

直交格子を用いた自由飛行物体まわりの流れの数値解析

Numerical Simulation for Flow around Free-Flying Object with Cartesian Mesh Solver

- 竹田裕貴, 岩大院, 岩手県盛岡市上田 4-3-5, E-mail : t2415026@iwate-u.ac.jp
上野和之, 岩大, 岩手県盛岡市上田 4-3-5, E-mail : uenok@iwate-u.ac.jp
Yuki Takeda, Iwate Univ., 4-3-5 Ueda, Morioka City, Iwate, Japan
Kazuyuki Ueno, Iwate univ., 4-3-5 Ueda, Morioka City, Iwate, Japan

Re-entry capsule tend to become dynamically unstable during transonic flight. Understanding of this phenomena is important for development of re-entry capsule. A two-dimensional Cartesian mesh solver for coupled analysis of fluid and body motion is developed for this problem. A test calculation of a flow past a triangular column was carried out. In this test calculation, the column can freely rotate around a center of gravity. Oscillation of the angle of attack settled into experimental value.

1. はじめに

宇宙開発において大気圏(再)突入カプセルの開発は最も重要な要素のひとつである。特にスペースシャトルが引退した現在では、宇宙空間から人やサンプルを回収するために不可欠なものとなっている。大気圏(再)突入カプセルは極超音速から亜音速までの広い速度域を有するが、遷音速で動的に不安定になりやすいことがわかってきている⁽¹⁾。遷音速から減速した後に亜音速でパラシュートを開傘するために、遷音速飛行時の安定性は重要となる。しかし遷音速における動的な不安定性の解明はされておらず、重要な課題となっている。

遷音速飛行時の動的な不安定性について実験では主に風洞試験と自由飛行試験が行われている。風洞試験では多くのデータを採取することが可能だが、一方で物体の不安定な運動の再現に限界がある。また、自由飛行試験は物体運動の再現性に優れる⁽²⁾が、物体の表面の圧力分布などの詳細なデータの取得が困難である。

そのため、数値計算による実験データの補完が期待されている。流体計算によく用いられる物体の形状に適合した格子を用いる場合、各計算ステップごとの計算メッシュの生成や座標の回転等が必要となり、計算コストが高い。そこで、本研究では直交格子上で物体表面の判別を伴う流体計算コードを開発し計算コストの低減を目指す。本研究の対象となる問題に先立ち、本報告では単純形状の物体の静止時における流体解析および回転方向に自由度を与えた場合の流体と物体運動の連成解析について取り扱う。

2. モデル方程式

2.1 物体表面の取り扱い

直交格子上で物体表面の判別のために次のような性質をもつ関数 ϕ_G を導入する。

$$\begin{aligned} \phi_G(t, x, y) &> 0 && \text{in the air} \\ \phi_G(t, x, y) &= 0 && \text{on the surface} \\ \phi_G(t, x, y) &< 0 && \text{in the object} \end{aligned} \quad (1)$$

t は時刻を示し、 x, y は空間座標を示す。この関数はレベルセット法⁽³⁾における距離関数と同様のものであるため、以下では便宜的にレベルセット関数と呼称する。初期の物体表面形状に合わせて ϕ_G を与える。その後運動方程式によって各計算ステップにおける物体の重心の位置と回転の角度を求める。その新しい時刻の状態レベルセット関数の再生成を行い、物体表面の移動を取り扱う。

物体表面が横切るセルではカットセル法⁽⁴⁾によって相間流束を与え、物体表面での条件を満足する流れを求める。

2.2 保存方程式

$\phi_G > 0$ の領域には空気が存在している。

空気の流れはオイラー方程式にしたがうものとする。空気に対する質量保存則、運動量保存則、エネルギー保

存則は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_G \mathbf{q}_G}{\partial t} + \frac{\partial H_G \mathbf{f}_G}{\partial x} + \frac{\partial H_G \mathbf{g}_G}{\partial y} \\ = (\mathbf{n}_{wG} \cdot \nabla H_G) \boldsymbol{\sigma}_{wG} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 H_G は次のようなヘヴィサイド関数である。

$$H_G(t, x, y) = \frac{1}{2} \{1 + \text{sgn}(\phi_G)\} = \begin{cases} 1 & \text{in the air} \\ 0 & \text{in the object} \end{cases} \quad (3)$$

ヘヴィサイド関数はレベルセット関数から容易に求めることができる。 $\mathbf{n}_{wG} \cdot \nabla H_G$ は、物体表面の法線方向にたいするデルタ関数である。また、 \mathbf{n}_{wG} は単位法線ベクトルである。

式(2)の右辺の $\boldsymbol{\sigma}_{wG}$ は、物体-空気間流束(相互作用)を示す。

$$\boldsymbol{\sigma}_{wG} = \begin{pmatrix} 0 \\ p_G n_{wGx} \\ p_G n_{wGy} \\ p_G (u_{wx} n_{wGx} + u_{wy} n_{wGy}) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

空気と物体の間では相変化による質量の受け渡しはないので、圧力を介した運動量交換とエネルギー交換だけが行われる。

式(2)中の保存量 \mathbf{q} 、 x 方向流束 \mathbf{f} 、 y 方向流束 \mathbf{g} は次のような量である。

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_G &= \begin{pmatrix} \rho_G \\ \rho_G u_{Gx} \\ \rho_G u_{Gy} \\ e_G \end{pmatrix}, \\ \mathbf{f}_G &= \begin{pmatrix} \rho_G u_{Gx} \\ \rho_G u_{Gx}^2 + p_G \\ \rho_G u_{Gy} u_{Gx} \\ e_G u_{Gx} + p_G u_{Gx} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}_G = \begin{pmatrix} \rho_G u_{Gy} \\ \rho_G u_{Gx} u_{Gy} \\ \rho_G u_{Gy}^2 + p_G \\ e_G u_{Gy} + p_G u_{Gy} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)中の ρ は密度、 u_x, u_y は流速の x 成分と y 成分、 p は圧力を表す。添字 G の付いた変数が空気に関する量を示す。

変数 e は単位体積あたりの総エネルギーであり、

$$e_G = \rho_G \epsilon_G + \frac{1}{2} \rho_G (u_{Gx}^2 + u_{Gy}^2), \quad (6)$$

単位質量あたりの内部エネルギーは次のような線形近似で与える。

$$\epsilon_G = c_{vG} T_G, \quad (7)$$

定積比熱 c_{vG} は定数である。

空気は理想気体と考え、 ρ_G が次の状態方程式を満足するものとする。

$$p_G = \rho_G R_G T_G \quad (8)$$

モル質量 $M_G = 28.966 \times 10^{-3}$ kg/mol と比熱比 $\gamma_G = 1.403$ を使って、気体定数 R_G と定積比熱 c_{vG} を次のように与える。

$$R_G = \frac{\mathcal{R}}{M_G}, \quad c_{vG} = \frac{R_G}{\gamma_G - 1} \quad (9)$$

ここで、 $\mathcal{R} = 8.314510$ J/(K·mol) は一般気体定数である。 c_{vG} , γ_G , R_G いずれもこの値に固定して使用する。空気の音速 a_G は次の式で与えられる。

$$a_G = \sqrt{\gamma_G R_G T_G} \quad (10)$$

2.3 有限体積法による離散化と計算法

物体表面の位置は、各計算ステップにおけるレベルセット関数の値から特定する。保存方程式 (2) はセル中心有限体積法で解く。いずれについても xy 平面における直交格子 (直交セル) で計算する。

空気の圧縮性オイラー方程式の移流項については SLAU 法^(5, 6)を採用した。テスト計算の空間精度は一次精度である。時間に関してはオイラーの陽解法とした。

3. 計算条件

計算モデルの妥当性検証のために物体の移動速度 u_w を与えずに物体を初期位置のまま固定し、そこに流れを与えて時間発展をさせた際の流れ場の定性的、定量的な評価を行った。

また物体を固定した状態で十分に長時間の計算を行った後に、重心まわりの回転方向の自由度を与えて流体と物体運動の連成解析を行った。

計算領域は x 方向 1300[mm]、 y 方向 900[mm] の二次元長方形領域とした。原点は上流境界から 300[mm]、上下境界から 450[mm] の位置とした。格子は計算領域全体に直交格子を用いて行った。格子幅は 1.0[mm] とした。

いずれのテスト計算も周囲流体は空気を想定した。初期条件を表 1 に示す。

境界条件はリーマン不変量を用いた境界条件を与えた。

Tab. 1: 初期条件

流入気体温度:	298.15 [K]
周囲気圧:	1.013×10^5 [Pa]
空気モル質量:	28.966×10^{-3} [kg/m ³]
比熱比:	1.403
x 方向初期流速:	1.04×10^2 [m/s]
y 方向初期流速:	0.0 [m/s]

4. 物体を固定した場合の計算

物体を静止させた状態で二次元計算を行った。断面形状は正三角形とし、その重心は原点と一致するものとした。

4.1 流れ場の作図結果

Fig.1 に物体付近におけるマッハ数の等高線を示す。下流に大きなうねりが生じていることがわかる。また、下流側に高速側と低速側のピークが複数生じていることがわかる。このピークが周期的に物体の上下に発生していることから、カルマン渦に似た周期構造が形成されている

といえる。マッハ数の最大値は剥離点付近 (三角柱後縁) に生じている。

Fig.2 に物体付近の速度ベクトルの拡大図を示す。計算には直交格子を用いているが、物体表面に沿ってなめらかな流れが形成されている。物体の直後において逆流域を伴う大きな再循環領域が形成されている。

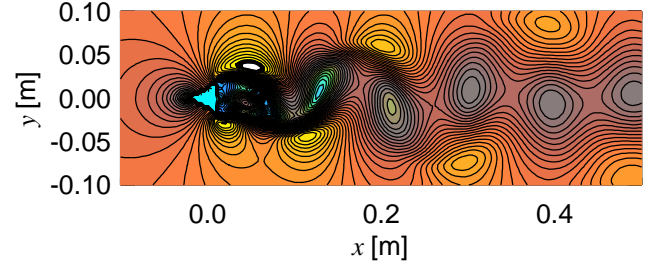


Fig. 1: マッハ数の等高線図

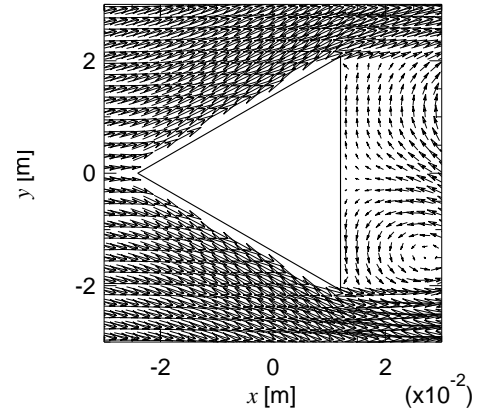


Fig. 2: 物体まわりの流速のベクトル図

4.2 抗力係数の算出

計算結果の妥当性を検証するために抗力係数の算出を行った。抗力係数は

$$C_D = \frac{2D}{\rho_G u_G^2 S} \quad (11)$$

とした。ここで、 D は抗力である。抗力はすべて圧力によるものとし、各計算セルにおける抗力は

$$f_{xi,j} = p_{Gi,j} \int_{x_i - \delta x/2}^{x_i + \delta x/2} \int_{y_j - \delta y/2}^{y_j + \delta y/2} \int_0^1 \frac{\partial H_G}{\partial x} dx dy dz \quad (12)$$

で算出した。物体全体に対する抗力の値は式 (12) を計算領域全体に対して総和をとることにより得る。物体に作用する抗力の時間履歴を 3 に示す。式 (11) では上記により得られた抗力の時間平均値を使って抗力係数を算出した。また、二次元計算のため式 (11) 中の S は、正三角形の一辺の長さとの積とした。

計算結果から算出された抗力係数の値は 1.37 となった。この値は流体力学ハンドブック⁽⁷⁾における文献値 1.25 の約 110 % に相当する。

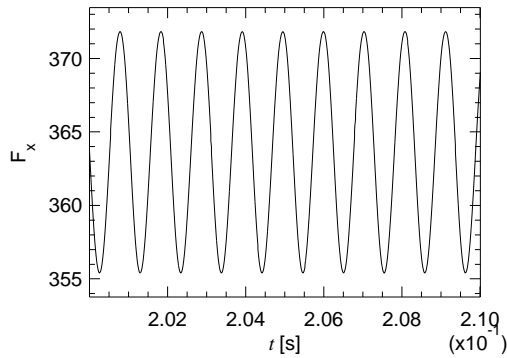


Fig. 3: 抗力の時間履歴

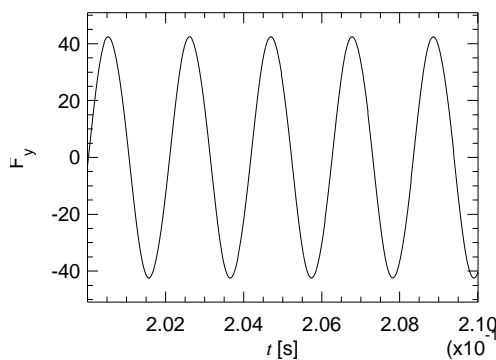


Fig. 4: 揚力の時間履歴

4.3 ストローハル数の算出

図 4 に揚力の時間変化の拡大図を示す。図 4 から揚力が強い周期性をもって変化していることがわかる。この変動の周波数を図から読み取ると、およそ 476Hz となる。ここで、流体中の周期運動の周波数を f 、代表長さを d 、代表速さを u とするとストローハル数は

$$St = \frac{fd}{u} \quad (13)$$

図 4 から推定された揚力の変動周波数を式 (13) に代入すると得られる数値は 0.19 となる。

流体力学ハンドブックによるとカルマン渦の発生周波数をもとにストローハル数を算出した場合の値は 0.18~0.20 となるため、本計算における揚力の変動周波数により得られる数値とよく一致する。このことから揚力の変動周波数とカルマン渦の発生周波数が一致していることがわかる。

5. 回転方向に 1 自由度を与えた場合の連成解析

物体に回転方向の 1 自由度を与えて物体まわりの流れと物体の回転運動の連成解析を行った。図 5 に物体の迎角の時間履歴を示す。

迎角は物体のひとつの頂点を上流側に向けている状態を 0 とし、半時計回りに回転する場合を正とした。角度の単位はラジアンである。時間履歴から物体の迎角の変動がおよそ 1.05rad. に収束する傾向にある。

辰野らの研究⁽⁸⁾によると、一様流中において三角柱はひとつの面を上流に向けた状態で安定するという。ここで、本計算における迎角の収束値である 1.05rad. はひとつの面を上流側に向けた状態である。ゆえに、本計算と実験の間に定性的な一致がみられている。

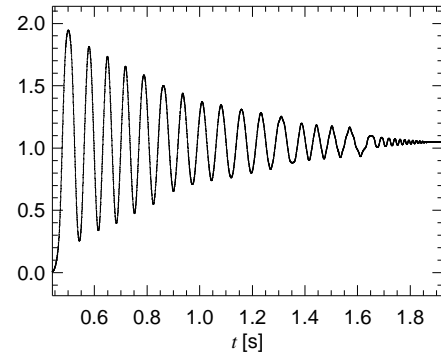


Fig. 5: 物体の迎角の時間履歴

6. まとめ

直交格子上における物体表面の判別を伴う圧縮性流体の計算コードの開発を行った。そして、それに基づいて物体静止時および物体に回転方向の 1 自由度を与えた場合の流れと運動の連成解析を行った。

物体静止時の計算では物体の直後に大きな再循環領域を伴うカルマン渦の形成を確認した。抗力係数は 1.37 となった。また、物体に作用する揚力の変動周波数はカルマン渦の発生周波数と一致した。

物体の回転方向に 1 自由度を与えた場合の連成計算では物体の迎角の変動は一定値に収束した。この結果から、連成計算における解析結果と実験との定性的な一致を確認した。

参考文献

- (1) 稲谷芳文, 石井信明, 山田哲哉, 平木講儒, “小惑星サンプルリターンカプセルの空気力学”, ながれ, **24**, pp. 297-305, (2005).
- (2) 小室智幸, 丹野英幸, 佐藤和雄, 伊藤勝宏, “パリスティックレンジを用いた HTV-R カプセル遷音速不安定性の実験的評価”, 宇宙科学技術連合講演会, 第 57 回, (2013).
- (3) Sussman, M., Smereka, P., Osher, S.J., “A Level Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-Phase Flow”, *Journal of Computational Physics*, **114**, pp. 146-159, (1994).
- (4) Yang, G., Causon, M., Ingram, D.M., “Calculation of compressible flows about complex moving geometries using a three dimensional Cartesian cut cell method”, *International Journal for Numerical Method in Fluids*, **33**, pp. 1121-1151, (2000).
- (5) Shima, E., and Kitamura, K., “On New Simple Low-Dissipation Scheme of AUSM-Family for All Speeds”, *AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 5-8 January 2009.
- (6) 嶋英志, “低マッハ数で誤差の小さい圧縮性 CFD 手法について”, 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 第 40 回, (2008).
- (7) 流体力学会, “流体力学ハンドブック”, (1998).
- (8) 辰野正和, 高山哲信, 天本肇, 石井幸治, “一様流中での三角柱・四角柱の中心軸まわりの安定な姿勢”, ながれ, **8**, pp. 150-156, (1989).