

定在波型熱音響ヒートポンプに関する圧縮性解析 Compressible Flow Simulation of Standing-wave Thermoacoustic Heat Pump

- 大森康瑛, 豊橋技科大, 愛知県豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1, E-mail: omori@ec.me.tut.ac.jp
横山博史, 豊橋技科大, 愛知県豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1, E-mail: h-yokoyama@me.tut.ac.jp
岸野優輔, 豊橋技科大, 愛知県豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1, E-mail: kishino@ec.me.tut.ac.jp
西川原 理仁, 豊橋技科大, 愛知県豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1, E-mail: nishikawara@me.tut.ac.jp
柳田秀記, 豊橋技科大, 愛知県豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1, E-mail: yanada@me.tut.ac.jp
Yasuaki Omori, Toyohashi University of Technology, 1-1 Hibarigaoka, Tempaku, Toyohashi, Aichi
Hiroshi Yokoyama, Toyohashi University of Technology, 1-1 Hibarigaoka, Tempaku, Toyohashi, Aichi
Yusuke Kishino, Toyohashi University of Technology, 1-1 Hibarigaoka, Tempaku, Toyohashi, Aichi
Masahito Nishikawara, Toyohashi University of Technology, 1-1 Hibarigaoka, Tempaku, Toyohashi, Aichi
Hideki Yanada, Toyohashi University of Technology, 1-1 Hibarigaoka, Tempaku, Toyohashi, Aichi

As the first step for the clarification of mechanism of thermoacoustic heat pump driven by aerodynamic noise, direct aeroacoustic simulation is performed for the standing-wave thermoacoustic heat pump. The air in a rectangular resonance duct with the installation of parallel plates as stack is acoustically excited. It is clarified that the appropriate evaluation of heat exchange and viscous loss around the wall is necessary for the accurate prediction of the acoustic work flow in the duct. The predicted results show the steep spatial gradient of the amplitude and phase of the pressure fluctuations around the stack, where the acoustic work flow was also steeply decreased. These results are validated by the comparison with the measured results. Also, the heat pump phenomena are confirmed by the predicted temperature distribution and the behaviors of fluid particles around the stack.

1. 緒言

工場廃熱などの未利用熱エネルギーを利用する技術の一つとして熱音響現象の利用が着目されている。熱音響現象とは熱エネルギーと音響エネルギーが相互変換される現象^{1,2)}であり、特に狭い流路を有する多孔体や平板列（スタック）を設置することでエネルギー変換が生じる。

熱音響デバイスには熱エネルギーを音響エネルギーに変換する熱音響エンジンと音響エネルギーを利用して温度勾配を発生させる熱音響ヒートポンプ（冷凍機）の2種類がある。熱音響デバイスの長所としては、機械的に稼働する部分がないため安価、長寿命、廃熱や太陽光などの自然エネルギーの利用が可能、フロンガスのような環境に有害な冷媒を必要としないことが挙げられる。

熱音響冷凍機に関して、冷却温度の低下に向けた研究³⁾や振動流条件下におけるスタックや熱交換器周囲の流れ場の解明を目的とした研究⁴⁾が進められている。Wheatley ら⁵⁾は熱音響エンジンで発生した音響エネルギーで駆動する熱音響冷凍機を開発した。Slaton ら⁶⁾はキャビティ流れから発生する空力音を用いて熱音響ヒートポンプの駆動に成功している。しかしながら、この際のスタック周囲の流れ場、音場、温度場は明らかにされていない。

本研究では、空力音により駆動される熱音響ヒートポンプ現象の解明の第一段階として、スピーカにより音響加振される共鳴管内部にスタックとして平板列を設置した体系を対象とする。管内の音響エネルギー分布やスタック周囲の熱輸送機構を明らかにすることを目的として、流体音響解析を実施した。解析結果は本研究室で実施している実験の結果と比較する。

2. 計算手法

2. 1. 計算条件

計算対象は図1に示すように上端境界にて音響加振を受ける矩形断面のダクトとする。座標系は座標原点を上部境界の断面中心とし、ダクト長さ方向を x 方向、平板スパン方向を y 方向、平板厚み方向を z 方向とした。

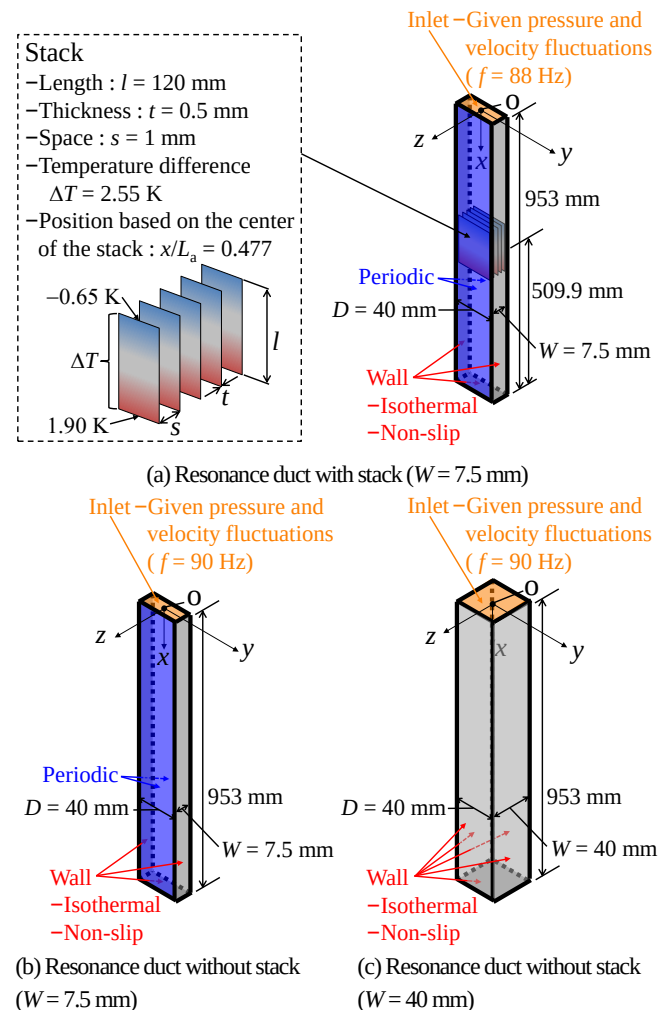


Fig. 1 Computational domain and boundary conditions.

対応する実験での共鳴周波数 (90 Hz (スタックなし), 88 Hz (スタックあり)) を参考に, ダクト長は 953 mm とした. 図 1(a) に示すように, x 方向長さ 120 mm の平板 (厚さ 0.5 mm) を間隔 1 mm にて 5 枚並べた平板列をスタックとする. スタックの設置が内部の音響エネルギー分布に及ぼす影響を明らかにするため, スタックなしの場合についても計算を行う. 実験においては $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$ の正方形断面のダクトを用いており, 計算領域の y 方向長さは $D = 40 \text{ mm}$ とした. 計算領域の z 方向長さについては, スタックなしの場合について, 長さ W を 7.5 mm, 40 mm とした 2 つのケースを比較した.

2. 2. 支配方程式および離散化手法

流れと音の連成現象を再現するために式 (1) に示す 3 次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式およびエネルギー保存式を支配方程式とし, 空間差分には 6 次精度コンパクトスキーム⁸⁾ (境界では 4 次精度), 時間積分には 3 次精度ルンゲクッタ法を用いて数値解析を行った.

$$\mathbf{Q}_t + (\mathbf{E} - \mathbf{E}_v)_x + (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)_y + (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)_z = \mathbf{V} \quad (1)$$

$$\mathbf{V} = - \left(\frac{1}{\Phi} - 1 \right) \chi \begin{pmatrix} \nabla \cdot \rho \mathbf{u} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \Phi = 0.25 \quad (2)$$

$$\chi = \begin{cases} 1 & (\text{object}) \\ 0 & (\text{fluid}) \end{cases} \quad (3)$$

ここで, $\mathbf{Q}$ は保存量ベクトル, $\mathbf{E}$, $\mathbf{F}$ および $\mathbf{G}$ は非粘性流束ベクトル, $\mathbf{E}_v$, $\mathbf{F}_v$ および $\mathbf{G}_v$ は粘性流束ベクトルをそれぞれ表す.

スタックまわりの流れ場を再現するために Volume Penalization (VP) 法⁹⁾を用いており, 式 (1) には VP 項 $\mathbf{V}$ を右辺に加えている. 本手法により, 矩形格子において複雑物体まわりの流れ場を再現することが可能である. 平板列は比較的単純な形状であるが, 今後複雑な形状の多孔体を扱う可能性を考慮し, ここでは VP 法を用いてスタックまわりの流れ場を表現する.

図 2 に物体内外の判別を示すマスク関数 χ の分布を示す. 赤が物体部で青が流体部を示している. 物体内部では, 式 (2) に示すように連続の式に外力項が加わり, さらに流速は 0, 温度は既定の温度が与えられる. ここでは, 実験結果を参考として, スタックに対して, 低温となる上端 (開口端側) と高温となる下端 (閉端側) の温度差を 2.55 K とし, 線形的な温度分布を与えた. VP 法は多孔体周囲の流れを解くことを想定し開発されてきた^{8, 9)}. 式 (2) における Φ は多孔体の気孔率を表す係数であり, 値を小さくすることで通常の孔の無い剛壁に近づく. Tanaka ら¹⁰⁾は本手法において $\Phi = 0.25$, 前述の流速・温度条件とした場合に, 物体表面における音波の反射率は 99% 以上となり, エネルギー損失は無視できるほど小さく抑えられることを確認し, 適切に振動物体周囲の流れからの発生音を予測できることを示している. そのため, 本研究においても同様に $\Phi = 0.25$ とした.

2. 3. 計算格子

図 3 に数値解析に用いた計算格子を示す. ダクト長さ (x) 方向の格子幅はすべての計算格子において 0.5 - 2 mm とし, 音波の波長に対して十分細かい解像度となっている. 壁面近傍の y 方向の

格子解像度は, 振動境界層¹¹⁾を捉えられるように, 振動境界層厚さ $\delta_v = (2\nu/2\pi f)^{1/2} = 0.231 \text{ mm}$ (スタックなし) および 0.234 mm (スタックあり) を約 20 点にて解像している. ここで, ν は動粘性係数, f は振動周波数である.

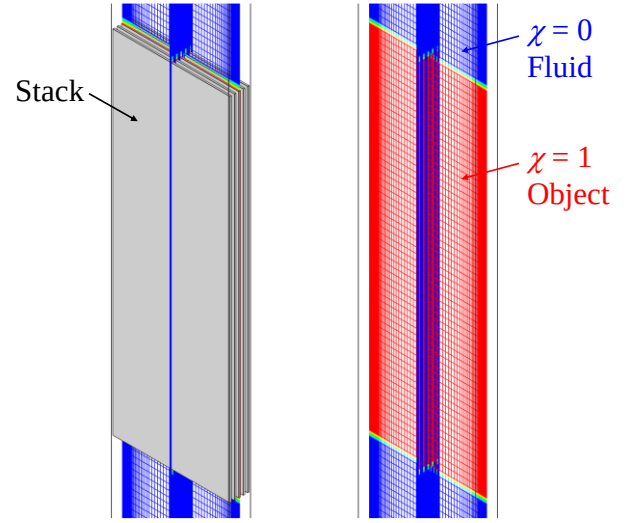
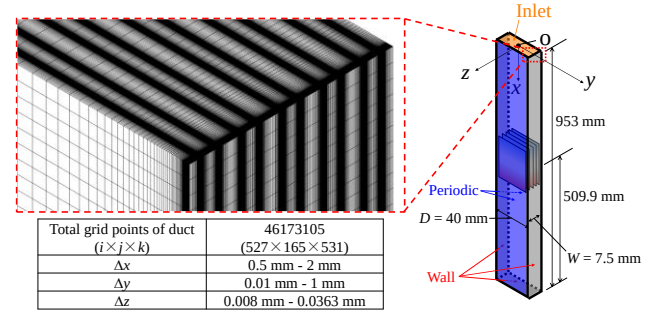
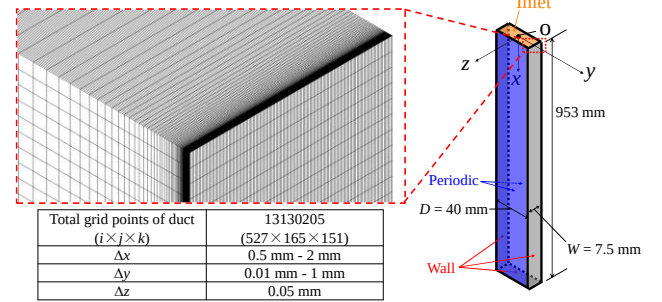


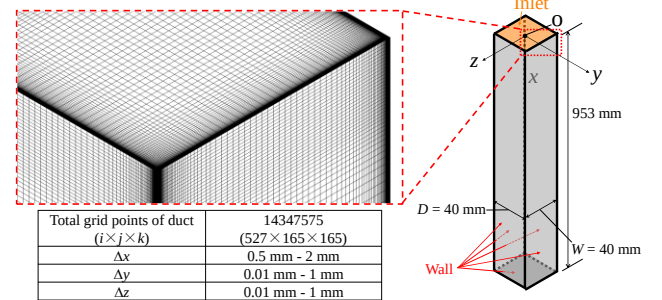
Fig. 2 Discriminant of object by VP method ($\chi = 1$: object, $\chi = 0$: fluid).



(a) Duct with stack ($W = 7.5 \text{ mm}$)



(b) Duct without stack ($W = 7.5 \text{ mm}$)



(c) Duct without stack ($W = 40 \text{ mm}$)

Fig. 3 Computational grid.

スタックなしの計算における z 方向の計算格子は、計算領域幅 $W = 7.5 \text{ mm}$ に対し、一定の格子幅 ($\Delta z = 0.05 \text{ mm}$) とした。また、計算領域幅 $W = 40 \text{ mm}$ に対しては、 y 方向と同じ格子分布を z 方向にも適用した。一方、スタックありの条件では、スタック近傍の z 方向の解像度は熱境界層厚さ⁽¹¹⁾ $\delta_t = \text{Pr} \delta_v = 0.168 \text{ mm}$ に対して約 20 点にて解像するようにした。ここで、 Pr はプラントル数であり、本研究では $\text{Pr} = 0.72$ とした。

2. 4. 境界条件

図 1 には境界条件も示す。上部境界においては、音響加振のため、前述の共鳴周波数において正弦波の流速・圧力変動を与えた。対応する実験結果⁽¹²⁾を参考に、スタックの有無によらず閉端の圧力振幅が約 1.55 kPa となるように変動の大きさ・位相を調整した。

計算領域幅 $W = 7.5 \text{ mm}$ の計算においては、平行平板間を流れる振動流の流速分布の解析解⁽¹¹⁾を与えた。図 4 に速度変動の振幅分布を示す。ここで、 u_{amp} は x 方向の流速振幅、 $u_{\text{c,amp}}$ は断面平均流速振幅である。幅 $W = 40 \text{ mm}$ の計算においては平行平板間の流速分布の解析解を y, z 両方向に適用し、式 (4) - (6) の流速分布を与えた。ここで、 u_c は断面平均流速、 f_v は流速変動の半径方向の分布関数、 χ_v は f_v の断面平均、 i は虚数単位である。ダクト幅は波長に比べ十分小さく音波は平面波であると考えられるため、上部境界で与える圧力変動 p は断面内において一様とした。

管閉端部および y 方向側壁境界は、すべり無し条件とし、 $W = 7.5 \text{ mm}$ のスタックなしの条件では等温条件および断熱条件において計算を行い比較した（その他の条件では等温条件）。また、 z

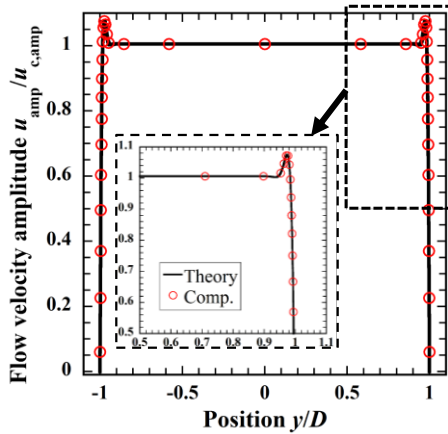


Fig. 4 Distributions of amplitude of inlet flow velocity fluctuations ($W = 7.5 \text{ mm}$).

$$u(y, z) = \frac{1 - f_v}{1 - \chi_v} u_c \quad (4)$$

$$f_v(y, z) = \frac{\cosh\left((1+i)\frac{\max(|y|, |z|)}{\delta_v}\right)}{\cosh\left((1+i)\frac{D}{2\delta_v}\right)} \quad (5)$$

$$\chi_v = \frac{\tanh\left((1+i)\frac{D}{2\delta_v}\right)}{(1+i)\frac{D}{2\delta_v}} \quad (6)$$

方向境界に関しては、計算領域幅 W を実験ダクト幅と同じ 40 mm とした計算ではすべり無し・等温条件とし、 $W = 7.5 \text{ mm}$ においては周期境界条件とした。

3. 計算結果

3. 1. 共鳴管内の音場

スタックなしの共鳴管内の圧力および速度変動の分布および音響エネルギー分布について議論する。ここでは、計算領域幅 $W = 7.5 \text{ mm}$ (管閉端部および y 方向側壁境界は断熱壁) の計算結果を示す。格子解像度が及ぼす影響も評価するため、前述の格子を用いた結果を、 x 方向に 2 倍細かくした格子を用いた結果と比較した。

図 5 に予測された圧力振幅 p_{amp} 、図 6 に予測された管内の断面平均流速振幅 $u_{\text{c,amp}}$ それぞれの管内分布を示す。横軸の x 方向位置は、 $1/4$ 波長モードの定在波の長さ $L_a \equiv \lambda/4$ により無次元化され、縦軸の振幅は管内のそれぞれの振幅最大値により無次元化されている。図より計算格子の解像度の影響はほとんどなく、本格子は十分な解像度を有していると考えられる。また、閉端部に圧力変動の腹、開口部に流速変動の腹を持つような $1/4$ 波長モードの定在波が生じていることが確認できる。

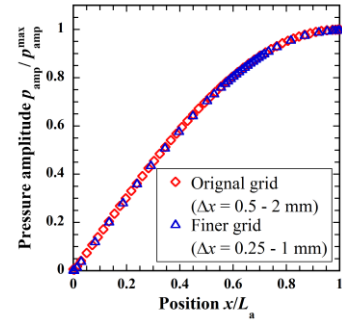


Fig. 5 Predicted amplitude of pressure fluctuations with original and finer grids ($W = 7.5 \text{ mm}$, adiabatic wall condition).

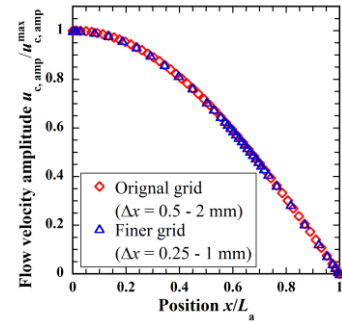


Fig. 6 Predicted amplitude of cross-sectional average velocity fluctuations with original and finer grids ($W = 7.5 \text{ mm}$, adiabatic wall condition).

図 7 に管内の音響仕事流分布を示す。音響仕事流は圧力振幅の最大値と流速振幅の最大値の積で無次元化した。音響仕事流とは単位時間・単位面積当たりに輸送される音響エネルギーであり、式 (7) で表される。

$$I = f \oint p u_c dt \quad (7)$$

図より音響仕事流分布は開口部から閉端部へ向かい減少することがわかる。このことは音響加振により開口部で与えられた音響エネルギーが管内において粘性散逸することを意味している。ま

た、音響仕事流分布に関しても、格子解像度の影響は見られず、本格子は十分な解像度を有していると考えられる。

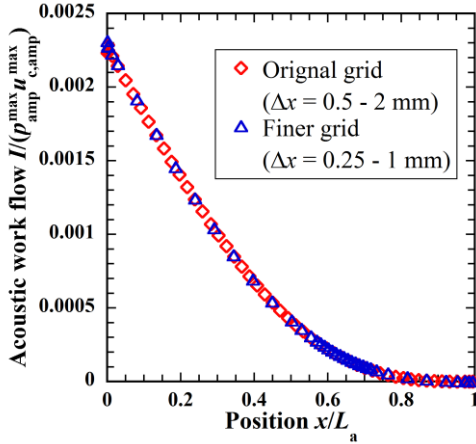


Fig. 7 Predicted acoustic work flow with original and finer grids ($W = 7.5$ mm, adiabatic wall condition).

3. 2. 壁面での熱の授受が音響仕事流に及ぼす影響

管壁面での熱の授受が管内の音響仕事流に及ぼす影響を明らかにするため、 y 方向側壁面に対して断熱および等温条件を課し、計算結果を比較した（スタックなし、計算領域幅 $W = 7.5$ mm）。

図 8 に圧力変動と断面平均流速変動の位相差の管内分布を示す。位相差は式 (8) とした。ここで ϕ_u は断面平均流速変動の位相、 ϕ_p は圧力変動の位相である。図より断熱壁に比べて等温壁の場合は、位相差がわずかに小さくなるのが分かる。これは以下の音響仕事流の変化と関連する。

図 9 に音響仕事流分布を示す。等温壁の場合は管内に流入する音響エネルギーが増加することがわかる。この結果から、本計算のように閉端部での圧力振幅を一定にするようにした場合、等温壁の場合にはより大きな入力音響エネルギーが必要となることを意味する。断熱壁の場合は壁面と気体の間での熱の授受がないが、等温壁の場合は壁面と気体との間に温度差が生じるため、熱伝導によって計算体系外部との熱の授受が行われ、エネルギー損失が生じたと考えられる。実験で使用したダクトはアクリル壁で構成

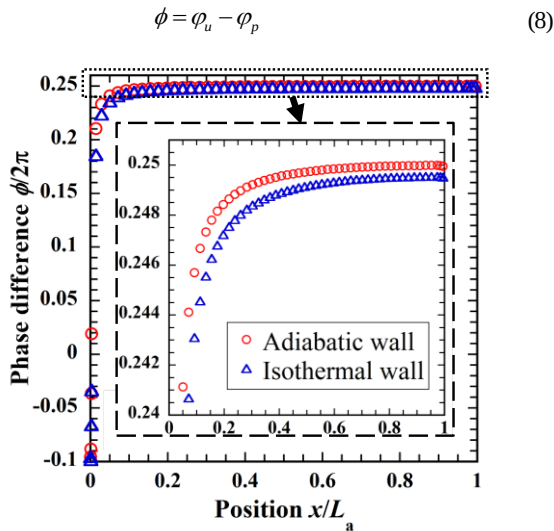


Fig. 8 Predicted phase difference of pressure and velocity fluctuations with adiabatic and isothermal boundary conditions in the y direction ($W = 7.5$ mm).

されており、壁面温度の時間変化は小さいと考えられるため、等温壁に近い条件と考え、以下の計算では等温壁とした。3.4 節で示すように、等温壁を用いた場合スタックありの条件について予測される音響仕事流は実験結果と一致しており、本境界条件は適切であると考えられる。このように壁面の境界条件により管内におけるエネルギー損失が変化するため、現象の再現には適切な壁面条件の選択が必要であると考えられる。

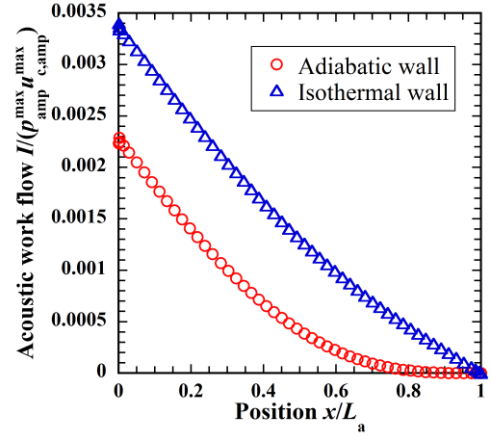


Fig. 9 Predicted acoustic work flow with adiabatic and isothermal boundary conditions in the y direction ($W = 7.5$ mm).

z 方向の計算領域の大きさ・境界条件が管内の音響エネルギー分布に及ぼす影響を評価するため、スタックなしの場合について、計算領域幅 W を 7.5 mm (z 方向境界条件は周期境界条件)、 40 mm (すべり無し・等温壁条件) とした 2 つのケースの計算結果を比較した。

図 10 に圧力・断面平均流速の位相差の分布、図 11 に音響仕事流を示す。幅 $W = 7.5$ mm に比べ $W = 40$ mm の場合の位相差は小さくなり、閉端部の圧力振幅を一定にするためには約 2 倍のエネルギーを必要とすることがわかる。これは $W = 7.5$ mm の場合は z 方向に周期境界条件 (y 方向はすべり無し壁面) を課しているのに対し、 $W = 40$ mm の場合は y, z 方向全てすべり無し・等温壁面であるため、粘性および熱伝導によるエネルギー損失が大きく生じるためである。

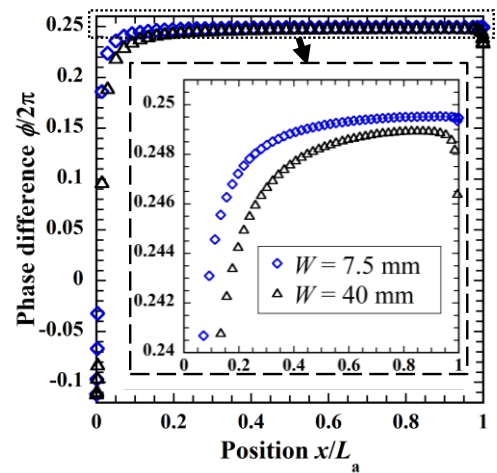


Fig. 10 Predicted phase difference distribution of pressure and velocity fluctuations with $W = 7.5$ mm (periodic boundary condition in the z direction) and $W = 40$ mm (non-slip and isothermal boundary conditions in the z direction).

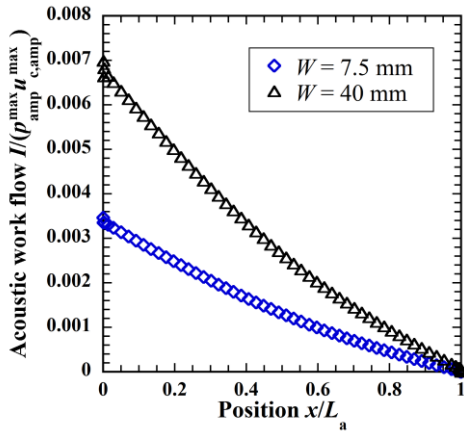


Fig. 11 Predicted acoustic work flow with $W = 7.5$ mm (periodic boundary condition in the z direction) and $W = 40$ mm (non-slip and isothermal boundary conditions in the z direction).

3. 3. スタックが管内の音響エネルギーに及ぼす影響

図 12 に予測されたスタックあり・なしの条件における管内の圧力振幅分布, 図 13 に圧力変動の位相差分布 (閉端を基準) を実験値とともに示す。

スタックの有無によらず閉端部に圧力変動の腹, 開口部に圧力変動の節を持つような $1/4$ 波長モードの定在波が生じていることがわかる。また, 計算・実験のどちらにおいても $x/L_a = 0.415 - 0.539$ ($x = 383 - 503$ mm) のスタック位置付近において, 圧力振幅・位相の変化率が大きくなる傾向がみられ, スタックが圧力変動に及ぼす影響を本計算において正しく再現できていると考えられる。

図 14 に予測された管内の音響仕事流を実験値とともに示す。音響仕事流は管内の圧力振幅の最大値, 気体の密度および音速により無次元化した。スタックありの計算は計算コスト削減のため z 方向に周期境界条件を課し $W = 7.5$ mm として行っており, z 方向の側壁面による損失が考慮されていない。そのため, スタックなしの場合における $W = 7.5, 40$ mm の音響仕事流の差を用い補正した。補正後のスタックありの計算結果は実験の結果と概ね一致しており, 管内のエネルギー分布を正しく再現できていると考えられる。音響仕事流は単位面積あたりのエネルギーの流れを表すため, 流路面積が小さくなるスタックの領域では大きな値を示す。

図 15 に予測された管内の音響パワー分布 (音響仕事流に流路面積をかけたもの) を示す。音響パワーは管内の圧力振幅最大値,

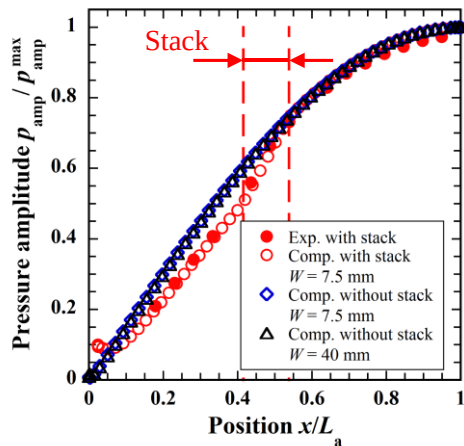


Fig. 12 Predicted and measured pressure amplitude distributions with stack compared with the predicted those without stack.

ダクト断面積, 管内の気体の密度および音速により無次元化した。スタックを有する場合は, スタックが狭い流路となり粘性散逸および音響エネルギーから熱エネルギーへの変換現象が生じ, 音響パワーが急激に減少する。

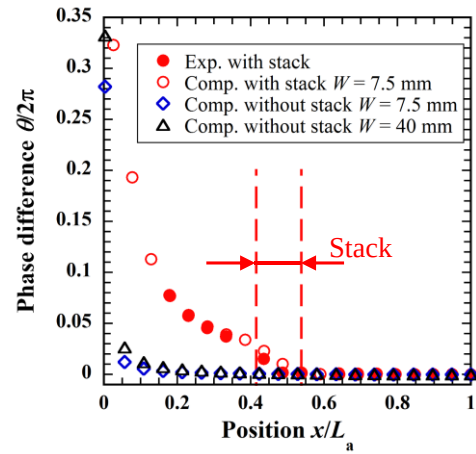


Fig. 13 Predicted and measured phase difference distributions of pressure fluctuations with stack compared with the predicted those without stack, where reference is pressure at closed end.

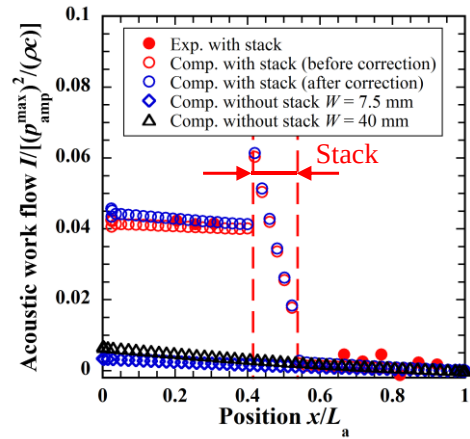


Fig. 14 Predicted and measured acoustic work flow distributions with stack compared with the predicted those without stack.

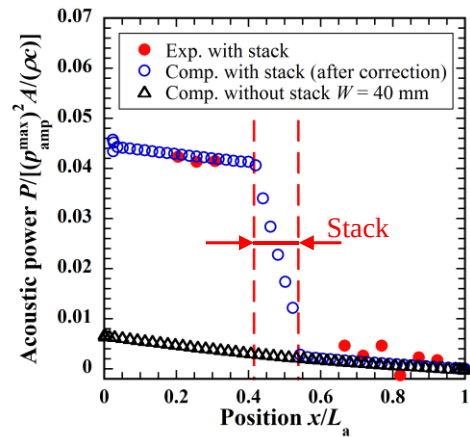


Fig. 15 Predicted and measured acoustic power distributions with stack compared with the predicted those without stack.

3. 4. スタック内の熱音響ヒートポンプ現象

本節ではスタック内部における熱音響現象を議論する。図 16 に示した観測領域における圧力分布と流速ベクトル（上図）、および温度分布（下図）を図 17 に示す。また、流速を積分することで予測される粒子変位を合わせて示す。管内の圧力は時間とともに変動しており、圧力が最も低い時刻を $t=0$ とする。

流速ベクトルは $t=0$ のときに開口端方向から閉端方向（上向きから下向き）へ、最も圧力が高くなる半周期後（ $t=T/2$ ）では閉端方向から開口端方向（下向きから上向き）へ変化する。そのため、気体粒子は半周期後（ $t=T/2$ ）に最も閉端側へ近づき、1 周期後に元の位置へ戻る挙動を示す。また、 $t=0$ では、気体は膨張し壁面より低温となり、気体粒子が壁面から熱を受け取る。一方、半周期後（ $t=T/2$ ）では、気体粒子は閉端側（下側）に移動し、空気は圧縮され壁面より高温となり、気体粒子から壁面への熱移動が生じる。このように気体とスタック壁の間での熱移動が周期的に生じることにより、低温側から高温側へ熱が輸送されるヒートポンプ現象が生じていると考えられる。

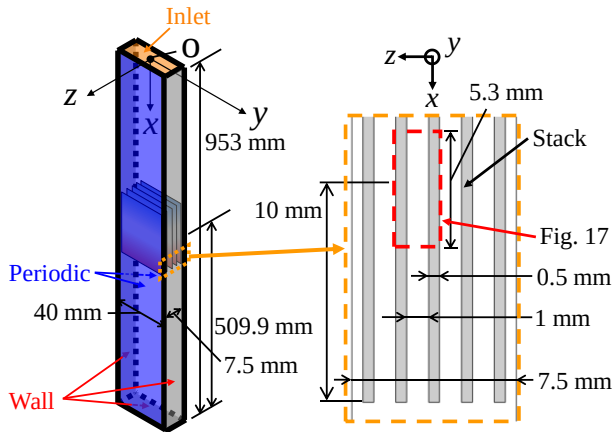


Fig. 16 Observation area of particle behavior.

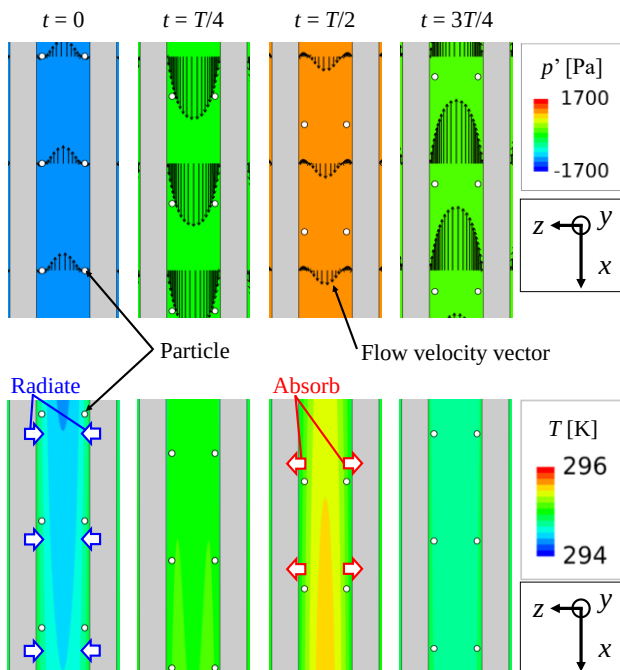


Fig. 17 Contours of fluctuation pressure and velocity vectors (top), and those of temperature (bottom) in the observation area shown in Fig. 16.

4. 結言

音響加振される矩形共鳴管内部に平板列を設置した体系を対象として、管内の音響エネルギー分布や熱輸送機構の解明を目的として、圧縮性解析を実施し、以下の知見を得た。

1. 音響仕事流の予測においては、管壁面における熱の授受や粘性損失を適切に評価する必要がある。
2. スタック領域では圧力変動の振幅および位相の空間的変化率がどちらも大きくなることがわかった。また、音響仕事流は急峻に減少した。これらの結果は実験値と一致した。
3. スタック周囲の圧力分布、温度分布および流速分布から熱音響ヒートポンプ現象を確認した。

今後、得られた結果を空力音により駆動される熱音響ヒートポンプ現象の解明に適用していく予定である。

参考文献

- (1) Swift, G. F., "Thermoacoustic engines", *J. Acoust. Soc. Am.*, **84**, (1988), pp. 1145-1180.
- (2) 富永昭, "熱音響工学の基礎", 内田老鶴圃, (1998)
- (3) Antao, D. S., and Farouk, B., "Numerical and experimental characterization of the inertance effect on pulse tube refrigerator performance", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **76**, (2014), pp. 33-44.
- (4) Mohd Saat, F. A. Z. and Jaworski, A. J., "The effect of temperature field on low amplitude oscillatory flow within a parallel-plate heat exchanger in a standing wave thermoacoustic system", *Appl. Sci.*, **7**, 4, (2017), 417.
- (5) Wheatley, J. C. and Cox, A. N., "Natural Engines", *Phys. Today*, **38**, 8, (1985), pp. 50-58.
- (6) Slaton, W. V. and Zeegers, J. C. H., "An aeroacoustically driven thermoacoustic heat pump", *J. Acoust. Soc. Am.*, **117**, 6, (2005), pp. 3628-3635.
- (7) Lele, S. K., "Compact finite difference schemes with spectral-like resolution," *J. Comp. Phys.* **103**, 16-42 (1992).
- (8) Angot, P., Bruneau, C. H. and Frabrie, P., "A penalization method to take into account obstacles in viscous flows", *Numer. Math.*, **81**, (1999), pp. 497-520.
- (9) Liu, Q. and Vasilyev, O. V., "A Brinkman penalization method for compressible flows in complex geometries," *J. Cop. Phys.*, **227**, (2007), pp. 946-966.
- (10) Tanaka, Y., Yokoyama, H. and Iida, A., "Forced-oscillation control of sound radiated from the flow around a cascade of flat plates", *J. Sound Vib.*, **431**, (2018), pp. 248-264.
- (11) 富永昭, "粘性流体の熱音響理論 第 3 部", 低温工学, **28**, 2, (1993), pp. 99-107.
- (12) Kishino, Y., Yokoyama, H., Omori, Y. and Nishikawara, M., "Effects of stack position on the thermoacoustic heat pump in a rectangular resonator", *Proc. of ICSV 26*, Montreal, Canada, (2019).
- (13) Roh, H. S., Amott W. P., Sabatier, J. M. and Raspet, R., "Measurement and calculation of acoustic propagation constants in arrays of small air-filled rectangular tubes", *J. Acoust. Soc. Am.*, **89**, (1991), pp. 2617-2624.
- (14) 琵琶哲志, "熱音響工学初学者のための計測入門", 低温工学, **43**, 12, pp. 517-526.
- (15) 琵琶哲志, "熱音響デバイス (音響テクノロジーシリーズ 21)", コロナ社, (2018)