対向する 2 つの超音速噴流の干渉構造に関する DSMC 計算 DSMC Calculation on Interaction of Two Opposed Supersonic Jets

○村木 卓馬,名城大院,名古屋市天白区塩釜口 1-501

宇佐美 勝,名城大,名古屋市天白区塩釜口 1-501, <u>usamim@meijo-u.ac.jp</u>

近森 信孝, 名城大院(2013年3月修了)

Takuma MURAKI, Meijo University, 1-501 shiogamaguchi, tempaku-ku, Nagoya 468-8502, Japan Masaru USAMI, Meijo University

Nobutaka CHIKAMORI, (Meijo University)

Interaction of two opposed supersonic jets is investigated by the DSMC method with the intermolecular collision scheme,U-system, which allows large-cell network. In the scheme, velocity of one molecule of collision partners is modified according to their locations before and after a conventional collision calculation as if the two molecules are at the same location, so that an excellent result is expected even in a three-dimensional calculation using a coarse cell network.

1. 諸言

オリフィスあるいはノズルから真空中へ流出する超音速噴流は、 薄膜製造過程等における真空装置内への気体の導入、宇宙空間で のロケット推進装置、また火力発電所におけるボイラー内の伝熱 管のカーボン除去等で利用されるため、詳細な解析が望まれてい る. 円形オリフィスから流出する単一の超音速自由噴流は、オリ フィス上流の圧力が大きくなると衝撃波構造(垂直衝撃波,バレ ル衝撃波, 反射衝撃波)を持つようになり, これが超音速噴流を 特徴付ける大きな要素となっている. 直接シミュレーションモン テカルロ法 (DSMC 法)⁽¹⁾⁽²⁾は,それが適用できる圧力あるいは圧力 比に制約はなく、単一自由噴流の解析にはすでに広く用いられて いる. 本報告は、これを発展させ、向かい合って置かれた二つの 壁面に設けた円形オリフィスから、対向して流出する超音速噴流 の干渉構造をDSMC 法で詳細に再現する. 単一噴流の場合, 三次元 的に最も不安定なのは垂直衝撃波の前後である. なお、これに関 しては、Novopashin ら⁽³⁾によって定義された新たなレイノルズ数 $Re^* = \operatorname{Re}/\sqrt{p_0/p}$ (Re:オリフィス出口のレイノルズ数, p_n :上 流よどみ点圧力、p:下流背圧)が600を超えると噴流の軸対称 性が崩れるという報告がある. 今回は単一噴流の場合の垂直衝撃 波位置が、二つのオリフィスの中心に来るように二つの壁面間隔 の基準を定め、最初の解析を行う、次いでその間隔や圧力、圧力 比を変化させ、さらには噴流軸を変化させて、噴流干渉場の構造 がどのように変化するかを調査する.なお,DSMC法の分子間衝突 法にはセルを粗くしても解析が可能なU-system^{(4)~(7)}を使用した.

2. DSMC 法^{(1) (2)}

DSMC 法は計算機内に多数の分子の位置座標と速度成分を記憶 し、それら分子の「空間移動」と「分子間衝突」を微小時間ステ ップで分離して、交互に計算を繰り返すことにより流れ場を解析 する気体流の数値計算法である.元々は、希薄流の数値解析法と して開発されたが、計算機技術の発展により、今日では、分子流 から連続流まで適応できるようになっている.特徴として、計算 の発散といった不安定要素がなく、境界条件を与えやすいという 利点がある反面、流れ場の格子分割(セル分割)を平均自由行程 と同程度にしなければならず、とくに三次元計算では、計算時間 と記憶容量が膨大になるという問題点があった.セルを平均自由 行程と同程度にしなければならない理由は、分子間衝突の計算に おいて同一セル内に含まれる任意の分子二個を、その相対位置に 関係なく衝突ペアとして選択しているためである.その欠点を補 うため、最近、セル分割を粗くしても良好な結果が得られる衝突 計算法として U-system^{(4)~(7)}が、また、密度の高い状態でも計算 時間を短縮できる完全平衡法[®]が考案されている.

3. U-system $^{(4)} \sim ^{(7)}$

従来の分子間衝突法では、流れ場のセル分割を平均自由行程と 同程度にする必要があった.これは衝突計算において、同一セル 内に含まれる任意の分子2個を、その相対位置に関係なく衝突ペ アとして選択しているためである.一方、U-systemでは、流れ場 中のすべての分子がそれぞれの位置において、ある温度と流れ速 度を持つ局所平衡状態の速度分布関数(Maxwell 分布)に従うも のと仮定して、分子速度補正式を導いている.そして、衝突する 分子の位置に応じて、分布関数上で分子速度を補正したうえで分 子間衝突を行う.この方法により、格子内に含まれる任意の分子 が衝突ペアとして選ばれたとき、それが離れた位置にあっても、 あたかも同じ位置にあるかのように衝突計算をすることができ、 結果的に格子分割を細かくしたのと同様の効果が得られる.

4. 完全平衡法[®]

流れ場の密度が大きくなるにつれて分子間衝突の回数は増加し, 膨大な計算時間がかかるため DSMC 法の適用が困難になる.しか し,一方で,ある程度衝突を繰り返すと,計算格子内の分子の速 度分布は平衡状態になり,それ以上分子間衝突を行っても分布関 数に変化は生じなくなる.この性質を利用すれば,衝突を故意に 制御して計算格子内の分子速度を絶えず平衡状態に保つことによ り,比較的高密度の条件でも計算負荷を減らし,解析を容易にす ることができる.これが完全平衡法の考え方である.本計算では, オリフィスの上流における流れ場の計算にこの方法を適用し高速 化を図った.

5. 解析条件

円形オリフィスから流出後の噴流場(噴流干渉場)の計算領域 (Fig.1)は円筒状で、オリフィスの直径 は2.5[mm]、上流側圧力 500[Torr]、上流よどみ点圧力と下流背圧の比Φを100とした.二 つのオリフィスの間隔は、単一噴流の垂直衝撃波位置(圧力比Φ= 100のとき x/d=6.3~6.5付近)を単純に2倍した距離(Lx/d=12.8) を基準として解析した.さらに、オリフィス間隔、圧力、圧力比、 噴流軸を変えた場合の解析も行った.流れ場の格子分割は、密度 変化に対応させるために噴流軸下流方向に等比級数的に大きくな るセルとし、対向させる噴流側もそれと対称となるようなセルの 配置にした.半径方向についても同様に等比級数的に大きくなる ようにした.オリフィス壁面は温度 288[K]で分子衝突は拡散反射 とする.

本解析では、基準とする計算を、オリフィス間隔 Lx/d=12.8 (32[mm])、円筒直径 Ly/d(Lz/d)=10.7(26.8[mm])、上流よどみ点 圧力 p₀=500[Torr](Kn=3.14×10⁻⁵)とした(Fig.1).このときの オリフィス出口でのレイノルズ数は Re=23340(Re*=2334)であ る.そして、この条件に対して、オリフィス間隔を、基準間隔の 68.8%、84.4%、115.6%、131.3%と変化させた解析も行った.また、 上流よどみ点圧力を 50[Torr]、5[Torr]と変化させた場合(クヌ ッセン数 Kn は 3.14×10⁻⁴、3.14×10⁻³)と圧力比ф=50 に減少さ せた場合、さらには、噴流軸をずらした計算も行った.



6. 解析結果および考察

6.1 基準条件での噴流干渉

基準となる解析では、二つの噴流が干渉することによってできる半径方向の吹き出しに振動が見られた. Fig. 2 は、噴流干渉を3つの等密度面で示しており、暖色は密度の高い面で寒色は密度の低い面である(上流よどみ点の密度 ρ_0 で無次元化した密度 $\rho/\rho_0=0.014, 0.03, 0.05$). 同様に、Fig. 3 には3つのx方向速度成分の等速度面(-110, 110, 400[m/s])を示しており、暖色が噴流軸に対し正方向の速度、寒色が負方向の速度を表している. Fig. 4 は y=0 における x-z 平面の等密度線図を示し、(a) と(b)の異なる時間における変化の様子を示している. Fig. 5 は、Fig. 4 の等密度線図を横(z 軸方向)から眺めたものであり、Fig. 6 ではそれを斜めから眺めたもの(鳥瞰図)である.また、Fig. 7 には比較のために、同条件での単一噴流の結果を示した.

Fig.2では、2つの噴流が干渉し、その干渉から逃げるように円 盤状の吹き出しが見られる.その吹き出し部分の密度は半径方向 に変化し、噴流セルの周りに環をつくるように分布をしている. また、Fig.3から、x方向速度成分について正負の速度が交互に並 んでいることがわかる.そして、Fig.4の(a)と(b)それぞれにつ いて見ると、順流側の噴流セルと逆流側の噴流セルのバレルショ ック部の形状が非対称になっている.噴流セルの非対称性から垂 直衝撃波下流部の変化を導き、吹き出し部の振動が引き起こされ たと考えられる.なお、Fig.4では、(a)の順流側と(b)の逆流側 の形は似ているが、Fig.5あるいはFig.6で見ると、順流噴流と 逆流噴流の垂直衝撃波と反射衝撃波の密度変化は異なっているこ とが確認できる.

Fig.8は、振動の開始後、比較的長い時間(2.814×10⁻⁴(s))の 平均によって、噴流軸上の密度分布を片対数グラフに描いたもの で、同じ圧力比ф=100の単一噴流と比較している.対向噴流では、 垂直衝撃波の位置は干渉の影響によりオリフィスに近づく方向へ 移動する.今回の場合、単一噴流のおよそ 69.8%の位置となった. これは圧力比ф=50における垂直衝撃波とほぼ同位置である. Fig.9に、圧力比ф=50の単一噴流と比較したものを示す.オリフ ィスから流出後の密度減少の様子は、単一噴流のものと一致して おり、衝撃波部分の密度上昇量もおおよそ同じであることが見て 取れる. 垂直衝撃波において密度上昇した後の推移については多 少の違いはあるものの、どちらも p/po は 0.03 付近であることがわ かる. 今回の計算条件での対向噴流の干渉は、圧力比が 1/2 の単 一噴流に近い性質、密度変化を持つと考えられる.



Fig. 2 Jet-jet interaction fieldwith three isodensity surfaces $(\rho/\rho_0=0.014, 0.03, 0.05)$



Fig. 3 Jet-jet interaction field with three isovelocity surfaces (x velocity component -110,110,400[m/s])





Fig. 5 Density profile in x-z plane(y=0) viewed in the direction of z axis



Fig. 6 Density profile (bird's eye view) in x-z plane(y=0)



第27回数値流体力学シンポジウム

Fig. 7 Density profile of a single supersonic jet in x-y plane (z=0)



supersonic jets(time average) and asinglesupersonic jet



Fig. 9 Comparison of density profiles between two opposed supersonic jets (ϕ =100) and a single supersonic jet(ϕ =50)

6.2 オリフィス間隔の変化に伴う流れ場の変化

ここではオリフィス間隔(領域)を変更した場合について検討 し、それ以外の計算条件は、基準状態に準ずるものとする. (a)オリフィス間隔を基準の68.8%とした場合(Lx/d=8.8)

基準解析の流れ場からオリフィス直径4個分のセルを削除し, オリフィス間隔(領域)を基準条件の68.8%とした.このとき垂直 衝撃波の位置は x/d=3.5 となり,単一噴流の垂直衝撃波の位置 x/d=6.4 と比較するとおよそ55.6%となった.

Fig. 10 はこの条件で得られた密度等値線であるが、噴流干渉の 中心部に見られる半径方向への吹き出し部に振動は見られない. これは不足膨張波である二つの噴流に対し、その対向する距離を 小さくしたことにより、十分に膨張する前に干渉が生じてしまっ たためである.強制的に発生させられた垂直衝撃波により、流れ に自由度がなくなったため、順流側と逆流側に振動を生じるだけ の変化が表れなかったものと考えられる.なお、間隔が狭くなっ たため垂直衝撃波間に高い密度上昇がみられた.



Fig. 10 Density profiles of flowfield for the distance between two orifices Lx/d=8.8

(b) 基準間隔の84.4%とした場合(Lx/d=10.8)

基準解析の流れ場からオリフィス直径2個分のセルを削除し、 オリフィス間隔(領域)を基準条件の84.4%とした.このとき垂直 衝撃波の位置はx/d=3.9となり、単一噴流の垂直衝撃波の位置 x/d=6.4と比較するとおよそ61.9%となった.

Fig. 11 は、この条件で得られた密度等値線図である. 前述の(a) に比べ間隔が広くなっているため、垂直衝撃波間の密度上昇は小 さくなっているが、やはり振動は発生しなかった. また、バレル ショック部の形状に着目してFig. 10 とFig. 11 の真ん中の図を Fig. 4 と比較したとき、いずれの場合も、順流側と逆流側の噴流 形状に、基準解析(Fig. 4) ほどの大きな変化は見られなかった.



Fig. 11 Density profiles of flowfield for the distance between two orifices Lx/d=10.8

(c) 基準間隔の 115.6% とした場合(Lx/d= 14.8)

基準解析の流れ場に、セル(等比級数状分割のセル)を、オリフィス直径2個分の長さだけ追加し、オリフィス間隔(領域)を基準条件の115.6%とした.このとき垂直衝撃波の位置はx/d=4.7となり、単一噴流の垂直衝撃波の位置と比較するとおよそ74.6%の位置であった.

Fig. 12 はこの条件で得られた密度等値線図である. Fig. 12 の真 ん中の図を見ると、噴流の干渉によって生じる吹き出し部に振動 が生じ、流れが拡散しているのがわかる.また、噴流のバレルシ ョック部を見ると順流側と逆流側では形状が異なっており、基準 解析と同様の干渉が起きていると考えられる.そして、Fig. 12 の 下図と Fig. 5 と比較すると、基準解析の反射衝撃波の最大密度が およそp/p₀=0.08 であるのに対し、この解析では 0.06 となってい ることから干渉の影響が弱まっていることがわかる.



Fig. 12 Density profiles of flowfield for the distance between two orifices Lx/d= 14.8

(d) 基準間隔の 131.3%とした場合(Lx/d=16.8)

基準解析の流れ場に、セルを、オリフィス直径4個分の長さだけ追加し、オリフィス間隔(領域)を基準条件の131.3%とした.このとき垂直衝撃波の位置はx/d=5.0となり単一噴流の垂直衝撃波の位置 x/d=6.4と比較するとおよそ79.4%となった.

Fig. 13 は、この条件で得られた密度等値線図である. Fig. 13 の真ん中の図を見ると、前述の条件(c)よりも、半径方向への吹き 出し部の幅が広くなって拡散し、振動を生じていることがわかる. そして、この条件で特徴的なこととして、基準条件の場合や条件 (c)の場合と比べたとき、バレルショック部の形状に大きな変化は 無いが、吹き出し部の中心位置が噴流軸方向に前後する様子が見 られたことが挙げられる. Fig. 14 は、干渉の中心部(x/d=8.4)の 位置において、x方向速度成分の分布(U=-200~200[m/s])を順流 側から見たもので、その時間変化を示している.この図を見ると、 x方向速度は、正方向と負方向の速度が内側から外側に交互に並 んでおり、外側に向かって広がっていく様子が見られる.



Fig. 13 Density profiles of flowfield for the distance between two orifices Lx/d=16.8



Fig. 14 Time variation of x velocity component (U=-200~200[m/s]) in y-z plane(x/d=8.4)

(e) オリフィス間隔のまとめ

(a)~(d)の結果をまとめたものを Table 1 と Fig. 15 に示す. Table1は、それぞれの条件のオリフィス間隔(領域の大きさ)を、 圧力比φ=100の単一噴流の垂直衝撃波の位置(x_m = x/d=6.4) で 無次元化した値である. Table 1の4列目に示した値は, 干渉噴 流で生じた垂直衝撃波と同じ位置に、単一噴流で垂直衝撃波を発 生させるための圧力比を示したものである.対向干渉噴流の垂直 衝撃波で生ずる密度上昇は、この圧力比の単一噴流と同程度と予 測できる.また,Fig.15に,噴流軸上の密度変化をオリフィス間 隔別に示した. この結果から、干渉の影響がなくなり衝撃波の位 置が元の単一噴流と変わらなくなるのは4x "以上と予測できる. また、半径方向への吹き出しが振動するための条件は、間隔を2 x より広くとった場合であった.もし、この振動が噴流軸に垂直 な断面におけるテーラーゲルトラ型不安定に起因するものである と仮定でき、さらに、噴流干渉によって異なる圧力比の単一噴流 の性質が現れるとするならば、オリフィス間隔の変化によって、 乱れを発生しやすい単一噴流の圧力比の条件になったとき、噴流 干渉によって振動が発生するものと考えられる. しかし、これは φ=100のみの結果からの推測であるため、今後、さらに多くの 条件を解析して検討する必要がある.

Table 1 Locations of Mach disk by comparison with one in asingle supersonic jet of pressure ratio $\phi=100$

condition	distance between orifices	location of Mach disk	equivalent pressure ratio	oscillation due to jet-jet interaction
(a)	1.375	0.556	30.3	no
(b)	1.687	0.619	40.3	no
standard	2.000	0.698	46.2	yes
(c)	2.313	0.746	62.4	yes
(d)	2.625	0.794	76.2	yes



Fig. 15 Comparison of density profiles along jet axis between various distances between two orifices

6.3 上流圧力変化に伴う流れ場の変化

基準とした条件から、上流よどみ点圧力を 50[Torr]と 5[Torr] に減少させ(オリフィス出口でのレイノルズ数はRe = 2334 と 233), 圧力比は**φ**=100 として、基準結果との違いを調べた.

Fig. 16 に、上流よどみ点圧力 50[Torr]の密度等値線図を、 Fig. 17 に、5[Torr]の場合の結果を示す. 50[Torr]のときの干渉 の吹き出し部を見ると直線になっており、振動やうねりを全く生 じない結果となった.また、両噴流の垂直衝撃波に囲まれた部分 を見ても 500[Torr]のときほど大きな密度変化は生じておらず、 反射衝撃波の密度にも差異は見られなかった.最初に述べたよう

Copyright © 2013 by JSFM

に、Novopashin ら⁽³⁾が定義したレイノルズ数 Re*が 600 を超える と単一噴流の軸対称性が崩れると言われているが、今回の条件で は Re*=233 なのでこの条件に達していない、さらに、50[Torr] で圧力比**4**=100 の結果を,圧力比**4**=50 の単一噴流に相当するもの として Re*を求めても 330 となるので前述の条件は満たさない. そのため、各衝撃波および干渉部において乱れが生じなかったと 思われる.50[Torr]よりもさらに希薄となる5[Torr]の場合では、 垂直衝撃波の間の干渉領域にほとんど密度上昇が見られず、変化 の少ない流れ場になっている.



Fig. 16 Density profiles of flowfield with jet-jet interaction for upstream stagnation pressure of 50[Torr]



Fig. 17 Density profiles of flowfield with jet-jet interaction for upstream stagnation pressure of 5[Torr]

6.4 圧力比変化に伴う流れ場の変化

基準とした条件から,圧力比 ϕ =50 に変化させた.この場合の オリフィス間隔は、 ϕ =100のときと同様、 ϕ =50の単一自由噴流 の垂直衝撃波の生じる位置の2倍の位置の間隔(Lx/d=9.1)とした. また、その間隔から31%増加させた場合(Lx/d=11.9)の解析も行っ た.Fig.18にLx/d=9.1,Fig.19にLx/d=11.9の密度等値線図を 示す.

 ϕ =100 のときと比較すると噴流が小さくなり、半径方向への 吹き出しも、振動はしているが弱くなっている.また、振動周期 も遅くなった.Lx/d=9.1のときは垂直衝撃波の位置に変動は見ら れないが、Lx/d=11.9のときは、垂直衝撃波の位置が噴流軸方向 に前後に揺らぎ、半径方向への吹き出し部の中心位置も同様に揺 らいでいる.6.2節(d)でも吹き出し部の中心位置のゆらぎは見ら れたが、垂直衝撃波の位置も前後するのは今回の条件が初めてで ある.また、Lx/d=9.1では、瞬間的ではあるが ϕ =100に比べ、 反射衝撃波よりも垂直衝撃波の密度上昇が顕著になっていること が確認できた.



Fig. 18 Density profiles of flowfield with jet-jet interaction for ϕ =50 and Lx/d=9.1



Fig. 19 Density profiles of flowfield with jet-jet interaction for ϕ =50 and Lx/d=11.9

6.5 噴流軸をずらすことによる流れ場の変化

基準とした条件から,順流側のオリフィスの位置を+y方向に, 逆流側を-y方向にオリフィス直径1個分ずつずらした. このとき の圧力比は**φ**=100 とし,上流よどみ点圧力を 500[Torr]と 50[Torr]の場合の解析を行った. Fig. 20 に 500[Torr], Fig. 21 に 50[Torr]の密度等値線図を示す.

Fig. 20 を見ると, 噴流軸をずらしたことによって干渉の吹き出 しが斜めになっていることが確認できる. 吹き出し部は, 二噴流 の噴流軸が同軸であるときと同様に振動していた. そして, 特徴 的な点として, 干渉部の片側の噴流の反射衝撃波が他方の噴流を 押すことによって, 押された側の垂直衝撃波の密度が上昇し, 逆 に, 押す側の垂直衝撃波密度が減少する様子が見られた. しかし この状況は, すぐに, 押す側と押される側が逆転して状態も反転 し, 以後, これを繰り返す. また, そのときの最大密度を見ると, 反射衝撃波が他方の噴流を押したときに垂直衝撃波の密度上昇は

Copyright © 2013 by JSFM

0

第 27 回数値流体力学シンポジウム 講演番号 E03-3

反射衝撃波よりも顕著になった.

一方, 圧力を50[Torr]に減少した場合を見ると, 密度上昇は小 さくなったが, それ以外では500[Torr]の時とほとんど変わらな い結果となった.また,噴流軸が同軸のときは50[Torr]では振動 が見られなかったが, 軸をずらしたときは振動するということが 確認できた.



Fig. 20 Density profiles of flowfield with jet-jet interaction for upstream stagnation pressure of 500[Torr]



Fig. 21 Density profiles of flowfield with jet-jet interaction for upstream stagnation pressure of 50[Torr]

7. 結論

(1)二つの円形オリフィスの間隔を,単一自由噴流の垂直衝撃波 位置の2倍にとり,対向噴流干渉をDSMC法で再現したところ,噴 流干渉によって生じる半径方向の吹き出し部にうねりが発生して 振動することが確認できた.そのときに垂直衝撃波を生じる位置 は、単一噴流で圧力比を小さくしたときのものと一致し,垂直衝 撃波によって密度上昇が生じるまでの密度変化の経過も類似して いることから,噴流干渉によって異なる圧力比の性質が現れたと 考えることができる.

(2)オリフィス間隔を狭くしたとき,基準とした条件の結果に比 べて垂直衝撃波間の密度上昇が大きくなったが、噴流干渉による 半径方向への吹き出し部においてうねりや振動は見られなかった.

(3)オリフィス間隔を広くしたとき,垂直衝撃波の位置がオリフィスから遠ざかる方向に移動し,噴流干渉部の密度上昇は小さく

なったが、吹き出し部にうねりや振動は現れた.また、Lx/d=14.8 では順流側と逆流側で反射衝撃波やバレルショックが変化し、噴 流干渉による半径方向への吹き出しが大きく振動した.

(4)オリフィスの間隔を変化させると、単一噴流で考えた場合の 異なる圧力比の噴流特性が現れるが、垂直衝撃波の位置から逆算 した単一噴流の場合の圧力比が乱れを生じやすい条件となるなら ば、対向噴流干渉においても振動を生じるのではないかと考えら れる.

(5) 圧力比φ=50 に減少させた場合も、噴流干渉による半径方向 への吹き出しは振動するが、φ=100 のときに比べ、その振動は弱 くなり周期も遅くなることが確認できた.

(6) 二噴流の中心軸をずらしたとき,反射衝撃波が噴流軸方向に 前後し,それに伴って垂直衝撃波の密度が大きく変化することが 確認できた.

参考文献

- Bird, G.A., Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows, (1994), Clarendon.
- (2) 日本機械学会編,計算力学ハンドブック第Ⅲ巻(4.1 DSMC法の基礎),(2009), pp. 130-149,日本機械学会.
- (3) Novopashin, S. A and Perepelkin, A. L: Axial Symmetry Loss of a Supersonic Preturbulent Jet, Physics Letters A, 135-4, 5(1989), pp. 290-293.
- (4) 宇佐美・井村, 機論, B 編, 75-749 (2009), pp. 1-10.
- (5) Usami, M. and Nakayama, T., Rarefied Gas Dynamics, AIP Conference Proceedings, 663 (2003), pp. 374-381.
- (6) Usami, M. and Mizuguchi, K., Rarefied Gas Dynamics, AIP Conference Proceedings, 762 (2005), pp. 686-691.
- (7) 宇佐美, ながれ, 26-4 (2007), pp. 273-282.
- (8) 宇佐美ほか,日本流体力学会年会2010講演要旨集およびCD, (2010), p. 112.