第 27 回数値流体力学シンポジウム
講演番号 E10-2

埋め込み境界法と SA 乱流モデルに基づく壁関数を用いた定常流解析
Steady Flow Simulation using Immersed Boundary Method and Wall Function based on SA Turbulence model

○ 高橋悠一，東大院，東京都文京区本郷 7-3-1, 2008136238@mail.ecc.u-tokyo.ac.jp
今村太郎，東大工，東京都文京区本郷 7-3-1, timat@ mail.ecc.u-tokyo.ac.jp
Yuichi Takahashi, University of Tokyo, 7-3-1, Hongo, Bunkyo 113-8656, Japan
Taro Imamura, University of Tokyo, 7-3-1, Hongo, Bunkyo 113-8656, Japan

The purpose of this study is to develop a method which enables to simulate fully steady turbulent flow around complex geometries using Cartesian grid. An immersed boundary method is coupled with a wall function, so that highly clustered grid in wall normal direction which is necessary for turbulent flow simulation can be alleviated. This is essential when Cartesian grid is used because the grid can only be refined equally in all directions. The results from flow simulations around the flat plate show that turbulent boundary layer profile can be resolved with $y^+\approx 120$ at the first cell above the wall when the plate is oriented tangential to the grid. Also, the profile can be resolved with $y^+\approx 30$ when the plate is oriented 45° to the grid.

１．序論

航空機設計における数値流体力学（CFD）の利用頻度が高まる中で，計算時間の短縮化が大きな課題となっている．そのため格子生成にかかる時間は CFD の主要な問題の一つであり，直交格子法が近年再注目されている．直交格子法は，複雑な物体形状に対しても完全自動で格子生成が可能であるという利点を持ち，生成時間を大幅に短縮できる．

しかし直交格子法を乱流計算に利用する際には，格子数の大幅な増大が問題である．乱流境界層の解像には物体壁面近傍で格子を十分に細分化する必要があるが，壁面垂直方向のみに細かい格子を寄せられる物体適合格子に対し，直交格子は格子が等方的に分割される．その結果，物体適合格子の壁面垂直方向の格子幅と同等の格子幅を有する格子を直交格子で生成すると，例えば二次元平板乱流境界層の場合は物体適合格子と比較して 10 倍から 100 倍程度の格子数が必要である．この課題を克服するために，物体近傍にのみ物体適合格子を生成し直交格子と組み合わせる方法がある(1)．この方法は物体近傍に細かな格子を寄せられるが，物体形状が複雑になると格子生成が困難になり，格子生成の容易さという直交格子の最大の利点を損ねる．

直交格子のみを用いる方法で格子増大の問題を避けるために，境界層解像に必要な格子数を削減する手法が考案されている．壁関数（wall model, wall function）を用いる手法(2)(3)，偏微分方程式に基づく２層モデルによる手法(4)である．前者の手法では，理論的な境界層プロファイルを壁近傍で定義し，背面の直交格子とカップリングをする．後者の手法では，境界層方程式などの一次元の偏微分方程式を壁近傍で解く．これらの手法を文献(2)ではカットセル, 文献(3), (4)では埋め込み境界法と組み合わせて用いており，平板を用いた検証計算で境界層解像に必要な格子数を減らすことに成功している．しかし，摩擦抗力係数の推算精度や格子に対して傾けた平板における境界層の解像に関して課題があり，直交格子法に適した新しい乱流計算手法の開発が望まれている．

本研究では、複雑な物体形状周りにおける定常乱流の計算を可能とするために、直交格子に適した定常乱流計算手法を開発することを目的とする．乱流モデルには Spalart-Allmaras (SA) 乱流モデルを用い，SA 乱流モデルから導かれた壁関数(2)を壁近傍で定義する．壁関数とカットセルを組み合わせる文献(2)とは異なり，埋め込み境界法と組み合わせることで境界層解像に必要な格子数の増大を抑える．平板乱流境界層の速度分布や摩擦抗力係数の推算値を理論解と比較し，新しい乱流計算手法を検証する．また，壁関数の導入による必要格子数軽減の効果，物体壁面の格子に対する位置・角度の計算結果への影響を調べる．

２．数値計算法

2.1 圧縮性流体ソルバー

現在研究室で開発中の二次元圧縮性流体ソルバー(5)(6)に乱流モデルを組み込む．Tab. 1 に数値計算法をまとめる．

格子生成は四分木法を用いた直交格子法によって行う．ここでは Fig. 1 のように，格子を wall cell・body cell・fluid cell の３つの種類に分類する．wall cell は物体壁面に交差する格子，body cell・fluid cell はそれぞれ物体側・流体側の格子である．流体計算は fluid cell に対して行う．

Tab. 1 Numerical calculation method

Grid generation	Cartesian grid method
Governing equation	2-D compressible RANS equation
Turbulence model	Spalart-Allmaras turbulence model
Special discretization	Cell-centered finite volume method
Physical quantity gradient valuation	Green - Gauss Method
Inviscid flux valuation	SLAU scheme
Viscous flux valuation	α-Scheme
Time integration	LU-SGS method

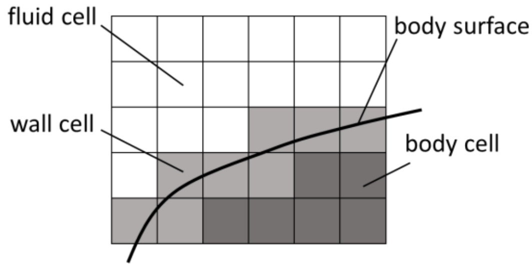


Fig. 1 Cell definition

支配方程式は，式(1)で表される二次元圧縮性 RANS 方程式を用いる．

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}+\frac{\partial\left(\mathbf{F}-\mathbf{F}_V\right)}{\partial x}+\frac{\partial\left(\mathbf{G}-\mathbf{G}_V\right)}{\partial y}=0 \quad (1)$$

$\mathbf{Q}$ は保存量ベクトル $\mathbf{Q}=(\rho,\rho u,\rho v,e)^{\mathrm{T}}$ で，ρ は密度，(u,v) はそれぞれ x 方向, y 方向の速度成分, e は全エネルギーを表しており，それぞれレイノルズ平均が施されている．$\mathbf{F}$，$\mathbf{G}$ はそれぞれ x 方向，y 方向の非粘性流束，$\mathbf{F}$v，$\mathbf{G}$v はそれぞれ x 方向，y 方向の粘性流束で，式(2)，式(3)のように表される．

$$\mathbf{F}=\begin{pmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ (e+p)u\end{pmatrix},\qquad \mathbf{G}=\begin{pmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ (e+p)v\end{pmatrix} \tag{2}$$

$$\mathbf{F}_v=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{xx}\\ \tau_{xy}\\ u\tau_{xx}+v\tau_{xy}-q_x\end{pmatrix},\quad \mathbf{G}_v=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{yx}\\ \tau_{yy}\\ u\tau_{xy}+v\tau_{yy}-q_y\end{pmatrix} \tag{3}$$

ここで，粘性応力とレイノルズ応力の和である全応力と，乱流熱流束は以下のように表される．ただし，μ は分子粘性係数，μ_t は渦粘性係数，Pr はプラントル数，Pr_t は乱流プラントル数，M_∞ は一様流マッハ数，Re はレイノルズ数である．

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= \frac{2}{3}\frac{M_\infty}{Re}(\mu+\mu_t)(2u_x-v_y)\\ \tau_{xy}=\tau_{yx} &= \frac{M_\infty}{Re}(\mu+\mu_t)(u_y+v_x)\\ \tau_{yy} &= \frac{2}{3}\frac{M_\infty}{Re}(\mu+\mu_t)(2v_y-u_x)\end{aligned} \tag{4}$$

$$\nabla q=\left(\frac{\mu c_p}{Pr}+\frac{\mu_t c_p}{Pr_t}\right)\nabla T \tag{5}$$

乱流モデルには, 式(6)で表される SA 乱流モデル(Spalart-Allmaras turbulence model)[7]を用いる．変数 $\tilde{\nu}$ は，渦粘性係数 μ_t と式(7)のような関係が成り立つ．

$$\frac{\partial}{\partial t}(\tilde{\nu})+\frac{\partial}{\partial x_j}(u_j\tilde{\nu})=\frac{1}{\sigma}\frac{\mathrm{M}_\infty}{\mathrm{Re}}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left((\nu+\tilde{\nu})\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right)+c_{b2}\left(\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right)^2\right]$$
$$+\mathrm{Production}+\mathrm{Destruction} \tag{6}$$

$$\mu_t=\rho\tilde{\nu}f_{v1}\quad(\tilde{\nu}\ge 0),\quad f_{v1}=\frac{\chi^3}{\chi^3+C_{v1}{}^3},\quad \chi=\frac{\tilde{\nu}}{\nu} \tag{7}$$

また，Production と Destruction は式(8)から(12)で表される．d は壁面からの距離を表す．

$$\mathrm{Production}=C_{b1}\tilde{S}\tilde{\nu} \tag{8}$$

$$\mathrm{Destruction}=C_{w1}\frac{M_\infty}{Re}f_w\frac{\tilde{\nu}^2}{d^2} \tag{9}$$

$$\bar{S}=\frac{M_\infty}{Re}\frac{\tilde{\nu}f_{v2}}{\kappa^2 d^2},\ S=\left|\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right|,\ \tilde{S}=S+\bar{S} \tag{10}$$

$$f_{v2}=1-\frac{\chi}{1+\chi f_{v1}},\qquad f_w=g\left(\frac{1+C_{w3}{}^6}{g^6+C_{w3}{}^6}\right)^{1/6} \tag{11}$$

$$g=r+C_{w2}\left(r^6-r\right),\quad r=\frac{M_\infty}{Re}\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 d^2} \tag{12}$$

各パラメータは以下の通りである．

$$C_{b1}=0.1355,\quad \sigma=2/3,\quad C_{b2}=0.622,\quad \kappa=0.41$$
$$C_{w1}=C_{b1}/\kappa^2+(1+C_{b2})/\sigma,\quad C_{w2}=0.3,\quad C_{w3}=2,$$
$$C_{v1}=7.1$$

離散化はセル中心有限体積法を用い，非粘性流束，粘性流束の評価はそれぞれ SLAU scheme[8]，α-scheme[9][10]によって行う．時間積分には LU-SGS 法[11][12]を用いる．

物体壁面は埋め込み境界法によって取り扱う．壁関数とのカップリングを行うことで乱流境界層解像に必要な格子数の軽減を行う．詳細は次節に示す．

2.2 壁関数のカップリング方法

有限体積法では, 各セル境界面を通過する流束をその境界面を共有するセルの物理量から評価を行う．wall cell とそれに隣接する fluid cell の境界面での流束を求める場合は，wall cell または境界面における物理量を境界条件として与える必要がある. 本研究では, 埋め込み境界法と壁関数を用いて境界面の中心における物理量を与える．以下にその手順を示す．

まず Fig. 2 のように，wall cell と fluid cell の境界面中心（点 0）を通るような物体壁面の法線上に，Forcing point（点 F）を定義する．物体壁面から点 0，点 F までの距離をそれぞれ y_0，y_F とし，$y_F=1.5\Delta x_{min}$ (Δx_{min} は最小格子幅)とする. y_F は点 F が fluid cell 内に位置するように, 最小格子幅の対角線長さより長く定義した[2]．点 0 における各物理量は，点 F の物理量を用いて以下に示す方法で与えられる．なお点 F の物理量 q_F (ρ_F, u_F, v_F, p_F) は，点 F が存在する格子中心における物理量 q_{Fc} とその勾配 ∇q_{Fc} から式(13)ように計算する．ここで，$\mathbf{d}$ はセル中心から点 F に向かうベクトルを表す．

$$q_F=q_{Fc}+\nabla q_{Fc}\cdot\mathbf{d} \tag{13}$$

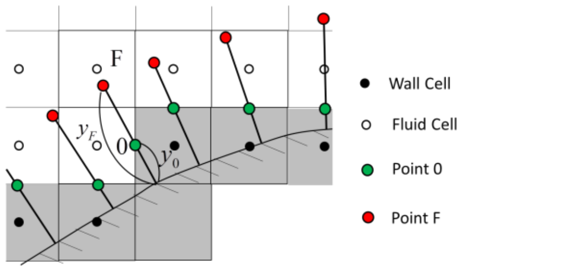


Fig. 2　Definition of point F and point 0

物体壁面に平行な速度成分 $u_{/\!/}$ は，壁関数より求める．計算方法の概略を Fig. 3 に示す．壁関数には SA 乱流モデルから導かれた SA wall model[2]を用いる．SA wall model は以下の式(14)で表され，壁法則に一致する関数である．

$$\begin{aligned}&u^+(y^+)\\ &=\bar{B}+C_1\log\left(\left(y^++a_1\right)^2+b_1{}^2\right)-C_2\log\left(\left(y^++a_2\right)^2+b_2{}^2\right)\\ &\quad -C_3 Arctan\left(y^++a_1,b_1\right)-C_4 Arctan\left(y^++a_2,b_2\right)\end{aligned} \tag{14}$$

ここで，$y^+=yu_\tau/\nu$，$u^+=u_{/\!/}/u_\tau$ である．y は物体壁面からの距離，ν は動粘性係数，$u_{/\!/}$ は物体壁面に平行な速度成分，u_τ は摩擦速度を表す．また，各定数は以下の通りである．

$$\bar{B}=5.033390879605579$$
$$a_1=8.14822158004245\qquad a_2=-6.928709384022945$$
$$b_1=7.460087608327945\qquad b_2=7.46814579001841$$
$$c_1=2.549677353754747\qquad c_2=1.330165158835228$$
$$c_3=3.59945910932379\qquad c_4=3.639753186684494$$

任意の点において，適切な摩擦速度 u_τ を与えれば y^+ と u^+ は式(14)

を満たす．またそのような u_τ は一意に定まる．このことを利用して，点 F での壁面に平行な速度成分 $u_{/\!/F}$ と壁面・点 F 間の距離 y_F が式(14)を満たすように u_τ を決めることができる．u_τ に任意の初期値を代入して点 F での u^+, y^+ (u_F^+, y_F^+)（式(15)）を計算し，Newton Iteration により u_F^+，y_F^+ が(14)式を満たすような u_τ を求める．

$$y_F^+ = y_F u_\tau / \nu_F , \qquad u_F^+ = u_{/\!/F} / u_\tau \tag{15}$$

求めた摩擦速度 u_τ と壁関数を用いて，点 0 での速度 $u_{/\!/0}$ は以下のように評価できる．

$$u_{/\!/0} = u_0^+ \cdot u_\tau = u^+\left(y_0^+\right) \cdot u_\tau \tag{16}$$

$$\left(y_0^+ = y_0 u_\tau / \nu_0 , \quad u_0^+ = u_{/\!/0} / u_\tau \right)$$

また, 求めた摩擦速度 u_τ は $u_{/\!/}$ の法線方向の勾配 $(\partial u_{/\!/}/\partial y)_0$ の評価にも使うことができる．まず点 0 における壁関数の勾配を式(17)のように計算し，u_τ を用いて速度勾配 $(\partial u_{/\!/}/\partial y)_0$ を式(18)のように求める．

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial u^+}{\partial y^+}\right)_0 &= C_1 \frac{2\left(y_0^+ + a_1\right)}{\left(y_0^+ + a_1\right)^2 + b_1^2} - C_2 \frac{2\left(y_0^+ + a_2\right)}{\left(y_0^+ + a_2\right)^2 + b_2^2} \\ &\quad + C_3 \frac{b_1}{\left(y_0^+ + a_1\right)^2 + b_1^2} + C_4 \frac{b_2}{\left(y_0^+ + a_2\right)^2 + b_2^2}\end{aligned} \tag{17}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_0 = \frac{u_\tau^2}{\nu}\left(\frac{\partial u^+}{\partial y^+}\right)_0 \tag{18}$$

壁面に垂直な速度成分 $u_{\perp 0}$ は，点 F での値 $u_{\perp F}$ の線形内挿で与える．

$$u_{\perp 0} = \left(y_o / y_F\right) \cdot u_{\perp F} \tag{19}$$

圧力 p は点 F と等しい値を与える．密度は Crocco-Busemann の式から温度を求めた後に，状態方程式から求める．

$$p_0 = p_F \tag{20}$$

$$T_0 = T_F + \frac{\gamma}{2}(\gamma - 1)\left(u_F^2 - u_{/\!/0}^2\right), \qquad \rho_0 = \gamma p_0 / T_0 \tag{21}$$

さらに wall cell に隣接する fluid cell について，$u_{/\!/}$ の法線方向の勾配を Green-Gauss Method の計算結果から壁関数で与えられる勾配に置き換える．セル中心と壁面の距離，セルでの壁に平行な速度成分から，(17)式，(18)式を用いて速度勾配を求めればよい．

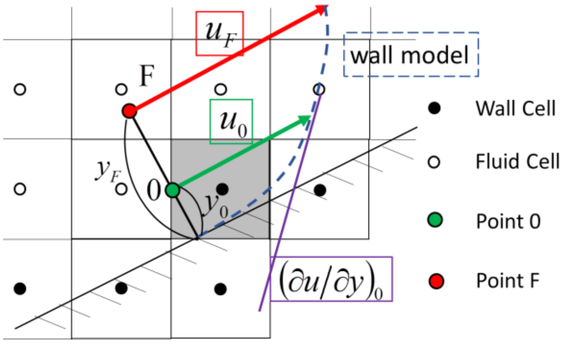


Fig. 3 Illustration of velocity computation at point 0 using wall model

渦動粘性係数 ν_t についての混合長モデル[13][14]（式(22)）を用いて $\tilde{\nu}$ を評価する．ここで，$\kappa = 0.4$，$A^+ = 25$，$\tilde{S}$ は歪み速度の大きさを表す．この式は LES 解析で壁面近傍を表現するのに多く用いられる. 本研究も粗い格子の計算では対数領域以上の領域のみに格子が存在するため, この式を用いて壁面近傍の渦粘性を表す．$\tilde{\nu}$ と ν_t は式(7)を変形した式(23)のような関係が成り立つ．そこで，式(23)を χ の ν_t/ν についての近似関数（式(24)）に書き改めることで，混合長モデルによって得られた ν_t から直接 $\tilde{\nu}$ を計算する．

$$\nu_t = (\kappa y)^2 \left|\tilde{S}\right| D, \qquad D = \left[1 - \exp\left(-y^+/A^+\right)^3\right] \tag{22}$$

$$\frac{\nu_t}{\nu} = \frac{\chi^4}{\chi^3 + C_{v1}{}^3}, \qquad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \tag{23}$$

$$\chi = \begin{cases} 4.39\left(\dfrac{\nu_t}{\nu}\right)^{0.2509} & \left(0 < \dfrac{\nu_t}{\nu} < 0.2\right) \\ -0.0168\left(\dfrac{\nu_t}{\nu}\right)^4 + 0.213\left(\dfrac{\nu_t}{\nu}\right)^3 - \left(\dfrac{\nu_t}{\nu}\right)^2 & \\ \qquad + 2.91\left(\dfrac{\nu_t}{\nu}\right) + 2.52 & \left(0.2 \le \dfrac{\nu_t}{\nu} < 5.0\right) \\ 0.0075\left(\dfrac{\nu_t}{\nu}\right)^2 + 0.651\left(\dfrac{\nu_t}{\nu}\right) + 4.79 & \left(5.0 \le \dfrac{\nu_t}{\nu} < 20\right) \\ \dfrac{\nu_t}{\nu} & \left(20 \le \dfrac{\nu_t}{\nu}\right) \end{cases} \tag{24}$$

以上のように，wall cell の境界面では壁関数と混合長モデルを用いて速度と渦粘性をそれぞれ評価し，fluid cell における RANS 計算とカップリングをする．このとき摩擦速度 u_τ を正しく計算できるように点 F は対数領域内に位置させる必要があり，これが格子幅を設定する際の制約となる[2]．また，壁関数は物体外部 ($y>0$) でのみ使用可能であるが，本研究では境界条件の定義点を fluid cell と wall cell の境界面中心にすることでこの条件を満たしている．

3．検証計算

Figure 4 に示される長さ 2 の平板周りの流れ場を解析する．乱流境界層の速度分布・摩擦抗力係数分布を理論解と比較し，乱流境界層の解像に必要な格子数を調べる. さらに物体壁面の格子に対する位置・角度を変化させ，境界層プロファイル・摩擦抗力係数の計算結果への影響を調べる．

計算条件を Tab. 2 に示す．レイノルズ数を 1.0×10^6，マッハ数を 0.2，迎角を 0 (deg)とする．レイノルズ数の代表長さは，コード長の半分の 1 とする．

物体壁面の格子に対する位置は，Fig. 5 に示されるように fluid cell・wall cell の境界面と物体壁面の y 方向の距離 d で表す．角度は，Fig. 6 の θ で表す．d と θ がともに 0 のとき，fluid cell・wall cell の境界面と物体壁面は完全に一致し，物体壁面に沿った格子となる．Fig. 7 に計算格子の一例を示す．

Tab.2 Computational condition for flow simulation

Reynolds number	1.0×10^6
Mach number	0.2
Angle of attack (deg)	0

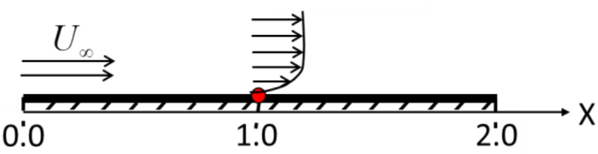


Fig. 4 Illustration of flow simulation around the flat plate

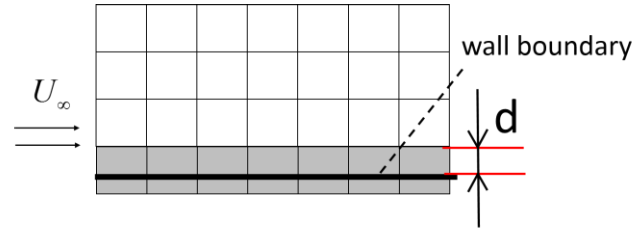


Fig. 5　Definition of “d”

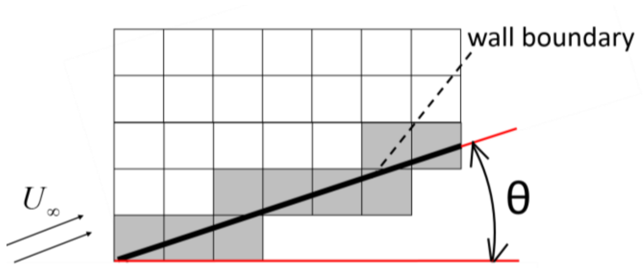
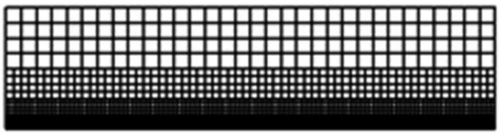
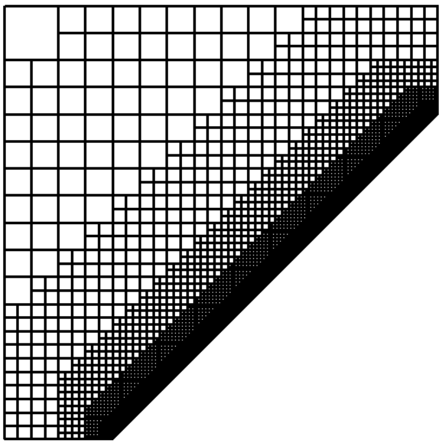


Fig. 6　Definition of “θ”



(a)　$\theta = 0$ (deg)



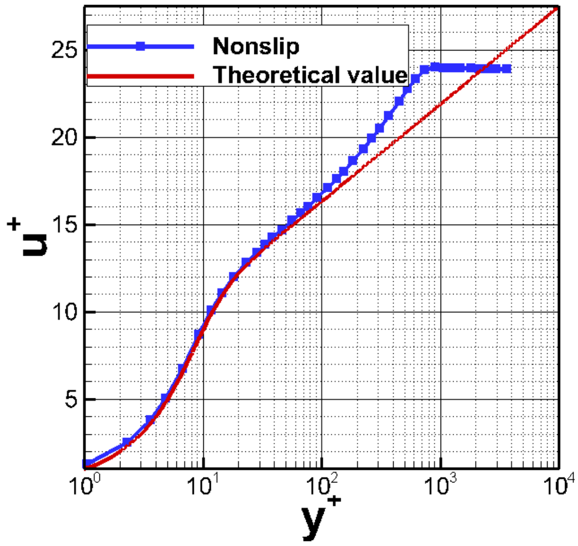
(b)　$\theta = 45$(deg)

Fig. 7　Computational grid

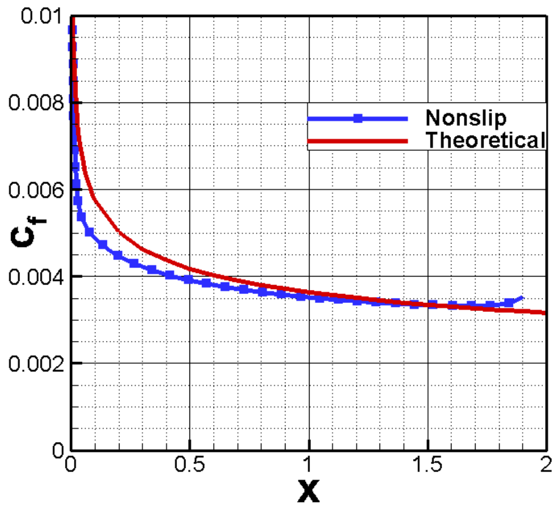
3. 1　すべりなし条件のみによる計算

壁関数を使わずに通常のすべりなし条件で計算を行い，RANS 計算の妥当性を検証する．物体適合格子で乱流計算を行う場合には，一般に物体壁面から一点目のセルにおける y^{+}は 1 に設定する．そこで本計算でも一点目における y^{+}が物体適合格子と同程度の 1.05 になるように，最小格子幅を $3.05{\times}10^{-5}$（格子細分化レベル 16）とする．$d{=}\theta{=}0$ とし，格子と壁面を一致させる．

Figure 8 に，$x{=}1.0$ における乱流境界層速度分布と $0{<}x{<}2$ における摩擦抗力係数を理論解と比較した結果を示す．速度分布・摩擦抗力係数分布ともに理論解と一致する．よって物体適合格子と同程度まで格子細分化を行えば壁関数なしで定常乱流計算が可能であり，RANS 計算は妥当である．ただしこのときの格子数は 54 万点であり，計算容量・計算時間の観点から格子数を抑える必要性がある．



(a)　Velocity profile at x=1.0



(b)　Skin friction coefficient

Fig. 8　Flow simulation around the flat plate without wall model, compared with theoretical value

3. 2　壁関数を導入した計算

壁関数を導入して計算を行う．最小格子幅を壁関数を用いない場合に対して 2 倍，4 倍，16 倍，64 倍に変化させ，格子数をどこまで抑えられるかを調べる．物体壁面の格子に対する位置 d は 0，$0.5\,\Delta x_{min}$，Δx_{min} (Δx_{min} は最小格子幅)の 3 通り，角度 θ は 0，45(deg)の 2 通りに変化させる．

(1)　格子を壁面に一致させた場合の計算

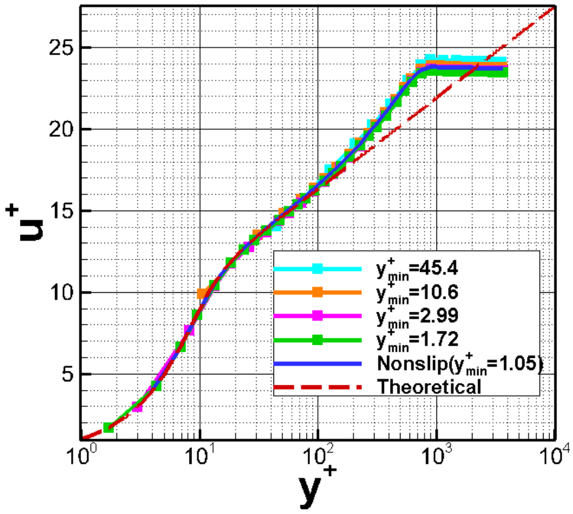
各最小格子幅での格子数，細分化レベル，壁から一点目における y^{+}を Tab. 3 にまとめる．

Tab. 3　Characteristics of the computational grid around the flat plate

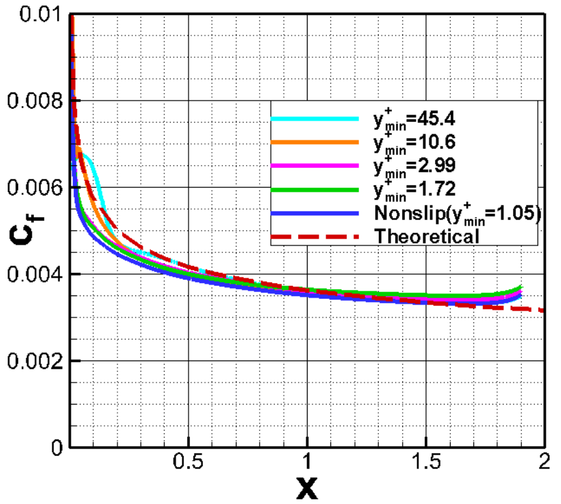
Minimum grid size	Number of cells	Refinement level	y^{+} at the first cell above the wall
$1.95{\times}10^{-3}$	8320	10	45.4
$4.88{\times}10^{-4}$	42880	12	10.6
$1.22{\times}10^{-4}$	135040	14	2.99
$6.10{\times}10^{-5}$	270208	15	1.72

計算結果を理論解とすべりなし条件での結果と比較したものを Fig. 9 に示す．凡例の y^{+}_{min} は壁から一点目における y^{+}を表す．速度分布，摩擦抗力係数分布ともに最も粗い格子でも理論解・す

べりなし条件での結果と一致する．物体適合格子の計算での一点目の y^+は 1 程度であるが，壁関数を導入することで y^+=45 でも乱流境界層を解像可能である．このとき摩擦速度を評価する点 F での y^+は 128 で，粘性低層の外でも対数領域内であれば正しく摩擦速度を評価できる．細分化のレベルは 6 下げられており，格子数を 1 万点以下まで抑えられる．



(a) Velocity profile at x=1.0



(b) Skin friction coefficient

Fig. 9 Mesh convergence study for flow simulation around aligned flat plate using wall model, where d=0.0, compared with theoretical value and result without wall model

(2) 壁面を y 方向に動かした場合の計算

物体壁面の格子に対する位置を 0.5 Δx_{min}， Δx_{min} と変化させて計算を行う．最小格子幅は壁面と格子が一致した場合と同様に設定する．各最小格子幅での壁から一点目における y^+を d=0.5 Δx_{min} と Δx_{min} それぞれの場合でまとめたものを Tab. 4， Tab. 5 に示す．

各格子幅について同様の計算を行った結果を Fig.10， Fig11 に示す．速度分布，摩擦抗力係数分布ともに最も粗い格子でも理論解・すべりなし条件での結果と一致する．一点目の y^+が 120 程度であっても境界層を解像可能である．

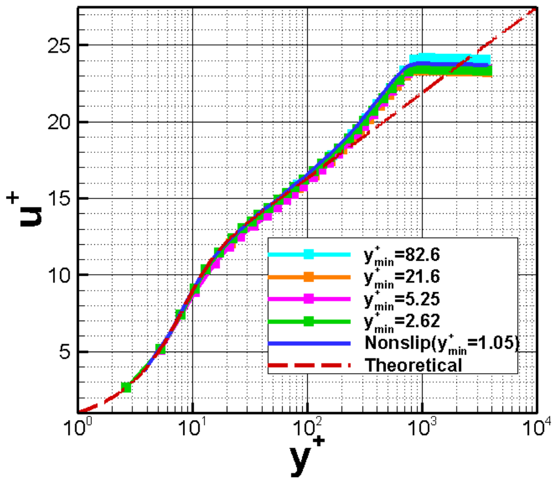
以上の θ=0(deg)の結果から，物体壁面と格子が同一方向の場合，格子が物体壁面から 1 セル分離れた場合でも乱流境界層を解像可能である．このとき壁面から一点目の y^+は 120 程度でよく，格子数軽減の効果が現れている．

Tab. 4 y^+ at the first cell above the wall in each minimum grid size, where d is 0.5 Δx_{min}

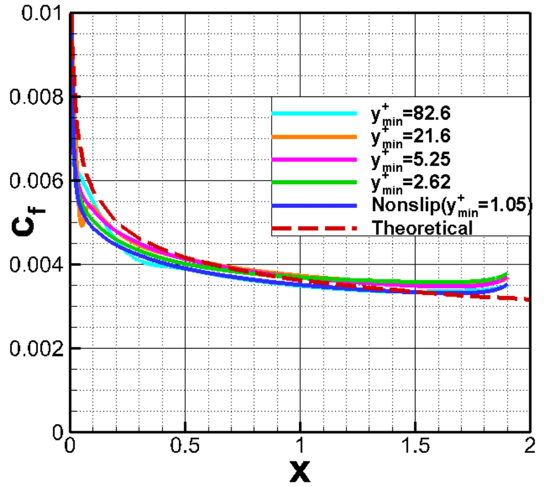
Minimum grid size	y^+ at the first cell above the wall
1.95×10^{-3}	124
4.88×10^{-4}	32.1
1.22×10^{-4}	7.88
6.10×10^{-5}	3.93

Tab. 5 y^+ at the first cell above the wall in each minimum grid size, where d is Δx_{min}

Minimum grid size	y^+ at the first cell above the wall
1.95×10^{-3}	123
4.88×10^{-4}	31.4
1.22×10^{-4}	7.79
6.10×10^{-5}	3.86

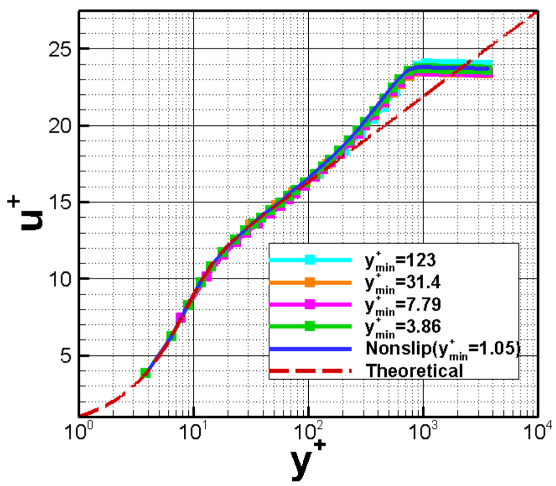


(a) Velocity profile at x=1.0

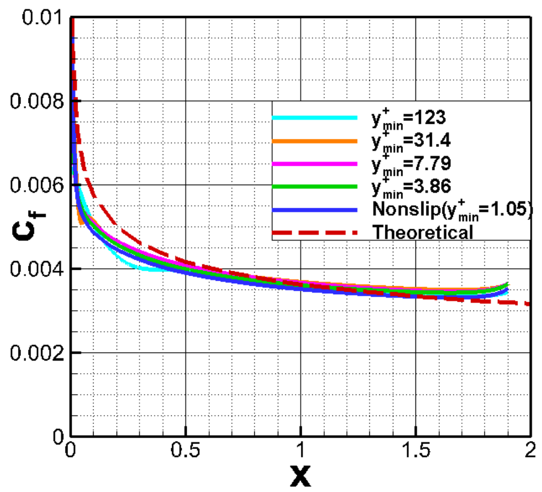


(b) Skin friction coefficient

Fig. 10 Mesh convergence study for flow simulation around aligned flat plate using wall model, where d=0.5 Δx_{min}, compared with theoretical value and result without wall model

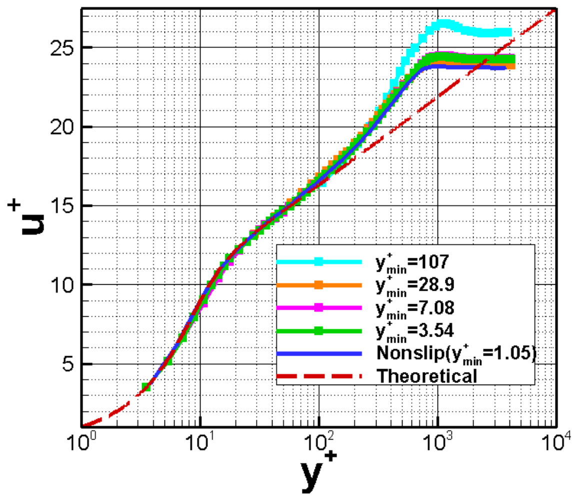


(a) Velocity profile at x=1.0

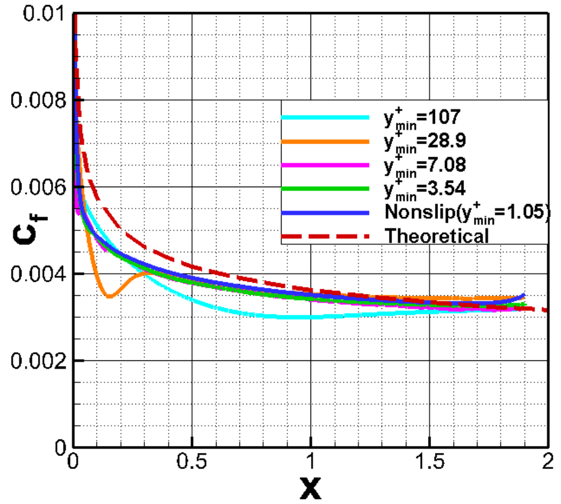


(b) Skin friction coefficient

Fig. 11 Mesh convergence study for flow simulation around aligned flat plate using wall model, where d= Δx_{min}, compared with theoretical value and result without wall model



(a) Velocity profile at x=1.0



(b) Skin friction coefficient

Fig. 12 Mesh convergence study for flow simulation around non-aligned flat plate using wall model, compared with theoretical value and result without wall model

(3) 壁面を格子に対して傾けた場合の計算

物体壁面を格子に対して 45 (deg) 傾けて同様の計算を行う．各最小格子幅での壁から一点目におけるy^+を Tab. 6 にまとめる．

計算結果を Fig. 12 に示す．一点目のy^+が 29 程度になるように格子を細分化すると，乱流境界層を解像できる．

Tab. 6 y^+ at the first cell above the wall in each minimum grid size, where θ is 45

Minimum grid size	y^+ at the first cell above the wall
1.95×10^{-3}	107
4.88×10^{-4}	28.9
1.22×10^{-4}	7.08
6.10×10^{-5}	3.54

4．結論

複雑な物体形状周りにおける定常乱流の計算を可能とするために、直交格子に適した定常乱流計算手法を開発した．埋め込み境界法に SA 乱流モデルから導かれた壁関数を組み合わせ，境界層解像に必要な格子数の増大を抑えた．

検証のために平板を用いた計算を行った．物体壁面と格子が同一方向の場合は壁から一点目のy^+が 120 程度で乱流境界層が解像可能であり，壁面を格子に対して傾けた場合でも一点目のy^+が 30 程度であれば乱流境界層を解像可能であった．

謝辞

本研究は科学研究費助成事業，若手研究（B）（基金）・23760767 に基づき実施された．ここに感謝の意を表す．

参考文献

(1) Delanaye, M., Aftosmis, M., Berger, M., Lin, Y., and Pulliam, T., “Automatic Hybrid-Cartesian Grid Generation for High-Reynolds Number Flows around Complex Geometries,” AIAA-99-0777, Jan, 1999.

(2) Berger, Marsha J., and Michael J. Aftosmis, “Progress Towards a Cartesian Cut-Cell Method for Viscous Compressible Flow,” AIAA-2012-1301, 2012.

(3) Lee, J.-D. and Ruffin, S. M., “Development of a Turbulent Wall-Function based Viscous Cartesian-Grid Methodology,” AIAA-2007-1326, 2007.

(4) Capizzano, F., “A turbulent Wall Model for Immersed Boundary Methods,” AIAA-2010-712. 2010.

(5) 今村太郎，神園仁志，高橋悠一，“航空機空力性能評価を目的とした直交格子法ベース流体ソルバーの開発，” 平成 23 年度航空宇宙空力班シンポジウム，2012 年 1 月.27 日.

(6) 神園仁志，今村太郎，“埋め込み境界法を用いた直交格子オイラーソルバーの改良，” 第 44 回流体力学講演会・航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2012.

(7) Spalart, P. and Allmaras, S., “A one equation turbulence model for aerodynamic flows,” AIAA-92-0439, 1992.

(8) Shima, E., "Parameter-free Simple Low-Dissipation AUSM-Family Scheme for All Speeds," *AIAA Journal* Vol. 49, No.8, August 2011, pp.1693-1709.

(9) Nishikawa, H., “Two Way to Extend Diffusion Schemes to Navier-Stokes Schemes: Gradient Formula or Upwind Flux,” AIAA -2-11-3044, 2011.

(10) Nishikawa, H., “Robust and Accurate Viscous Discretization via Upwind Scheme, I: Basic Principle,” *Computers and Fluids*, 2011.

(11) Jameson, A., Turkel, E., “Implicit Schemes and LU Decompositions,” *Mathematics of Computation*, 37, 156, pp. 385-397, 1981.

(12) Chakravarthy, S., and Osher, S., " Numerical experiments with the Osher upwind scheme for the Euler equations, AIAAPaper82-0975, 1982.

(13) Balaras, E., Benocci, C. and Piomelli, U., Two-layer approximate boundary conditions for large-eddy simulations. *AIAA J.* **34** (1996) 1111–1119.

(14) W. Cabot and P. Moin, "Approximate wall boundary conditions in the large-eddy simulation of high Reynolds number flow," Flow, Turbul. Combust. 63, 269 (2000).