

付加物周り流れへの壁関数型モデルの適用性について

Numerical study on the applicability of wall function for the flows around an appendage

○ 大橋 訓英, 海上技術安全研究所, 三鷹市新川 6-38-1, E-mail: k-ohashi@nmri.go.jp

日野 孝則, 海上技術安全研究所, 三鷹市新川 6-38-1, E-mail: hino@nmri.go.jp

Kunihide Ohashi, National Maritime Research Institute, 6-38-1, Shinkawa, Mitaka

Takanori Hino, National Maritime Research Institute, 6-38-1, Shinkawa, Mitaka

The applicability of $k-\omega$ SST turbulence model with standard wall function for flows around an appendage is examined. A fin with a large aspect ratio attached to a flat plate is chosen as a test case of the wall function. The flow details around the fin with the wall function are compared with the flows with the low Reynolds number model. As the results of comparisons of the both models, total drag coefficient of the wall function is significantly larger than the force of the low Reynolds number model. The flows around the fin also have the difference. Although the lift coefficient of the fin is almost similar with the forces of the low Reynolds number model, the wall function model has the limitation for the flows around the appendages. Thus, the wall function can be applied to the comparisons of the forces which the pressure forces are dominant.

1. 緒言

温室効果ガス削減のための船舶の省エネルギー技術として、船舶が航走する際に不可避なエネルギー損失を回収する付加物を装備する例が多い。

付加物の設計において数値流体力学 (CFD) は有効なツールであり、付加物有無での流れ、抵抗値の比較等に広く使用されている。

船体と付加物の干渉を精度良く推定するためには、粘性底層かつ壁面からの無次元距離 $y^+ < 1.0$ に格子を配置し、剥離流れにも適用できる低レイノルズ数型乱流モデルを使用することが必要である。しかし、付加物と船体周り流れ計算のための計算格子生成においては、一般に付加物は船体と比較して相対的に小さくなり、付加物周りの粘性流れを解像するための格子数は大きくなる。また、付加物形状が複雑になると、格子のトポロジーも複雑になり、船体との交差部分では格子生成に困難を生じることが多い。

こうした問題を解決するには、付加物周りでの剥離流れの推定精度は低下するものの、壁近傍の流れは対数則に従うと仮定した壁関数型乱流モデルを適用することが考えられる。壁から一層目の格子間隔を大きくとることで ($y^+ > 12$ 等)、船体と付加物の交差部分で格子が歪む場合にも、セル体積を確保できる格子を生成することができる。

既に、船体と付加物周り流れに壁関数型乱流モデルを適用する例もあるが、モデルの適用性を詳細に検討した例は見られない。

ここでは、付加物として一般的であるフィンを対象とし、壁関数型モデルは低レイノルズ数型乱流モデルの近似モデルと考え、平板とフィンの干渉計算において、壁関数型乱流モデルと低レイノルズ数型乱流モデルの流れ、抵抗値等を比較する。

2. 数値計算法

2.1 ナビエストークスソルバー SURF

本計算で使用した CFD コードは海上技術安全研究所で開発されている SURF (“Solution algorithm for Unstructured RaNS with EVM”) ⁽¹⁾⁽²⁾ である。支配方程式は 3 次元非圧縮レイノルズ平均ナビエストークス方程式であり、擬似圧縮性を仮定し、圧力と流れのカップリングを行う。

$$\frac{\partial \mathbf{q}^*}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \tau} + \frac{\partial(\mathbf{e} - \mathbf{e}^v)}{\partial x} + \frac{\partial(\mathbf{f} - \mathbf{f}^v)}{\partial y} + \frac{\partial(\mathbf{g} - \mathbf{g}^v)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{q} = [p \quad u \quad v \quad w]^T, \quad \mathbf{q}^* = [0 \quad u \quad v \quad w]^T$$

上式で、各変数は密度 ρ_0 、速度 U_0 、船長 L_0 で無次元化され、 (x, y, z) 方向の流速は (u, v, w) で表す。

対流項 $\mathbf{e}, \mathbf{f}, \mathbf{g}$ 、拡散項 $\mathbf{e}^v, \mathbf{f}^v, \mathbf{g}^v$ は下式の通りである。

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \beta u \\ u^2 + p \\ uv \\ uw \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \beta v \\ vu \\ v^2 + p \\ vw \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} \beta w \\ wu \\ wv \\ w^2 + p \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{e}^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \end{bmatrix},$$

ここで β は擬似圧縮性パラメータである。

$\tau_{ij} = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j}$ であり、 R はレイノルズ数 $U_0 L_0 / \nu$ 、 ν は動粘性係数である。レイノルズ応力項 $-\overline{u'_i u'_j}$ には乱流モデルとして、 $k-\omega$ SST モデルを適用した。

計算法については文献 ⁽¹⁾⁽²⁾ に詳しいので、概略について述べる。

非構造格子を用い、セル中心に変数を配置した有限体積法によって離散化する。セル形状は四面体、三角柱、四角錐、六面体の組合せが可能である。対流項は Flux-Difference-Splitting に基づく 2 次風上差分 (MUSCL type)、拡散項は中心差分を用いる。

時間微分は 1 次精度後退差分で近似し、局所時間刻みによる収束加速を行う。ナビエストークス方程式を離散化及び線形化して得られる連立方程式はガウスザイデル法と多重格子法で解く。

2.2 $k-\omega$ SST モデル

乱流エネルギー k と周波数 ω に関する方程式は次式で与えられる。 ⁽³⁾

$$\frac{Dk}{Dt} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{R} + \sigma_k \nu_t \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\gamma}{\nu_t} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{R} + \sigma_\omega \nu_t \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (4)$$

$$+ 2(1 - F_1)\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

ここで τ_{ij} は乱流応力を表し、次式で定義される。

$$\tau_{ij} = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (5)$$

他の諸係数等は以下で与えられる。

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (6)$$

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}; \frac{500}{Ry^2\omega} \right); \frac{4\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2} \right] \quad (7)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) \quad (8)$$

$$\phi = F_1\phi_1 + (1 - F_1)\phi_2 \quad (9)$$

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1\omega; \Omega F_2)} \quad (10)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2), \arg_2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}; \frac{500}{Ry^2\omega} \right) \quad (11)$$

$$a_1 = 0.31, \beta^* = 0.09, \kappa = 0.41 \quad (12)$$

$$\sigma_{k1} = 0.85, \sigma_{\omega 1} = 0.5, \beta_1 = 0.075 \quad (13)$$

$$\gamma_1 = \beta_1/\beta^* - \sigma_{\omega 1}\kappa^2/\sqrt{\beta^*} \quad (14)$$

$$\sigma_{k2} = 1.00, \sigma_{\omega 2} = 0.856, \beta_2 = 0.0828 \quad (15)$$

$$\gamma_2 = \beta_2/\beta^* - \sigma_{\omega 2}\kappa^2/\sqrt{\beta^*} \quad (16)$$

式 (3)(4) の連立方程式を、ナビエストークス方程式と同様にガウスサイデル法で解き、式 (10) により渦動粘性係数を導出後、式 (5) よりレイノルズ応力を計算する。

2.3 壁関数モデル

速度ゼロの境界条件を課す壁境界付近の流場は対数則に従うと仮定し、壁から一層目の格子間隔を大きくした場合、速度勾配に基く壁面上の摩擦応力は精度を有しない。この場合、壁面上の摩擦応力は対数則から導出した応力と置き換えられる。 $k-\epsilon$ モデルに基き、 $k-\omega$ モデルにも適用可能な標準的壁関数モデルでの、無次元化した壁面応力 $\tau_w = u_\tau^2$ は次式から導出される。

$$u^+ = \frac{u_p}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad (17)$$

ここで定数は、 $\kappa = 0.41$ 、 $E = 9.8$ 、 u_p は壁境界に面するセル中心点での壁に沿う速度成分を表す。

無次元化後の壁からの距離 y^+ は次式となる。

$$y^+ = Ry u_\tau \quad (18)$$

式 (17)(18) に、局所等方性を仮定した乱流エネルギー k と壁面応力 u_τ の関係式を加えることで、 u_τ を導出することができる。周波数 ω については、 $k-\omega$ SST モデルの値を使用する。

3. 計算対象及び計算条件

付加物として、平板に取り付けられたフィンを対象とした。フィンのスパン方向 b とコード方向 l のアスペクト比は $b/l = 1/100$ 、厚み t は $t/l = 1/5000$ とし、端部は厚みゼロとなるようテーパをつけたものとした。フィンには平板に取り付け、代表長さとして平板長さをとり、レイノルズ数は $R = 1.0 \times 10^6$ とし、流入迎角の有無を含めた干渉流れの比較を行なった。計算領域は、

$$-1.4 \leq x \leq 1.6, -1.0 \leq y \leq 0.0, -1.0 \leq z \leq 1.0$$

とし、フィンは長さ 0.2 で、フィン先端が平板と交差する位置を原点とした。

Fig.1 にフィン先端部近傍の計算格子の詳細を示す。フィンを長さ方向に 49 分割、幅方向に 13 分割し、前後端での長さ方向分割幅は $\Delta x = 1 \times 10^{-3}$ とし、スパン方向両端部の分割幅は $\Delta y = 1 \times 10^{-4}$ とした。

フィン及び平板での境界層方向最小格子間隔は、低レイノルズ数型乱流モデルでは 2.0×10^{-5} とし、 $y^+ \simeq 1.0$ となるよう設定した。壁関数型モデルでは、フィン表面の分割幅も考慮し、フィン及び平板とも 1.0×10^{-4} とした。

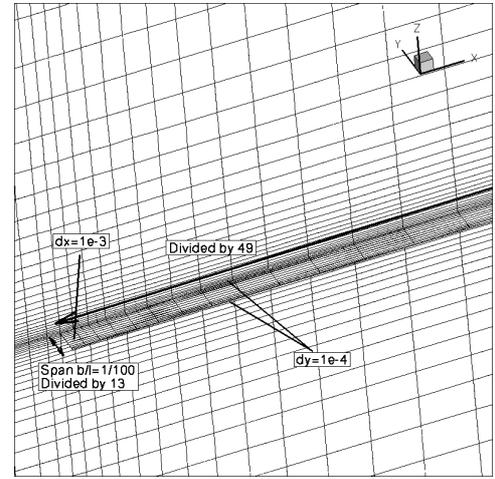


Fig. 1: Computational grid near fin fore edge

3.1 迎角 0 度での比較

まず、流入迎角無 (0 度) の場合について、低レイノルズ数型乱流モデルと壁関数型乱流モデルでのフィン周り流場等を比較した。Tab.1 にフィンの全抵抗値の比較を示す。無次元化は $0.5U^2L^2$ に基いている。流入迎角 0 度では摩擦抵抗が支配的であり、壁関数型乱流モデルの全抵抗は低レイノルズ数型乱流モデルより 3 倍程度大きくなる。

Fig.2 にフィン前端よりフィン長さの 1/4 にあたる $x = 0.05$ 、フィン長さの半分にあたる $x = 0.1$ 、後端付近の $x = 0.19$ での主流方向速度 (u) 分布及び面内ベクトル (v, w) の比較図を示す。低レイノルズ数型モデルと比較して、壁関数型モデルでは主流速度 u の分布は広がらず、面内速度ベクトル (v, w) は大きくなるのが分かる。付加物と平板の交差部分と同様に、付加物と船体の交差部分でも、両モデルで異なる結果となることが想定され、付加物影響の評価の際に重大な差を生じる可能性がある。

Tab. 1: Comparisons of total drag coefficient

Model	C_x
low Reynolds	2.94×10^{-6}
Wall Function	9.15×10^{-6}

Fig.3 に、スパン方向中央部 ($y = -1.0 \times 10^{-3}$) 及び交差部付近 ($y = -1.0 \times 10^{-5}$) でのフィン表面摩擦速度 u_τ

分布を示す。スパン方向中央部では、いずれのモデルも、フィン前端部で摩擦速度は大きくなり、中央部付近では平坦な分布となる傾向を示す。付加物と平板の交差部付近では、両モデルで大きな差を生じ、壁関数モデルの摩擦速度は、低レイノルズ数型モデルより大きくなる事が分かる。

速度分布と摩擦速度の関係を詳細に比較するため、スパン方向中央部 ($y = -1.0 \times 10^{-3}$) の $x = 0.05, 0.1, 0.19$ における、Tab.2 に示す摩擦速度に基く、無次元速度 u^+ 、壁からの無次元距離 y^+ の対数グラフを Fig.4 に示す。壁関数型モデルで設定した壁方向最小格子間隔では、壁に接するセル中心点で、 $y^+ \approx 10.0$ であり、やや低めの y^+ となった。フィン前半部 $x = 0.05$ での速度プロファイルは、壁関数型モデルと低レイノルズ数型モデルで同様の傾向となるが、後端に向かうに従い、徐々に差が大きくなる。フィン及び平板双方に壁関数型モデルを適用すると、局所等方性の仮定から、交差部でも乱流が十分に発達していることになり、低レイノルズ数型モデルの流場と差を生じる原因となることが考えられる。平板側は低レイノルズ数型モデル、フィンは壁関数型モデルとすることで改善する可能性が残るが、今後の検討事項としたい。

Tab. 2: u_τ using for y^+ and u^+

position	low Reynolds	Wall Function
$x = 0.05$	0.0371	0.0383
$x = 0.1$	0.0352	0.0348
$x = 0.19$	0.0344	0.0333

3.2 迎角 10 度での比較

次に、船体に取り付けたフィンに生じることが想定される、流入迎角 10 度を与えた条件で流場等と比較した。計算格子、計算条件は迎角 0 度の場合と同じとし、流入角のみ変化させる。Tab.3 にフィンの全抵抗と揚力の比較を示す。無次元化は $0.5U^2L^2$ に基いている。流入迎角 10 度の全抵抗においても摩擦抵抗が支配的であり、壁関数型乱流モデルの全抵抗は低レイノルズ数型乱流モデルより 3 倍程度大きくなる。揚力においては圧力が支配的であり、10% 程度の差となる。

Tab. 3: Comparisons of total drag and normal stress coefficient

Model	C_x	C_z
low Reynolds	3.02×10^{-6}	1.64×10^{-6}
Wall Function	8.03×10^{-6}	1.84×10^{-6}

Fig.5 に $x = 0.05, 0.1, 0.19$ での主流方向速度 (u) 分布及び面内ベクトル (v, w) の比較図を示す。迎角 0 度と比較し、フィン先端部では主流方向の流速により巻き上げられ、上面交差部では下降流を生じ、上面上方及び下面交差部では旋回流を生じる。低レイノルズ数型モデルと比較し、壁関数型モデルでは主流方向流速の広がり弱く、旋回流のベクトルの向きが異なる結果となる。

Fig.6 に、スパン方向中央部 ($y = -1.0 \times 10^{-3}$) 及び交差部付近 ($y = -1.0 \times 10^{-5}$) でのフィン表面摩擦速度 u_τ 分布を示す。スパン方向中央部では、低レイノルズ数型モデルにおける、速度勾配に応じたフィン上下面の摩擦速度を、壁関数型モデルでも比較的精度良く再現することが分かる。交差部では、両モデルで差は大きくなり、壁関数型モデルの摩擦速度は大きくなる。

Fig.7 に、スパン方向中央部 ($y = -1.0 \times 10^{-3}$) 及び交差部付近 ($y = -1.0 \times 10^{-5}$) でのフィン表面圧力分布を

示す。フィン両モデルで一致度は良く、圧力抵抗での差は小さい。

迎角 0 度の場合と同様に、速度分布と摩擦速度の関係を詳細に比較するため、スパン方向中央部 ($y = -1.0 \times 10^{-3}$) の $x = 0.05, 0.1, 0.19$ における、Tab.4 に示す摩擦速度に基く、無次元速度 u^+ 、壁からの無次元距離 y^+ の対数グラフを Fig.8 に示す。迎角 10 度を有する場合、特にフィン上面では粘性底層から外層に接続する速度プロファイルとなり、対数則は成立しにくい。先に示した流場の比較からも、迎角を有する付加物周り流れに壁関数型モデルを適用することは避けることが良いと考えられる。もし、適用する場合にも、表面圧力分布、また、圧力成分が支配的である流体力の比較にとどめるべきであろう。

Tab. 4: u_τ using for y^+ and u^+

position	lowRe(U)	lowRe(L)	WF(U)	WF(L)
$x = 0.05$	0.0404	0.0376	0.0394	0.0355
$x = 0.1$	0.0342	0.0370	0.0329	0.0334
$x = 0.19$	0.0279	0.0362	0.0276	0.0327

3.3 結言

付加物周り流れへの壁関数型モデルの適用性を検討するため、乱流モデルとして $k-\omega$ SST モデル、付加物としてフィンを選定するとともに、標準的壁関数型モデルを適用した。

壁関数型モデルは、低レイノルズ数型モデルの近似モデルと考えた場合、以下の適用限界があると言える。

- 流入迎角を有さない付加物周りの流れでは、付加物有無での傾向を把握することはできるが、付加物間の干渉計算には適用しないほうがよい。
- 付加物が流入迎角を有する場合、付加物表面圧力、圧力成分が支配的である流体力の比較にとどめる。
- 付加物が流入迎角を有し、付加物周りで剥離を伴う際には、剥離影響の有無を検討した上で、圧力成分を比較する。

標準的壁関数型モデルと低レイノルズ数型モデルでは、付加物後方の流場に差を生じるため、付加物間の干渉を詳細に検討する際は、低レイノルズ数型モデルを使用すべきであろう。

3.4 謝辞

本研究に使用した壁関数型モデルは、主著者が Ecole Centrale Nantes において開発したものであり、開発にあたり、モデルの詳細を議論いただいた Dr. Michel Visonneau を始めとする、研究室の皆様には謝意を表します。

参考文献

- (1) Hino, T., "Navier-Stokes Computations of Ship Flows on Unstructured Grids," Proc. of the 22nd Symp. on Naval Hydro., (1998)
- (2) Hino, T., "An Interface Capturing Method for Free Surface Flow Computations on Unstructured Grids," J. of the Soc. Naval Archit. Japan, Vol.186 (2003), pp. 173-183.
- (3) Menter, F.R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," AIAA Journal, 32(8), 1994, pp.1598-1605.

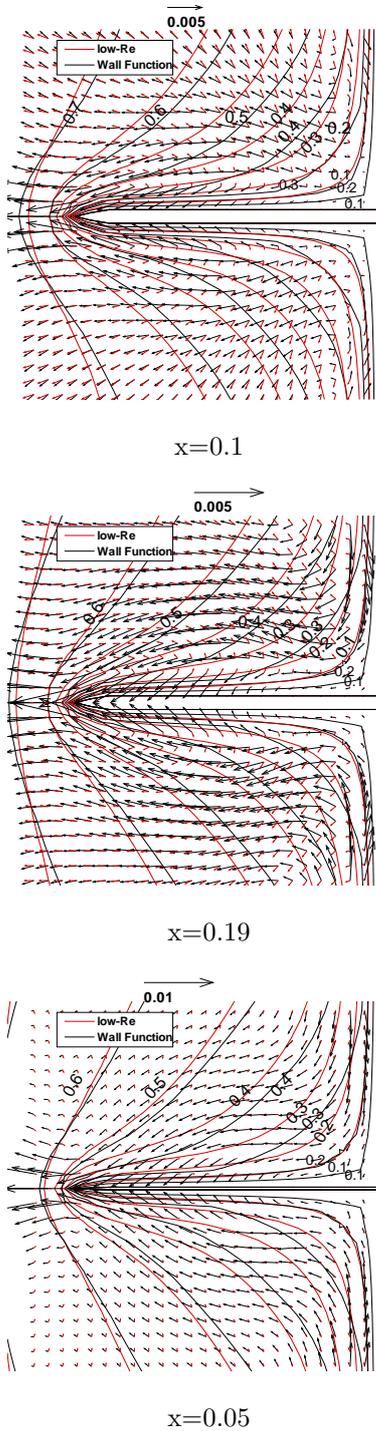


Fig. 2: Velocity vector and contour

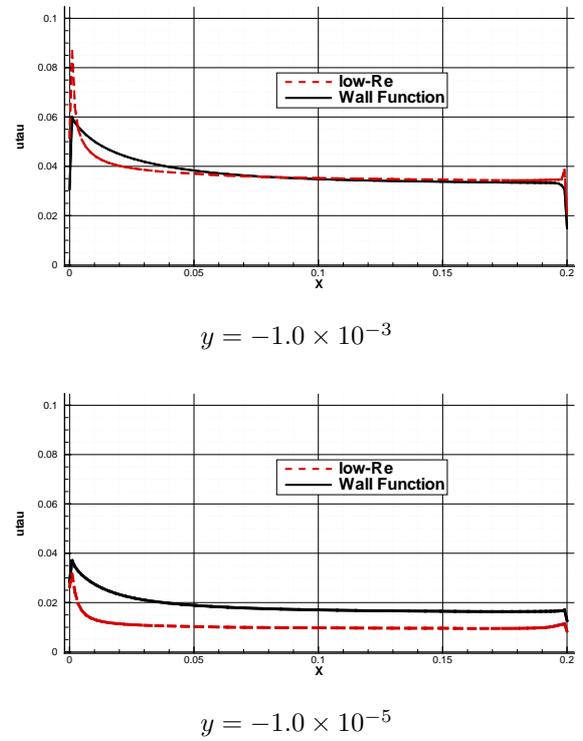


Fig. 3: Frictional velocity distribution on fin surface

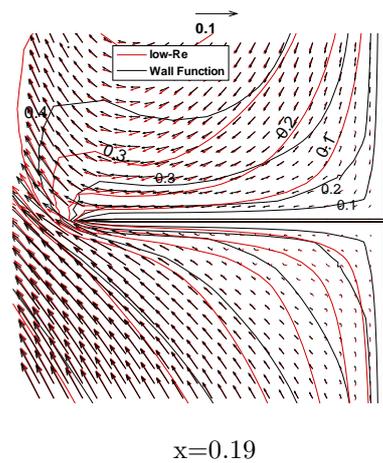
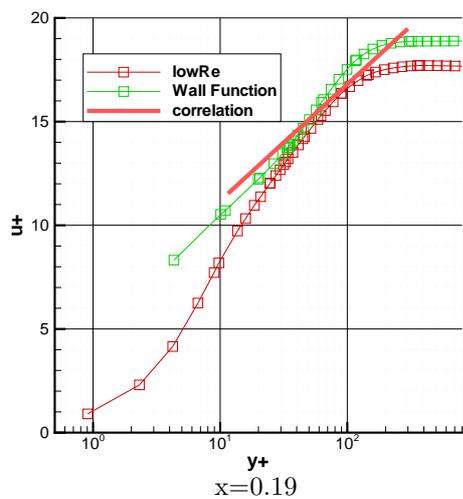
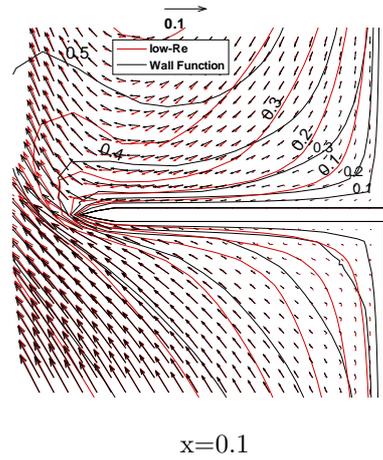
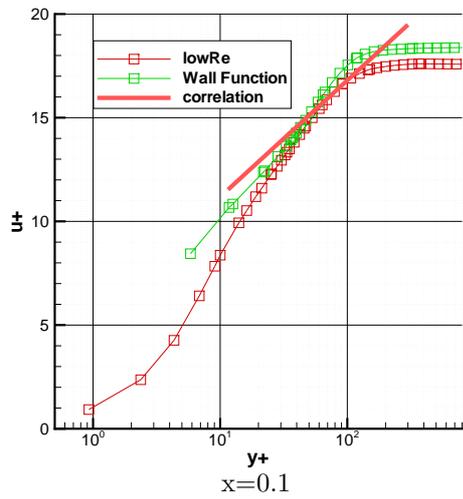
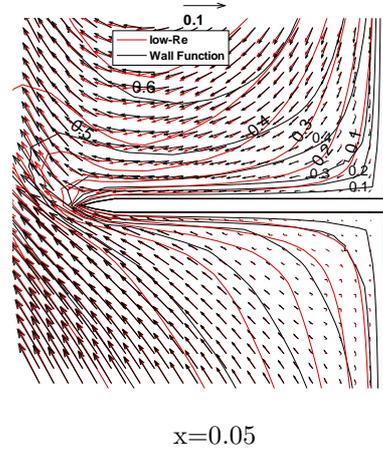
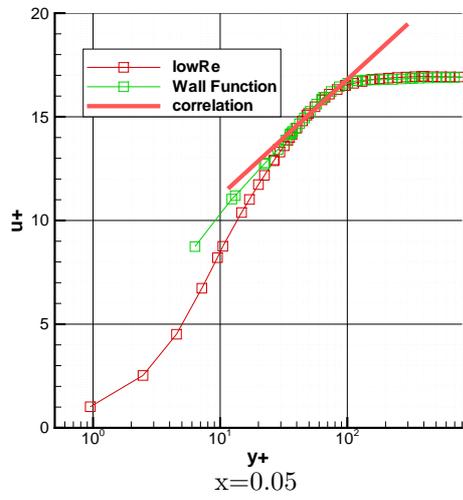


Fig. 5: Velocity vector and contour

Fig. 4: Velocity distribution based on y^+ and u^+ at $y = -1.0 \times 10^{-3}$

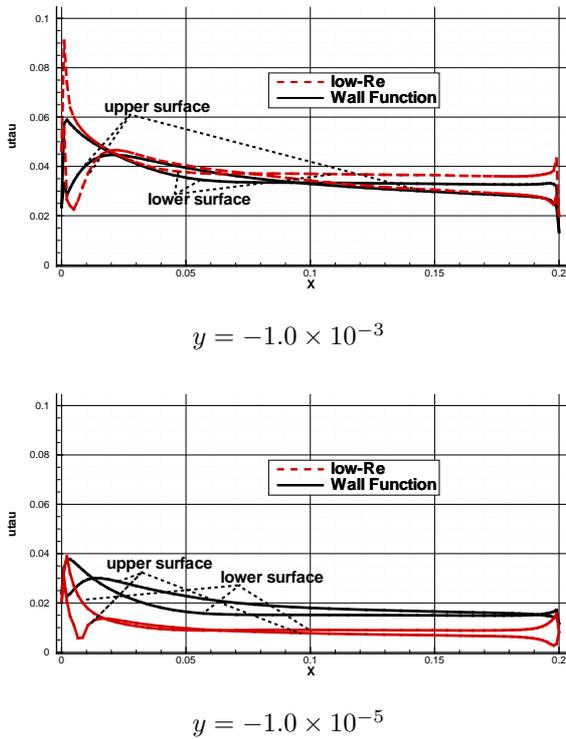


Fig. 6: Frictional velocity distribution on fin surface

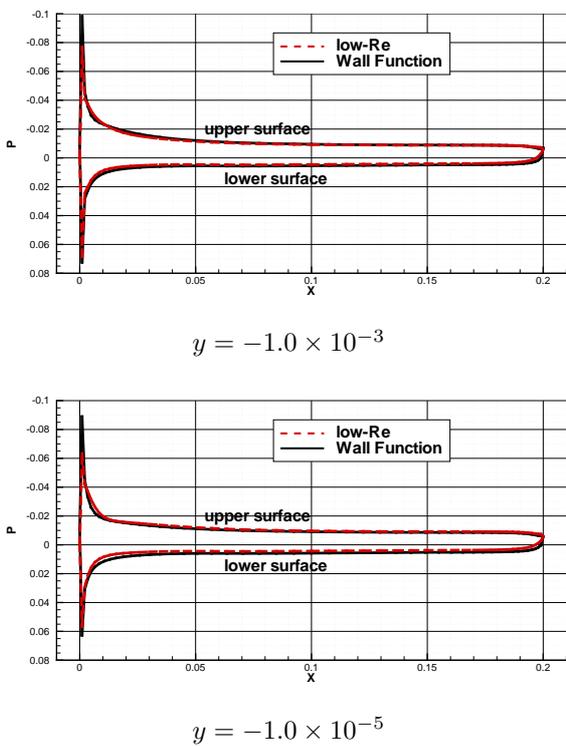


Fig. 7: Pressure distribution on fin surface

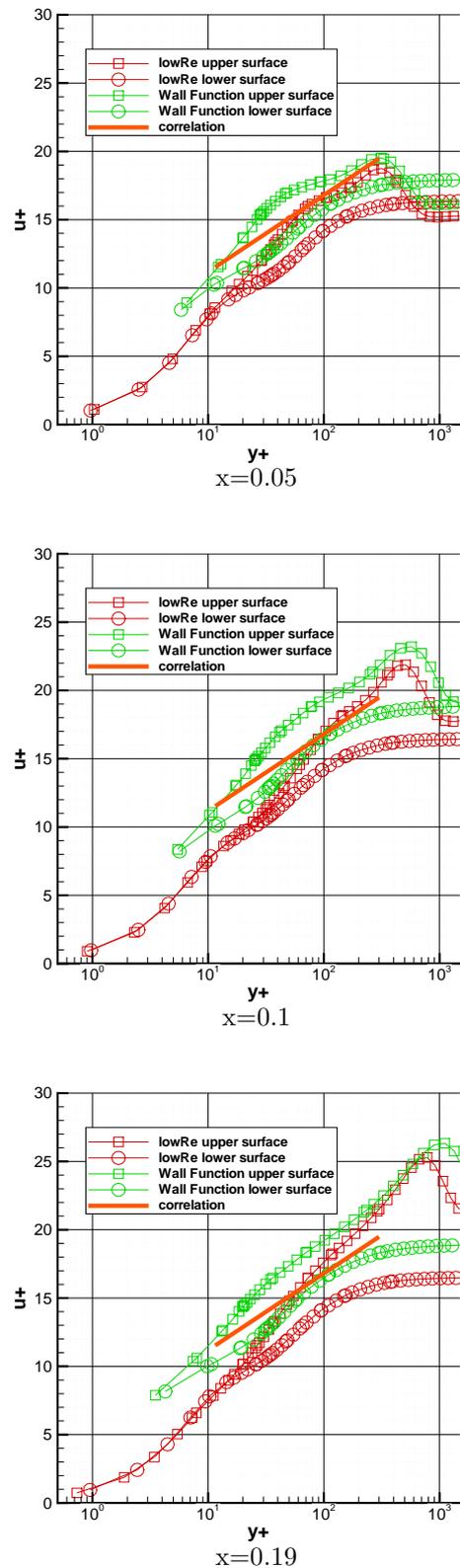


Fig. 8: Velocity distribution based on y^+ and u^+ and $y = -1.0 \times 10^{-3}$