{3\Delta x^3} \tag{7}$$

から求められる．

3.3 粒子の重心位置の変更

Fig. 2 に示すように密度 0，体積 V のピンポン玉の内部に密度 8 体積 *V*/8 の固体を充填し，重心が球の中心から離れるように固体を分布させる．r は，粒子の半径を表している．

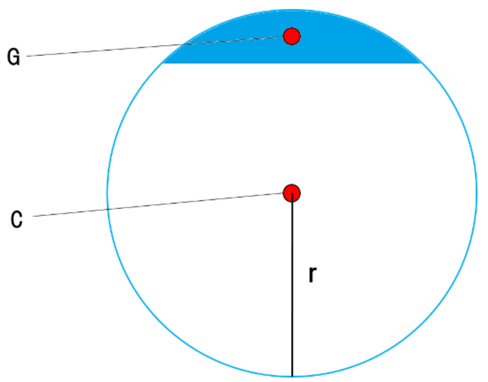

Fig. 2 A spherical particle with a non-uniform density distribution.

4. 密度非一様粒子を含んだチャネル流

4.1 計算条件

本研究で扱う流れを Fig. 3 に示す．H は，チャネル幅である．O は，座標の原点である．*z* 方向は，上下に H/2 の幅としている．

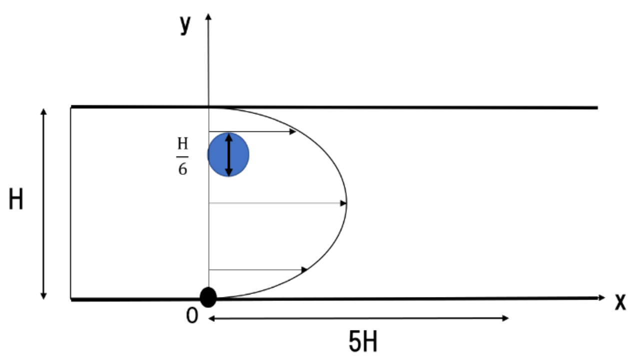

Fig. 3 Non-uniform mass distribution in channel flow.

Tab. 1 Computational condition

Domain size $L_x \times L_y \times L_z$	$30 \times 6 \times 6$
Grid points	$480 \times 96 \times 96$
Particle diameter d_p	1.0
Density ratio $\frac{\rho_p}{\rho_f}$	1.0
Number of marker points N_L	806
Kinematic viscosity ν	1.0×10^{-3}
Re	200
Ga	0 , 50

また，計算条件を Tab. 1 に示す．*Ga*（ガリレオ）数は，以下に示す式で定義した．

$$Ga = \sqrt{\left(\frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f}\right)\frac{d_p^3|g|}{\nu^2}} \tag{8}$$

x 方向に 50，*y* 方向に 50 としてそれぞれ計算した．*Re* は，チャネル幅と流体の平均流速より算出した値である．d_p は，粒子径であり，1.0 とした．

4.2 初期条件

Fig.2 に示す粒子の中心が，$(x, y, z) = (0, 4.5, 0)$ となるように粒子を入れた．

4.3 境界条件

x 方向には周期境界条件，*y* 方向には滑りなし条件を用いた．

5. 計算結果

密度一様粒子の中心の軌跡を Fig. 4 に示す．赤色が *Ga*=0 を表しており，青色が *x* 方向への *Ga*=50 の場合，黒色が *y* 方向への *Ga*=50 の場合を表している．J.-P. Matas, J. F. Morris, and É. Guazzelli[3]の研究によると，y/H が 0.72 へと値が収束するはずであり，今回の計算では，相対誤差が 1% の結果が得られた．また，密度非一様粒子の中心の軌跡を Fig. 5 に示す．Fig.4 と同様に，赤色が *Ga*=0 を表しており，青色が *x* 方向への *Ga*=50 の場合，黒色が *y* 方向への *Ga*=50 の場合を表している．

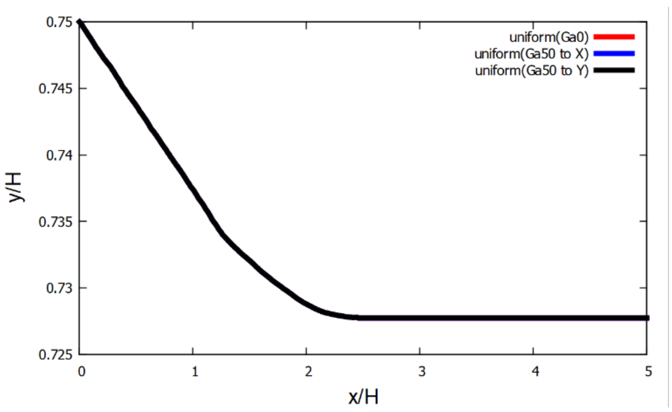

Fig.4 Trajectory of the center of a uniform density particle

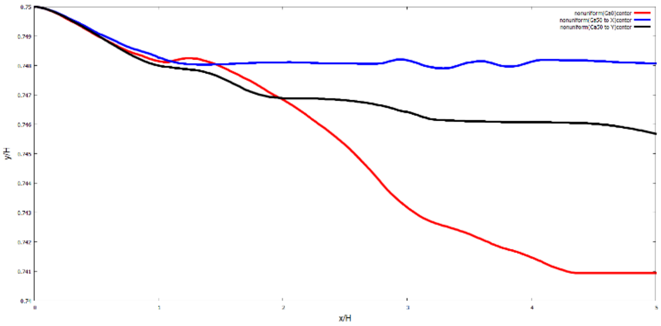

Fig. 5　Trajectory of the center of a non-uniform density particle

Fig. 5 では，x/H が赤色は 0.741 に近く，青色は 0.748 に近く，黒色は 0.746 に近い値となっている．密度非一様粒子の方が，密度一様粒子よりも壁側に近付き，x 方向，y 方向（壁方向）に重力を作用させた場合には，更に壁側に近付くということが分かる．

6. 参考文献

(1) Markus Uhlmann, An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows, Journal of Computational Physics 209, (2005), 451-455
(2) E.B.saff, A.B. Kuijlaars, Distributing many points on a sphere, The mathematical intelligencer, 19-1, (1997), 5-11
(3) ,J.-P. Matas∗, J. F. Morris∗∗, and É. Guazzelli∗ INERTIAL MIGRATION OF SPHERICAL PARTICLES IN POISEUILLE FLOW (2004)