

気泡の水平移動に対する乱流の影響

Effect of turbulence on lateral migration of bubbles

- 徳田 敦士, 京工織大院, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail : m8623018@edu.kit.ac.jp
 田中 満, 京工織大, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail : mtanaka@kit.ac.jp
 田尻 恭平, 京工織大, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail : tajiri@kit.ac.jp
 西田 秀利, 京工織大, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail : nisida@kit.ac.jp

Atsushi TOKUDA, Dept.of Mechanophysics,Kyoto Inst., Matsugasaki,kyoto,606-8585,JAPAN
 Mitsuru TANAKA, Dept.of Mechanophysics,Kyoto Inst., Matsugasaki,kyoto,606-8585,JAPAN
 Kyohei Tajiri Dept.of Mechanophysics,Kyoto Inst., Matsugasaki,kyoto,606-8585,JAPAN
 Hidetoshi Nishida Dept.of Mechanophysics,Kyoto Inst., Matsugasaki,kyoto,606-8585,JAPAN

Direct numerical simulations are performed on the motion of deformable bubbles in homogeneous turbulence subject to a vertical flow that is uniformly sheared in a horizontal direction in order to understand the effect of turbulence on the transverse migration of rising deformable bubbles. A diffuse-interface method is adopted for interface capturing to overcome the grid discontinuity associated with the boundary conditions in the sheared direction. We employ a conservative level set method, in which the re-initialization of interfaces is required at each time step. Numerical results show that the transverse migration of bubbles is significantly reduced in turbulence. It is also found that the development of homogeneous shear turbulence is strongly affected by the bubbles even at a relatively low void fraction.

1. 緒言

気泡乱流は、化学プラント内での気泡流や気泡注入による乱流抗力低減など、多くの工学や環境用途において重要であるため、注目を集めている。気泡乱流に関する特徴的な現象として、垂直チャンネル乱流における気泡の不均一な分布がある。これらの流れでは、乱流構造が気泡分布により変化する。そのため、不均一な気泡分布を理解することは、気泡乱流のダイナミクスを予測するために重要である。多くの実験やシミュレーションによって、垂直チャンネル乱流中の気泡分布のパターンが示されている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。Liu⁽²⁾は垂直チャンネルの気泡乱流の実験で、気泡径が 5 - 6mm 未満の気泡はチャンネル近くに集まり、気泡径が 5 - 6mm より大きい気泡はチャンネル中心に集まることを示した。Liu と Tryggvason⁽³⁾は直接数値シミュレーションにより、ほぼ球形の気泡はチャンネルの近くに集中し、変形の大きい気泡は、チャンネル中央に集中することを示した。水平方向に均一にせん断された垂直平均流の影響を受ける均一な乱流は、気泡の横方向の移動が観察される最も単純なシステムの一つである。

Tanaka⁽⁴⁾は一様せん断乱流 (HST) 中に非常に小さなクリーンバブルを投入したシミュレーションを行い、水平方向に関して、平均気泡の移動方向が乱流中と層流中で逆転することを示した。また、この方向の逆転は、汚染物質により表面が固体化した小さな球形気泡においても発見された⁽⁵⁾。しかし、変形の大きい気泡の水平方向移動に対する乱流の影響はまだ調査されていない。そこで、本研究では、一様せん断乱流中に変形の小さな気泡と大きな気泡を投入し、水平方向の移動に対する乱流の影響を直接数値シミュレーションによって調査する。

2. 基礎方程式

この章では、本研究で用いる解析対象、基礎方程式、保存型レベルセット法 (CLS 法)、CLS 関数の再初期化、気泡に働く揚力の計算、計算手法の説明を行う。

2.1 解析対象

解析対象は、Fig. 1 に示すように平均流が

$$\bar{\mathbf{u}} = (Sx_2, 0, 0) \quad (1)$$

で表される気泡を含む一様せん断の非圧縮性流れとし、重力を $-x_1$ 方向に与える。ここで、 S はせん断率である。

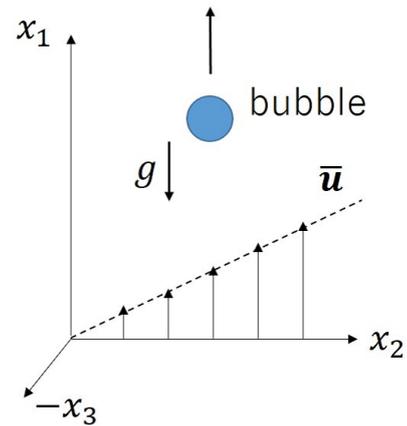


Fig. 1: Uniform shear flow.

2.2 基礎方程式

基礎方程式は連続の式と非圧縮性 Navier-Stokes 方程式 (NS 方程式) である。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} (\nabla \cdot [\mu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)]) + \frac{1}{\rho} \mathbf{SF} + (1 - \frac{\bar{\rho}}{\rho}) \mathbf{g} \quad (3)$$

ここで \mathbf{u} は主流を含む速度、 p は平均圧力勾配を除いた圧力、 \mathbf{SF} は界面張力項、 \mathbf{g} は重力加速度であり、オーバーラインは全空間平均を表している。密度、粘性係数は後述する保存型レベルセット関数 ψ を用いて以下のように求める。

$$\rho = \psi \rho_1 + (1 - \psi) \rho_2 \quad (4)$$

$$\mu = \psi \mu_1 + (1 - \psi) \mu_2 \quad (5)$$

1,2 はそれぞれ分散相, 連続相を表す. 速度場 \mathbf{u} を

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}' \quad (6)$$

のように平均流 $\bar{\mathbf{u}}$ と変動成分 \mathbf{u}' に分解するとき, 変動成分に関する NS 方程式は以下のように表される.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + Sx_2 \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial x_1} + \nabla \cdot (\mathbf{u}'\mathbf{u}') = & -(Su'_2, 0, 0) - \frac{1}{\rho} \nabla p \\ & + \frac{1}{\rho} (\nabla \cdot [\mu (\nabla \mathbf{u}' + (\nabla \mathbf{u}')^T)]) + \frac{1}{\rho} \mathbf{SF} + (1 - \frac{\bar{\rho}}{\rho}) \mathbf{g} \end{aligned} \quad (7)$$

2.3 保存型レベルセット法 (CLS 法)

保存型レベルセット法は, レベルセット法の体積保存性を改善するために Olsson と Kreiss⁽⁶⁾ によって提案された. 保存型レベルセット法のレベルセット関数は以下に示す通りである.

$$\psi(\phi) = \frac{1}{2} \left(\tanh\left(\frac{\phi}{2\epsilon}\right) + 1 \right) \quad (8)$$

この関数を

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\psi) = 0 \quad (9)$$

にしたがって移流させる. ここで, ϵ は界面幅である.

2.4 CLS 関数の再初期化

CLS 関数の再初期化に用いられる一般的な式として, Olsson と Kreiss⁽⁶⁾ によって提案された式がある.

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \nabla \cdot [\epsilon (\nabla \psi \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} - \psi(1 - \psi) \mathbf{n}] \quad (10)$$

ここで \mathbf{n} は界面法線ベクトルである. また, Chiodi と Desjardings⁽⁷⁾ によって以下の式が提案された.

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \nabla \cdot \left[\frac{1}{4 \cosh^2 \frac{\phi_{map}}{2\epsilon}} (\nabla \phi_{map} \cdot \mathbf{n} - 1) \mathbf{n} \right] \quad (11)$$

ここで ϕ_{map} は

$$\phi_{map} = \epsilon \ln \left(\frac{\psi}{1 - \psi} \right) \quad (12)$$

である. 本研究では, 再初期化方程式の安定性を向上させるために, 式 (10), 式 (11) の二つを線形結合させた

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \nabla \cdot \left[(1 - \beta) \epsilon \nabla \psi + \frac{1}{4 \cosh^2 \frac{\phi_{map}}{2\epsilon}} (\beta \nabla \phi_{map} \cdot \mathbf{n} - 1) \mathbf{n} \right] \quad (13)$$

を再初期化方程式として用いる.

2.5 気泡に働く揚力の計算

気泡に働く揚力の計算方法として Bothe ら⁽⁸⁾ と同じ式を用いた. 気泡の運動方程式は以下の式で求められる.

$$\begin{aligned} (\rho_1 + \rho_2) \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = & -\frac{3C_D \rho_2}{4d} |\mathbf{v}_r| \mathbf{v}_r - C_L \rho_2 \mathbf{v}_r \times \text{rot} \mathbf{v}_l \\ & + (\rho_1 - \rho_2) \mathbf{g} \end{aligned} \quad (14)$$

式 (14) は左から, 慣性力項, 抗力項, 揚力項, 重力項である. 気泡が終端速度に達したと仮定すると以下の式が得られる.

$$\frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \frac{d\mathbf{v}_r}{dt} + (\mathbf{v}_p \cdot \nabla) \mathbf{v}_l = (\mathbf{v}_p \cdot \nabla) \mathbf{v}_l \quad (15)$$

さらに, 式 (15), $\text{rot} \mathbf{v}_l = (0, 0, -S)$, $\rho_1 \ll \rho_2$ を用いて式 (14) を整理する以下ようになる.

$$C_L = \frac{g u_2}{S (u_1^2 + u_2^2)} \quad (16)$$

本研究では, 式 (16) を用いて揚力係数 C_L を求める.

2.6 計算手法

CLS 関数の移流には MP5 法⁽⁹⁾ を用いる. CLS 関数の移流方程式の時間積分には 2 次精度 Adams – Bashforth 法, 再初期化方程式の時間積分には 3 次精度低容量ルンゲクッタ法を用いる. NS 方程式の解法には部分段階法 (Fractional Step Method) を用いる. NS 方程式の対流項には二次精度保存型中心差分法, 拡散項には二次精度中心差分法を用いる. NS 方程式の時間積分には 2 次精度 Adams – Bashforth 法を用いる. 圧力ポアソン方程式の解法には高速フーリエ変換を用いる. 密度比 $\rho_1/\rho_2 \neq 1$ の場合においても高速フーリエ変換を用いて解くことができるように, Dodd と Ferrante⁽¹⁰⁾ が提案した Fast pressure correction method を適用する.

3. 計算結果

複数の気泡を含む一様せん断乱流の解析を行い, 気泡の平均移流速度を評価することで, 気泡の水平移動に対する乱流の影響を調べる. 気泡の変形が小さい場合と大きい場合でそれぞれ解析を行う. また, 気泡の水平移動に対する乱流の影響を調べるために比較として単一気泡を含む層流の場合においても解析を行う.

Fig. 2 に解析対象を, Table 1 に計算条件を示す. 一様せん断流中に気泡を 120 個配置している.

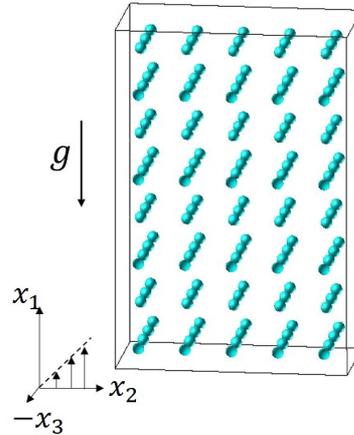


Fig. 2: Spatial configuration.

Fig. 3 は変形の小さい場合 ($Eu = 0.45$) と変形の大きい場合 ($Eu = 4.5$) の気泡の平均せん断方向速度 (x_2 方向の平均気泡速度) に基づく気泡レイノルズ数 $Re_b = u_2 d / \nu$ の時間発展を示している. 比較のために, 層流中の単一の気泡のせん断方向速度に基づく気泡レイノルズ数を 2 つのケースについても示す. $Eu = 0.45$ の変形の小さい場合, 層流中の単一気泡は, 正の揚力の方向 ($-x_2$ 方向) に移動する. 一方, $Eu = 4.5$ の変形の大きい場合, 層流中の単一気泡は, 揺動運動を示し, 平均して負の揚力の方向 (x_2 方向) に移動する. 乱流では, $Eu = 0.45$ の変形の小さい場合において気泡の平均せん断速度を著しく低下させる. また, $Eu = 4.5$ の変形の大きい場合において気泡の平均せん断速度はほぼゼロになる.

これらの結果は, 乱流と気泡の後流渦との相互作用に関連していると考えられる. Fig. 4 に $St = 9$ での一様せ

Tab. 1: Computational condition.

| | |
|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| Domain size | $6\pi \times 4\pi \times 2\pi$ |
| Grid points | $960 \times 640 \times 320$ |
| Bubble diameter (d) | $0.628 (=32\Delta x)$ |
| Void fraction (α) | 1.04×10^{-2} |
| Time increment (Δt) | 2.78×10^{-4} |
| Pseudo-time increment ($\Delta\tau$) | $5.89 \times 10^{-3}, 2.89 \times 10^{-3}$ |
| Shear rate (S) | 0.47 |
| Shear Reynolds number (RE_s) | 80 |
| Eötvös number (EO) | 0.45, 4.5 |
| Morton number (Mo) | $1.54 \times 10^{-10}, 1.54 \times 10^{-7}$ |
| Archimedes number (Ar) | 2.43×10^4 |
| Density ratio (ρ_d/ρ_c) | 0.05 |
| Viscosity ratio (μ_d/μ_c) | 0.05 |
| Interface thickness $\epsilon/\Delta x$ | 0.6 |
| Boundary condition | x_1, x_3 direction: Periodic x_2 direction: Shear-periodic |

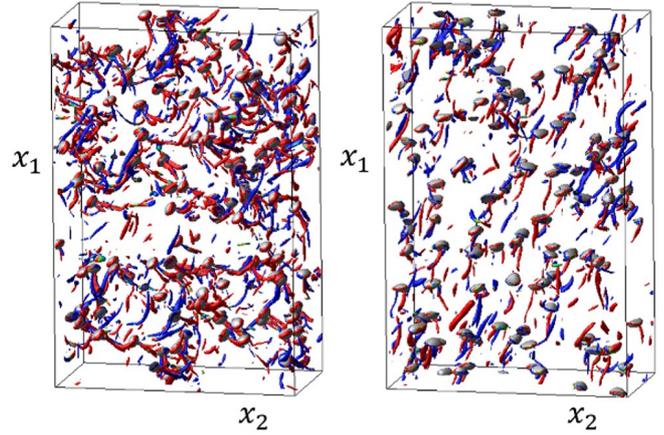


Fig. 4: Bubbles and vortex tubes. $Eo=0.45$ (left), $Eo=4.5$ (right).

ん断乱流 (HST) の渦管を示す。また、赤と青は渦の方向を示す。気泡のせん断方向移動を促進する気泡の後流渦は、HST によって変調されていることが分かる。

Fig. 5 に揚力係数の時間発展を示す。 $Eo = 0.45$ の変形の小さい場合、揚力は正の値をとり、層流中と乱流中で同程度の値となった。 $Eo = 4.5$ の変形の大きい場合は、揚力は負の値をとり、層流中と比べて、揚力係数が減少した。これより、変形の小さい場合は、乱流の影響を受けにくく、変形の大きい場合は乱流の影響を受けやすいと考えられる。

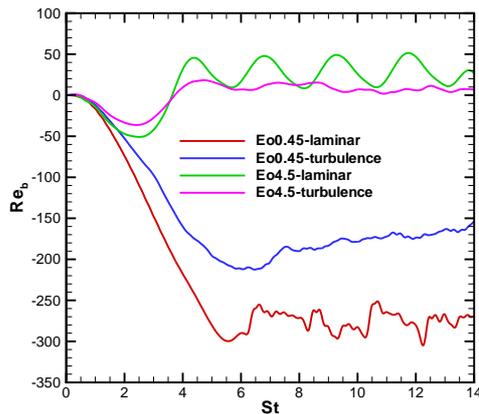


Fig. 3: Time evolution of bubble Reynolds number.

参考文献

- (1) A. Serizawa, I. Kataoka, I. Michiyoshi, Turbulence structure of air-water bubbly flow. II. Local properties, Int. J. Multiph. Flow 2 (1975), 235-246.
- (2) T.J. Liu, Bubble size and entrance length effects on void development in a vertical channel, Int. J.

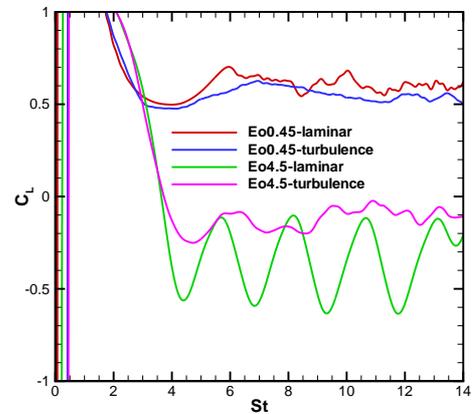


Fig. 5: Time evolution of lift coefficient.

Multiph. Flow 19 (1993), 99-113.

- (3) J. Lu, G. Tryggvason, Effect of bubble deformability in turbulent bubbly upflow in a vertical channel, Phys. Fluids 20,040701 (2008), 1-6.
- (4) M. Tanaka, Inverse transverse migration of small bubbles in turbulence, J. Phys. Soc. Jpn. 82: 044401, (2013), 1-14.
- (5) M. Tanaka, Motion of spherical bubbles in homogeneous shear turbulence, Fluid Dyn. Res., 51, 035505 (2019)
- (6) E. Olsson, G. Kreiss, A conservative level set method for two phase flow, J. Comput. Phys. 210: (2005) 225-246.
- (7) R. Chiodi, O. Desjardins, A reformulation of the conservative level set reinitialization equation for accurate and robust simulation of complex multiphase flows, J. Comput. Phys. 343: (2017),186-200.
- (8) D.Bothe, M.Schmidtke, H.-J. Warnecke, VOF-Simulation of the Lift Force for Single Bubble in a Simple Shear Flow, Chem. Eng. Technol. 29, No. 9, (2006),1048-1053.

- (9) A. Suresh and H. T. Huynh, Accurate Monotonicity-Preserving Schemes with Runge-kutta Time Stepping, *J. Comput. phys.*, 136, (1997), 83-99.
- (10) M. S. Dodd and A. Ferrante, A fast pressure-correction method for incompressible two-fluid flows, *J. Comput. phys.*, 273, (2014), 416-434.