

壁関数型モデルによる付加物周り流れの比較

Flow comparisons of wall function models around a appendage attached to flat plate

- 大橋 訓英, 海上技術安全研究所, 三鷹市新川 6-38-1, E-mail : k-ohashi@nmri.go.jp
日野 孝則, 横浜国立大学, 横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-5, E-mail : hino@ynu.ac.jp

Kunihide Ohashi, National Maritime Research Institute, 6-38-1, Shinkawa, Mitaka, Tokyo
Takanori Hino, Yokohama National University, 79-5, Tokiwadai, Hodogaya, Yokohama, Kanagawa

Wall function models have a possibility to settle a problem in grid generation for the complex geometries such as an appendage attached to a body. The wall boundary of the appendage and the body can be treated as a wall function model or/and the low Reynolds number model. The wall function models can be considered as the approximate model of the low Reynolds number model and the flow comparisons are carried out in here. The standard wall function model which is based on the logarithmic law and the blending wall function model with $k-\omega$ SST turbulence model are applied. A fin attached to a flat plate is chosen as the test geometry and the flow fields, hydrodynamic forces of the fin are compared. Through the comparisons, the blending wall function model shows similar results with the low Reynolds number model.

1. 緒言

温室効果ガス削減のための船舶の省エネルギー技術として、船舶が航走する際のエネルギー損失を回収する付加物を装備する例が見られる。

付加物の設計において数値流体力学 (CFD) は有効なツールであるが、船体と付加物の干渉を精度良く推定するためには、粘性底層かつ壁面からの無次元距離 $y^+ < 1.0$ に格子を配置し、剥離流れにも適用できる低レイノルズ数型乱流モデルを使用することが必要と考えられる。

しかし、付加物と船体周り流場計算のための計算格子生成においては、一般に付加物は船体と比較して相対的に小さくなり、付加物周りの粘性流場を解像するための格子数は大きくなる。また、付加物形状が複雑になると、格子のトポロジーも複雑になり、船体との交差部分では格子生成に困難を生じることも多い。

こうした問題を解決するには、付加物周りでの剥離流れの推定精度は低下するものの、付加物に壁関数型乱流モデルを適用することが考えられる。壁から一層目の格子間隔を大きくとることで、船体と付加物の交差部分で格子が歪む場合にも、セル体積を確保できる格子を生成することができる。

船体周りは低レイノルズ型モデル、付加物には壁関数型モデルと境界条件を組み合わせることも可能であるが、壁から一層目の格子間隔が小さくなることから、適した壁関数型モデルの検証が必要である。

ここでは、付加物として一般的であるフィンを対象とし、壁関数型モデルとして、対数則に基づく標準壁関数型と Menter らによる混合壁関数型モデル⁽¹⁾を適用する。壁関数型モデルを低レイノルズ数型モデルの近似モデルと考え、文献⁽²⁾にて検討した、平板とフィンに低レイノルズ数型モデルもしくは標準壁関数型モデルを適用した結果と、今回新たに平板に低レイノルズ数型モデル、フィンに標準及び混合壁関数型モデルを適用した場合について、流場、抵抗値等を比較する。

2. 数値計算法

2.1 ナビエストークスソルバー SURF

本計算で使用した CFD コードは海上技術安全研究所で開発されている SURF (“Solution algorithm for Unstructured RaNS with FVM”)⁽³⁾⁽⁴⁾である。支配方程式は 3 次元非圧縮レイノルズ平均ナビエストークス方程式であり、擬似圧縮性を仮定し、圧力と流場のカップリングを行う。

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \tau} + \frac{\partial(\mathbf{e} - \mathbf{e}^v)}{\partial x} + \frac{\partial(\mathbf{f} - \mathbf{f}^v)}{\partial y} + \frac{\partial(\mathbf{g} - \mathbf{g}^v)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{q} = [p \quad u \quad v \quad w]^T,$$

上式で、各変数は密度 ρ_0 、速度 U_0 、船長 L_0 で無次元化され、 (x, y, z) 方向の流速は (u, v, w) で表す。対流項 $\mathbf{e}, \mathbf{f}, \mathbf{g}$ 、拡散項 $\mathbf{e}^v, \mathbf{f}^v, \mathbf{g}^v$ は下式の通りである。

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \beta u \\ u^2 + p \\ uv \\ uw \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \beta v \\ vu \\ v^2 + p \\ vw \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} \beta w \\ wu \\ wv \\ w^2 + p \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{e}^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \end{bmatrix},$$

ここで β は擬似圧縮性パラメータである。

$\tau_{ij} = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j}$ であり、 R はレイノルズ数 $U_0 L_0 / \nu$ 、 ν は動粘性係数である。レイノルズ応力項 $-\overline{u'_i u'_j}$ には乱流モデルとして、 $k-\omega$ SST モデルを適用した。

計算法については文献⁽³⁾⁽⁴⁾に詳しいので、概略について述べる。

非構造格子を用い、セル中心に変数を配置した有限体積法によって離散化する。セル形状は四面体、三角柱、四角錐、六面体の組合せが可能である。対流項は Flux-Difference-Splitting に基づく 2 次風上差分 (MUSCL type)、拡散項は中心差分を用いる。

時間微分は 1 次精度後退差分で近似し、局所時間刻みによる収束加速を行う。ナビエストークス方程式を離散化及び線形化して得られる連立方程式はガウスザイデル法と多重格子法で解く。

2.2 $k-\omega$ SST モデル

乱流エネルギー k と周波数 ω に関する方程式は次式で与えられる。⁽⁵⁾

$$\frac{Dk}{Dt} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{R} + \sigma_k \nu_t \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\gamma}{\nu_t} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{R} + \sigma_\omega \nu_t \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (4)$$

$$+ 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

ここで τ_{ij} は乱流応力を表し、次式で定義される。

$$\tau_{ij} = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (5)$$

他の諸係数等は以下で与えられる。

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (6)$$

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}; \frac{500}{Ry^2\omega} \right); \frac{4\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2} \right] \quad (7)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) \quad (8)$$

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (9)$$

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; \Omega F_2)} \quad (10)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2), \arg_2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}; \frac{500}{Ry^2\omega} \right) \quad (11)$$

$$a_1 = 0.31, \beta^* = 0.09, \kappa = 0.41 \quad (12)$$

$$\sigma_{k1} = 0.85, \sigma_{\omega 1} = 0.5, \beta_1 = 0.075 \quad (13)$$

$$\gamma_1 = \beta_1 / \beta^* - \sigma_{\omega 1} k^2 / \sqrt{\beta^*} \quad (14)$$

$$\sigma_{k2} = 1.00, \sigma_{\omega 2} = 0.856, \beta_2 = 0.0828 \quad (15)$$

$$\gamma_2 = \beta_2 / \beta^* - \sigma_{\omega 2} k^2 / \sqrt{\beta^*} \quad (16)$$

式 (3)(4) の連立方程式を、ナビエストークス方程式と同様にガウスザイデル法で解き、式 (10) により渦動粘性係数を導出後、式 (5) よりレイノルズ応力を計算する。

2.3 標準壁関数型モデル

速度ゼロの境界条件を課す壁境界付近の流場は対数則に従うと仮定し、壁から一層目の格子間隔を大きくした場合、速度勾配に基く壁面上の摩擦応力は精度を有しない。この場合、壁面上の摩擦応力は対数則から導出した応力と置き換えられる。 $k-\epsilon$ モデルに基き、 $k-\omega$ モデルにも適用可能な標準壁関数型モデルでの、無次元化した壁面応力 $\tau_w = u_\tau^2$ は次式から導出される。

$$u^+ = \frac{u_p}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad (17)$$

ここで定数は、 $\kappa = 0.41$ 、 $E = 9.8$ 、 u_p は壁境界に面するセル中心点での壁に沿う速度成分を表す。

無次元化後の壁からの距離 y^+ は次式となる。

$$y^+ = Ryu_\tau \quad (18)$$

式 (17)(18) に、局所等方性を仮定した乱流エネルギー k と壁面応力 u_τ の関係式を加えることで、 u_τ を導出することができる。

ω はエネルギー散逸率との関係式から導出する。

2.4 混合壁関数型モデル

壁から一層目の格子位置が、対数則の成立する y^+ の範囲より小さくなると、標準壁関数型モデルでは精度低下が懸念される。混合壁関数型モデル⁽¹⁾ は、対数則に基づく壁面応力と低レイノルズ数型モデルに基づく壁面応力を関数により混合することで精度向上を意図したモデルである。

混合壁関数型モデルによる、壁面での周波数 ω は次式から導出される。

$$\omega = \sqrt{\omega_{vis}^2(y_v^+) + \omega_{log}^2(y_l^+)} \quad (19)$$

ここで y^+ は y_v^+ と y_l^+ に再定義され、 y_l^+ は (18) 式であり、 y_v^+ は次式で定義される。

$$y_v^+ = \sqrt{u_p y_p Re} \quad (20)$$

y_p は壁から一層目のセル中心までの距離である。

$\omega_{vis}(y_v^+)$ は次式による。

$$\omega_{vis}(y_v^+) = \frac{15(u_\tau^{vis})^2 Re}{\beta_1 y_v^{+2}} \quad (21)$$

壁面応力 u_τ についても同様に、次式から導出する。

$$u_\tau(y^+) = \sqrt[4]{(u_\tau^{vis})^4 + (u_\tau^{log})^4} \quad (22)$$

ここで u_τ^{vis} は次式となる。

$$u_\tau^{vis} = \frac{u_p}{y_v^+} \quad (23)$$

u_τ^{log} 、 $\omega_{log}(y_l^+)$ は標準壁関数型モデルの値を使用する。

3. 計算対象及び計算条件

付加物として、平板に取り付けられたフィンを対象とした。フィンのスパン方向 b とコード方向 l のアスペクト比は $b/l = 1/100$ 、厚み t は $t/l = 1/5000$ とし、端部は厚みゼロとなるようテーパをつけたものとした。フィンが平板に取り付け、代表長さとして平板長さをとり、レイノルズ数は $R = 1.0 \times 10^6$ とし、流入迎角の有無を含めた干渉流れの比較を行なった。計算領域は、

$$-1.4 \leq x \leq 1.6, -1.0 \leq y \leq 0.0, -1.0 \leq z \leq 1.0$$

とし、フィンは長さ 0.2 で、フィン先端が平板と交差する位置を原点とした。

Fig.1 にフィン先端部近傍の計算格子の詳細を示す。フィンを長さ方向に 49 分割、幅方向に 13 分割し、前後端での長さ方向分割幅は $\Delta x = 1 \times 10^{-3}$ とし、スパン方向両端部の分割幅は $\Delta y = 1 \times 10^{-4}$ とした。

フィン及び平板での境界層方向最小格子間隔は、低レイノルズ数型乱流モデルでは 2.0×10^{-5} とし、 $y^+ \simeq 1.0$ となるよう設定した。平板及びフィンに壁関数型モデルを適用する場合、フィン表面の分割幅も考慮し、フィン及び平板とも 1.0×10^{-4} とした。フィンについて壁関数モデル、平板に低レイノルズ数モデルを適用する場合、それぞれに最小格子間隔を設定した。

3.1 迎角 0 度での比較

まず、流入迎角無 (0 度) の場合について、フィン周り流場等を比較した。Tab.1 にフィンの全抵抗値の比較を示す。無次元化は $0.5U^2L^2$ に基いている。流入迎角 0 度では摩擦抵抗が支配的であり、標準壁関数型モデルを適用した場合、全抵抗は低レイノルズ数型モデルより 4 程度大きくなる。混合壁関数型モデルの場合、低レイノルズ数型モデルの結果に近い値となることが分かる。

Fig.2 から Fig.4 にフィン先端よりフィン長さの 1/4 にあたる $x = 0.05$ 、フィン長さの半分にあたる $x = 0.1$ 、後

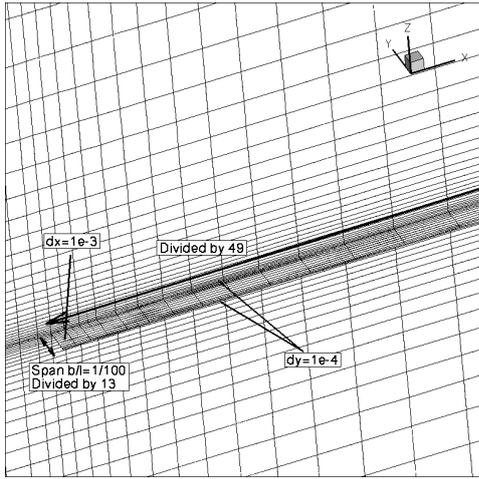


Fig. 1: Computational grid near fin fore edge

端付近の $x = 0.19$ での主流方向速度 (u) 分布及び面内ベクトル (v, w) の比較図を示す。低レイノルズ数型モデルと比較して、平板とフィンに標準壁関数型モデルを適用した場合 (Fig.2)、主流速度 u の分布は広がらず、面内速度ベクトル (v, w) は大きくなるのが分かる。平板に低レイノルズ数型モデル、フィンに標準壁関数型モデルを適用した場合 (Fig.3)、フィン表面付近に不自然な流れが見られ、フィン上下に二次流れを生じている。フィンに混合壁関数型モデルを適用した場合 (Fig.4)、主流速度 u の分布、面内速度ベクトルとも、低レイノルズ数型モデルと概ね一致する結果となることが分かる。

Tab. 1: Comparisons of total drag coefficient

Model	C_x
low Reynolds(low-Re)	2.94×10^{-6}
Wall Function(WF)	9.92×10^{-6}
low-Re+WF	1.28×10^{-5}
low-Re+Blending WF	3.09×10^{-6}

Fig.5 に、スパン方向中央部 ($y = -1.0 \times 10^{-3}$) 及び交差部付近 ($y = -1.0 \times 10^{-5}$) でのフィン表面摩擦速度 u_τ 分布を示す。スパン方向中央部では、いずれのモデルの結果も比較的一致しているが、交差部付近において、標準壁関数型モデルの摩擦速度は、低レイノルズ数型モデルより大きくなり、この差が、フィンの抵抗値の過大評価につながったものと考えられる。

速度分布と摩擦速度の関係を詳細に比較するため、スパン方向中央部 ($y = -1.0 \times 10^{-3}$) の $x = 0.05, 0.1, 0.19$ における、Tab.2 に示す摩擦速度に基く、無次元速度 u^+ 、壁からの無次元距離 y^+ の対数グラフを Fig.6 に示す。今回、壁関数型モデルで設定した壁方向最小格子間隔は y^+ で 2 ~ 4 となった。混合壁関数型モデルの速度プロファイルは低レイノルズ数型モデルと一致していることが分かる。

Tab. 2: u_τ using for y^+ and u^+

position	low-Re	WF	low-Re +WF	low-Re +BWF
$x = 0.05$	0.0371	0.0383	0.0385	0.0379
$x = 0.1$	0.0352	0.0348	0.0360	0.0358
$x = 0.19$	0.0344	0.0333	0.0347	0.0348

3.2 迎角 10 度での比較

次に、船体に取り付けたフィンに生じることが想定される、流入迎角 10 度を与えた条件で流場等を比較した。計算格子、計算条件は迎角 0 度の場合と同じとし、流入角のみ変化させる。Tab.3 にフィンの全抵抗と揚力の比較を示す。無次元化は $0.5U^2L^2$ に基づいている。流入迎角 10 度の全抵抗においても摩擦抵抗が支配的であり、標準壁関数型乱流モデルの全抵抗は、低レイノルズ数型乱流モデルより 4 倍程度大きくなる一方で、混合壁関数型モデルの抵抗値では 20% 程度の差となる。揚力においては圧力が支配的であり、いずれも 10% 程度の差となる。

Tab. 3: Comparisons of total drag and normal stress coefficient

Model	C_x	C_z
low Reynolds	3.02×10^{-6}	1.64×10^{-5}
Wall Function	8.63×10^{-6}	1.81×10^{-5}
low-Re+WF	1.16×10^{-5}	1.94×10^{-5}
low-Re+BWF	3.68×10^{-6}	1.88×10^{-5}

Fig.7 から Fig.9 に $x = 0.05, 0.1, 0.19$ での主流方向速度 (u) 分布及び面内ベクトル (v, w) の比較図を示す。迎角 0 度と比較し、フィン端部では主流方向の流速により巻き上げられ、上面交差部では下降流を生じ、上面上方及び下面交差部では旋回流を生じる。平板に低レイノルズ数型モデル、フィンに混合壁関数型モデルを適用した場合、他の壁関数型モデルの結果と比較し、主流方向速度分布が低レイノルズ数型モデルに近い結果を得られることが分かる。低レイノルズ数型モデルの結果と比較し、壁関数型モデルでは、フィン上面の端部付近でのベクトルの向きが異なる傾向を示す。混合壁関数型モデルの結果は、他の壁関数モデルと比較し、低レイノルズ数型モデルに近いことが分かる。

3.3 結言

付加物周り流れとして、平板にフィンを取り付けた状態について、壁関数型モデルによる流場を比較した結果、以下のことが言える。

- 流入迎角を有さない付加物周りの流れでは、混合壁関数型モデルにより、抵抗値、流場とも低レイノルズ数型モデルと同等の結果が得られる
- 付加物が流入迎角を有する場合、フィンに働く揚力は、圧力成分が支配的であり、壁関数型モデルでも、低レイノルズ数型モデルと同等の値が得られる
- 主物体 (船体等) に低レイノルズ数型モデル、付加物に壁関数型モデルを適用する場合、壁から一層目の格子間隔にもよるが、混合壁関数型モデルを適用する方がよい

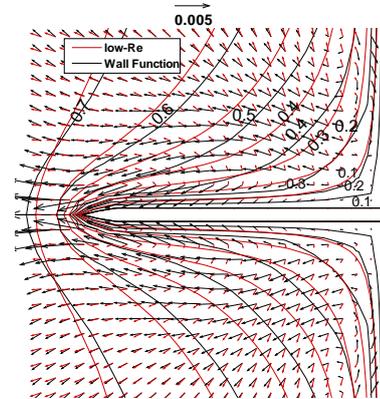
3.4 謝辞

本研究に使用した壁関数型モデルは、主著者が Ecole Centrale Nantes において開発したものであり、開発にあたり、モデルの詳細を議論いただいた Dr. Michel Visonneau を始めとする、研究室の皆様には謝意を表します。

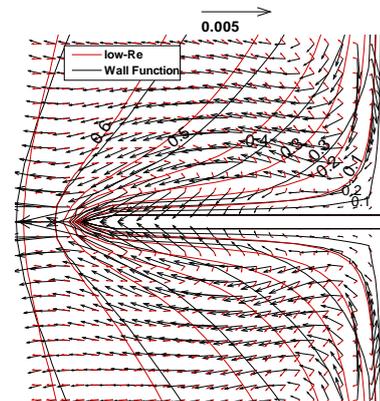
参考文献

- (1) Menter, F.R. et al., "Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model", Proc. 4th Int. Symp. on Turbulence, Heat and Mass Transfer, 2003

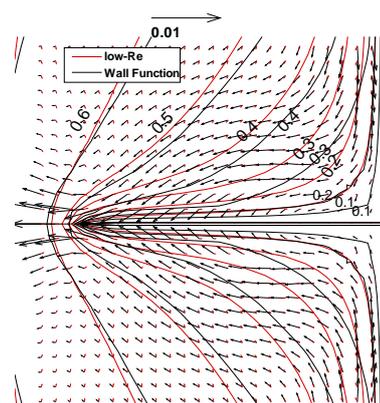
- (2) 大橋, 日野., “付加物周り流れへの壁関数型モデルの適用性について”, 第 24 回数値流体力学シンポジウム, 2010
- (3) Hino, T., “Navier-Stokes Computations of Ship Flows on Unstructured Grids,” Proc. of the 22nd Symp. on Naval Hydro., (1998)
- (4) Hino, T., “An Interface Capturing Method for Free Surface Flow Computations on Unstructured Grids,” J. of the Soc. Naval Archit. Japan , Vol.186 (2003), pp. 173-183.
- (5) Menter, F.R., “Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications,” AIAA Journal, 32(8), 1994, pp.1598-1605.



x=0.05



x=0.1



x=0.19

Fig. 2: Comparisons of velocity vector and contour with wall function

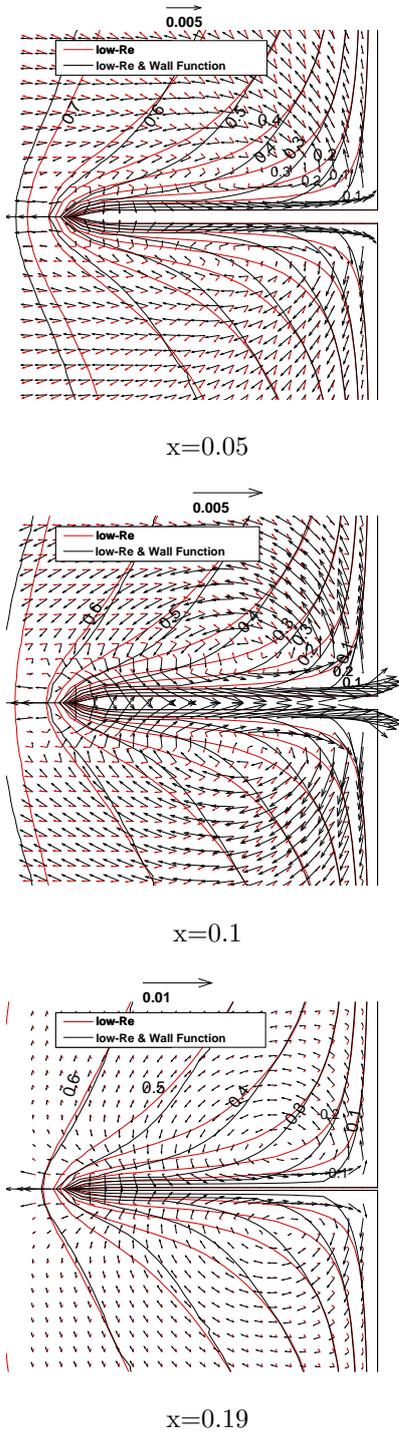


Fig. 3: Comparisons of velocity vector and contour with low-Re and wall function

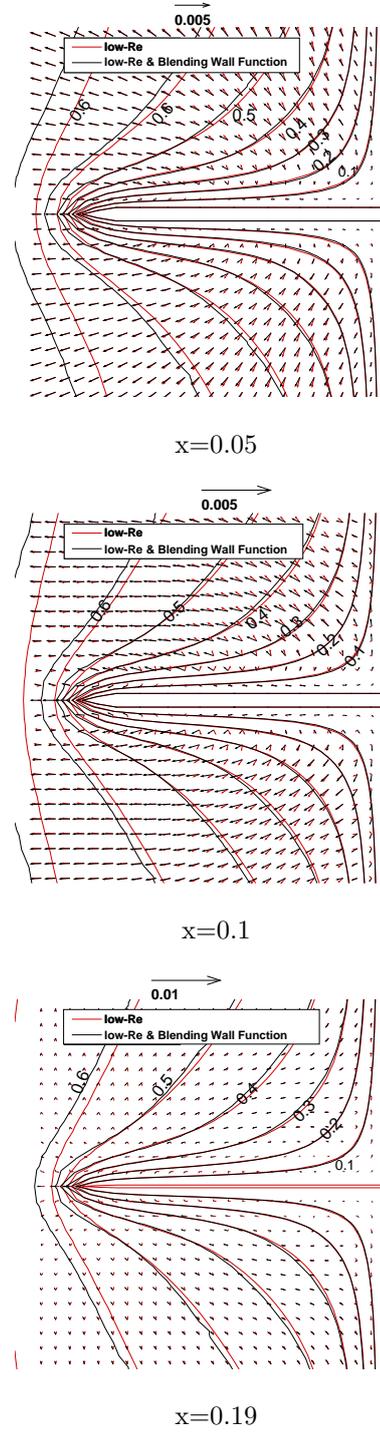


Fig. 4: Comparisons of velocity vector and contour with low-Re and blending wall function

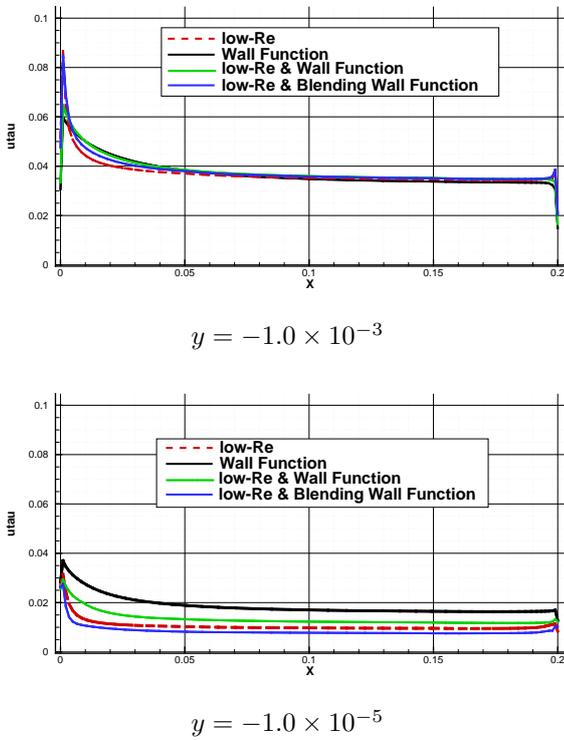


Fig. 5: Frictional velocity distribution on fin surface

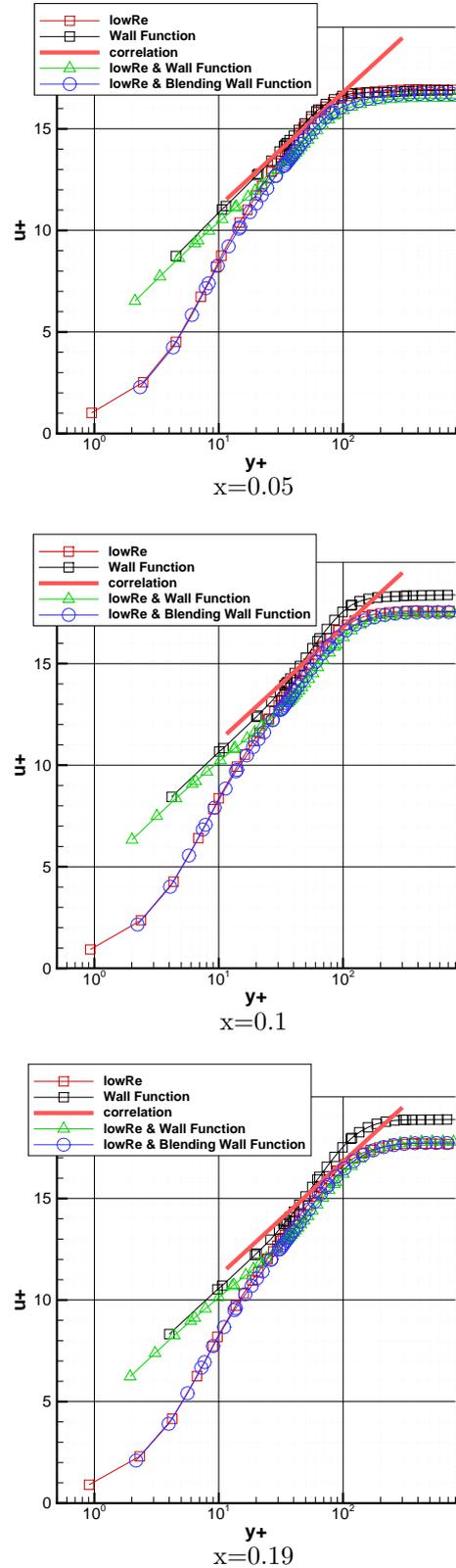
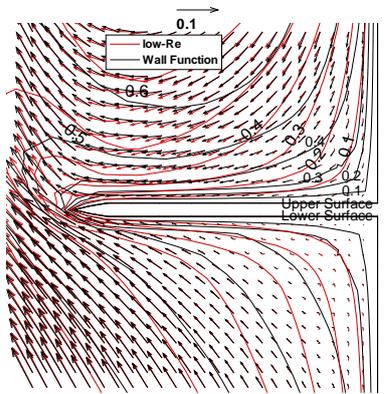
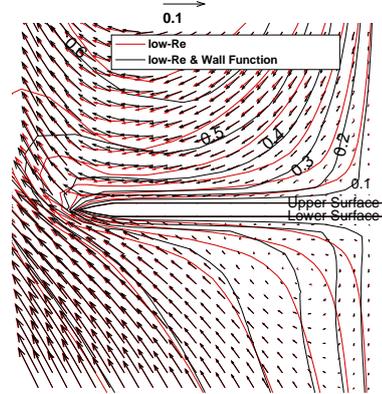


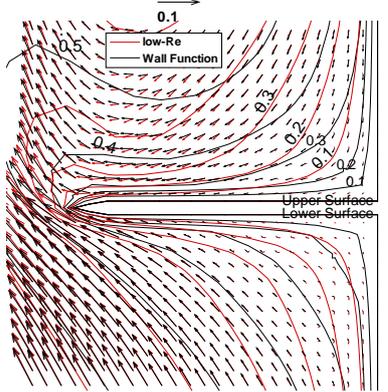
Fig. 6: Velocity distribution based on y^+ and u^+ at $y = -1.0 \times 10^{-3}$



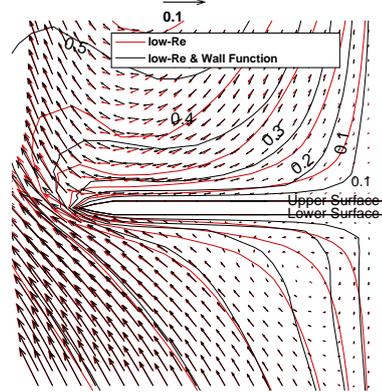
$x=0.05$



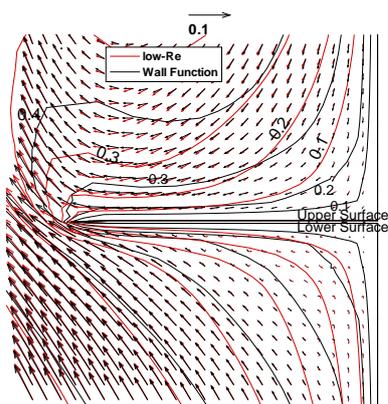
$x=0.05$



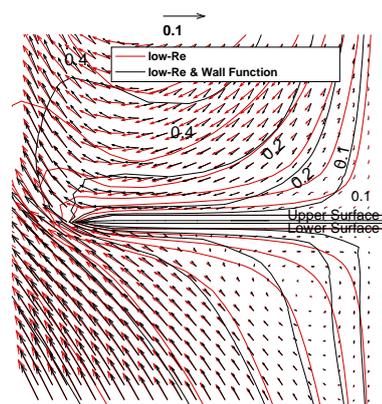
$x=0.1$



$x=0.1$



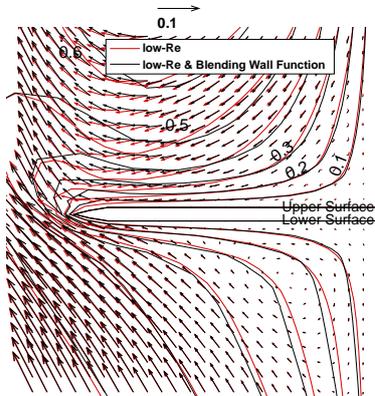
$x=0.19$



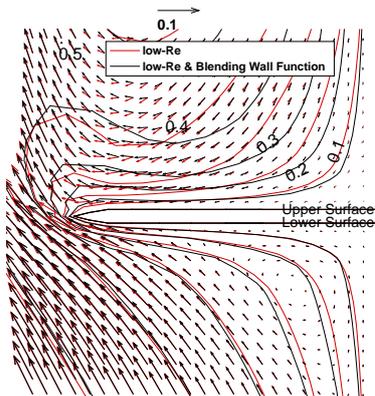
$x=0.19$

Fig. 7: Comparisons of velocity vector and contour with wall function

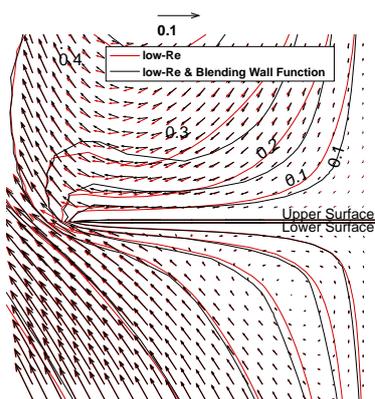
Fig. 8: Comparisons of velocity vector and contour with low-Re and wall function



$x=0.05$



$x=0.1$



$x=0.19$

Fig. 9: Comparisons of velocity vector and contour with low-Re and blending wall function