

## エッジトーンにおける流体音源の数値的評価 Numerical evaluation of the aerodynamic sound of edge tone

- 岩上 翔, 九工大院情報工, 福岡県飯塚市川津 6 8 0-4, E-mail: iwagami@chaos.mse.kyutech.ac.jp  
堤 元気, 九工大院情報工, 福岡県飯塚市川津 6 8 0-4  
小林泰三, 帝京大, 福岡県大牟田市新勝立町 4 丁目 3-1 2 4  
九大情基セ, 福岡県福岡市 東区箱崎 6 丁目 1 0-1  
高見利也, 九大情基セ, 福岡県福岡市 東区箱崎 6 丁目 1 0-1  
高橋公也, 九工大院情報工, 福岡県飯塚市川津 6 8 0-4, E-mail: Takahashi@mse.kyutech.ac.jp

Sho Iwagami, Mechanical Information Science and Technology,  
Kawadu 680-4 Iizuka-shi Fukuoka-ken  
Genki Tsutsumi, Mechanical Information Science and Technology,  
Kawadu 680-4 Iizuka-shi Fukuoka-ken  
Taizo Kobayashi, Faculty of Fukuoka Medical Technology,  
Sinkatsuda-machi 4-chome 3-124 oomuta-shi Fukuoka-ken  
Teikyo University, Kyushu Institute of Technology,  
Higasi-ku Hakozaki 6-chome 10-1 Fukuoka-shi Fukuoka-ken  
Toshiya Takami, Kyushu Institute of Technology,  
Higasi-ku Hakozaki 6-chome 10-1 Fukuoka-shi Fukuoka-ken  
Kin`ya Takahashi, Mechanical Information Science and Technology,  
Kawadu 680-4 Iizuka-shi Fukuoka-ken Japan

Edge tone is considered as the sound source of flue instruments like recorder, organ pipe and so on. The study of Edge tone is interesting itself and is necessary to clarify the sounding mechanism of flue instruments. We numerically studied edge tone with compressibility LES. We evaluated sound energy in the far field compared with Lighthill's sound source, and found that in the small Mach number regime Edge tone does not obey Lighthill's 8th power law but rather 2nd power law, though it tends to obey the 8th power law from the middle range of the Mach number. We also found that 2nd term of Lighthill's source caused by the deviation from the linear adiabatic approximation is the same order in intensity as the 1st term so that the contribution of 2nd term to the creation of edge tone is not negligible.

### 1. はじめに

細くしぼられた空気ジェットがエッジに衝突すると、自発的な振動が起き、渦が発生する。このとき、運動する流体から発生する流体音のことをエッジトーンという。リコーダー等のエアリード楽器は、エッジトーンと共鳴管の相互作用として発振する。したがって、エッジトーンの音源としての性質を調べることは、楽器の発音機構を知る上できわめて重要となる。

流体音の研究は、1950 年代初頭の Lighthill の研究までさかのぼることができる。Lighthill は、圧縮性の N.S.方程式と連続の式から全く近似や仮定を用いずに、流体音における音源について記述する Lighthill の方程式を導きだした。この方程式からマッハ数が亜音速から遷音速の領域では、4 重極放射の性質を示し、流体の速度の 8 乗に比例して音の放射エネルギーが大きくなっていくことが知られ、実験とよく一致することが確認された。

一方、亜音速以下の領域では、単極、2 重極等からの放射が支配的になると考えられている。さらに、実験とシミュレーションによって亜音速以下の領域では、単純な単極や多重極からの放射では説明できない場合があるという報告がなされている<sup>3)</sup>。エッジトーンに興味のある領域は亜音速以下である。また、エッジトーンの音源は、乱流渦ではなく、自発的な振動をするしぼられたジェットであり、音源となる流体の振る舞いが特殊なので、他の流体音とは異なる特徴を持つ可能性がある。

本研究では、マッハ数が小さな領域における 2D のエッジトーンにおける放射音のエネルギーや Lighthill の音源の特徴を、圧縮

性の流体シミュレーションを用いて調査していく。

### 2. 理論

#### 2. 1. Lighthill の方程式

Lighthill の方程式は、

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta(\rho - \rho_0) = \frac{\partial^2 \rho v_i v_j}{\partial x_i \partial x_j} + \Delta((p - p_0) - c_0^2(\rho - \rho_0)) + \frac{\partial^2 \sigma_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (1)$$

である。圧力  $p$ 、密度  $\rho$ 、速度ベクトル  $\mathbf{v}$  とし、添え字の  $ij$  はベクトルやテンソルの  $i$  成分  $j$  成分を表す。また、 $p_0$  平均圧力、 $\rho_0$  を平均密度、 $c_0$  を音の速さとし、 $\sigma_{ij}$  を粘性応力テンソルとした。(1)式は圧縮性流体の Navie-Stokes 方程式と連続の式から、近似を用いずに導いた厳密な式である。その左辺は、音波の波動方程式であるので、右辺はその音源と見なすことができ、右辺を評価することで音源の性質を知ることができる。

粘性項である右辺第 3 項について考える。本研究の対象であるエッジトーンはマッハ数 0.3 以下であり、一般的には非圧縮流体近似が有効な領域である。そのため、 $\text{div } \mathbf{v}$  が小さいと見なすことができる。さらに、第 3 項には小さな値である粘性係数  $\mu$  がかかっている。そのため、第 1 項、第 2 項にくらべて第 3 項は十分小さいと見なせ、無視することができる。

次に、右辺第 2 項について考える。線形熱の仮定が成り立つ場合、圧力の変化が密度の変化に比例するので、

$$(p - p_0) - c_0^2(\rho - \rho_0) \approx 0 \quad (2)$$

となるので、右辺第 2 項はゼロになり無視できる。流体的に静止し音波だけが存在する領域（音波領域）では、線形断熱近似が成り立ち、第 2 項は無視できる。しかし、音源領域では流体は静止せず、乱流状態になるので、この線形断熱近似が破れている可能性があり、第 2 項の寄与が無視できない可能性がある。本研究では、その点について検証する。

(1) 式の右辺第 1 項について考える。上記で述べたように非圧縮流体近似が有効な領域であるので、 $\text{div } \mathbf{v} \sim 0$  とみなせる。本研究では 2 次元流体を対象としているため、第 1 項は

$$\frac{\partial^2 \rho v_i v_j}{\partial x_i \partial x_j} \approx -2\rho_0 \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \frac{\partial v_2}{\partial x_2} - \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) \quad (3)$$

のように近似できる。連続の式より  $\text{div } \mathbf{v} \sim 0$  が成り立つ時は、密度変化が小さい。したがって、第 2 項の密度変化も小さいと考えられるが、大きな値を持つ  $c_0^2$  がかかっているために、小さな密度変化が拡大され、線形断熱近似からのズレが起きる可能性がある。したがって、第 2 項の計算では、非圧縮流体近似  $\text{div } \mathbf{v} \sim 0$  を用いるのは危険である。

上記の議論より、本研究では Lighthill の音源  $L$  を

$$L = -2\rho_0 \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \frac{\partial v_2}{\partial x_2} - \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) + \Delta((p - p_0) - (\rho - \rho_0)) \quad (4)$$

とし評価する。

## 2. 2. Lighthill の速度の 8 乗則

1950 年代初頭の Lighthill の研究で、Lighthill の方程式から音の放射に対する重要な性質をスケール則から導きだした。それは、マッハ数が大きくなると音の放射パワーは速度の 8 乗則に比例して大きくなるという性質である<sup>(1)(2)</sup>。

現実の音源は、単極と多重極が入り交じって構成されている。それぞれ、単極は速度の 4 乗則、2 重極は速度の 6 乗則、4 重極は速度 8 乗則に従うとかがえられる。そのため、速度が大きくなると 4 重極放射の効率が大きくなっていき、音の放射パワーは 8 乗則に則る。このことは、多くの実験で確かめられている<sup>(2)</sup>。

長細いプレートなどは 8 乗則ではなく、固定壁の反射の影響から 2 重極系の放射特性を示し、速度の 6 乗則に従うことが知られている。しかし、マッハ数 0.2 以下の領域ではこの 6 乗則に必ずしも従わず、Lighthill の示した単極、2 重極、4 重極のどの性質にも当てはまらない、複雑な変化をするという報告が実験とシミュレーションによってなされた<sup>(3)</sup>。

楽器の音源であるエッジトーンでは、マッハ数が小さな領域が重要となる。そのため、エッジトーンはマッハ数が小さな領域で単純な単極放射や多重極放射から外れた結果が得られる可能性がある。

## 2. 3. エッジトーンにおける Brown の半経験的な式

細くしぼられたジェットを鋭いエッジに衝突させると、ジェットの自発的な振動が起き、ジェットとエッジの衝突で渦が生まれる。このような流体の振る舞いによって発生する流体音をエッジトーンと言う。ジェットの自発的な振動は、ジェットの吹き出し速度  $U$  やジェットの出口からエッジまでの距離  $l$  に依存したふるまいを示す。

ジェットの発振周波数は、Brown が半経験的にあたえた以下の式で与えられる。

$$\nu = 0.466j(100U - 40) \left( \frac{1}{100l} - 0.07 \right) \quad (4)$$

ここで、 $\nu$  はジェットの発振周波数、 $j=1, 2, 3, 4$  という係数である。 $j$  はそれぞれ、基音、倍音、3 倍音、4 倍音に対応している。この Brown の半経験的な式は、実際のジェットの発振周波

数と非常によく一致する。

## 3. 解析法と計算モデル

### 3. 1. LES

本研究では、圧縮性の数値解析法として LES (Large Eddy Simulation) を用いる。LES では、格子より大きな流れを、支配方程式を直接差分で計算し、格子より小さな流れを統計モデルで予測する手法である。

特に今回は、オープンソースのソルバである OpenFOAM の piso 法を用いた圧縮性 LES である rhoPisoFoam を使用する。我々は、このソルバを用いて、音の重要な特性である共鳴、開口反射、音波の再現に成功している。そのため、今回はこのソルバを用いることにした。

### 3. 2. 計算モデルとメッシュ

Fig. 1 と Fig. 2 に本解析で使用した、2D のエッジトーンのモデルおよびメッシュの形状を示す。

境界条件は以下の通りである。エッジや吹き出し口の周りは固定壁とし、周縁は透過壁とした。しかし、現在用いている透過壁では音波を十分に吸収できないので、数値的な工夫により吸収領域を作り、Fig. 1 に示すように周縁から一定距離の領域を覆った。ジェットの吹き出し速度は 12, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75 m/s とした。

メッシュは、計算効率を上げるために、ジェット-エッジ付近は細かく周りを荒くするようした。ジェット-エッジ付近は精度が要求されるので、最も細かい部分では 0.1mm×0.1mm となるようにしている。今回作成したメッシュでは、セル 54120、ポイント 109350 であった。

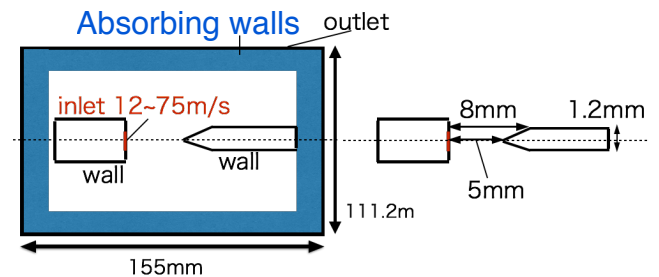


Fig 1 : Model system of edge tone

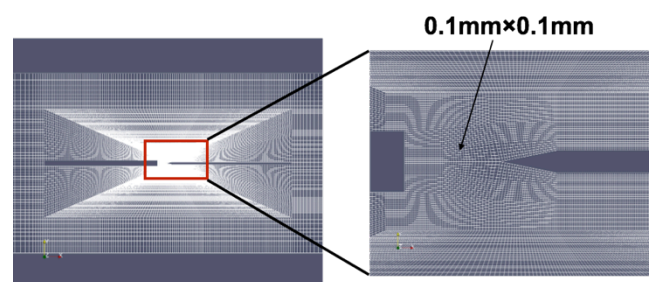


Fig 2 : Numerical mesh

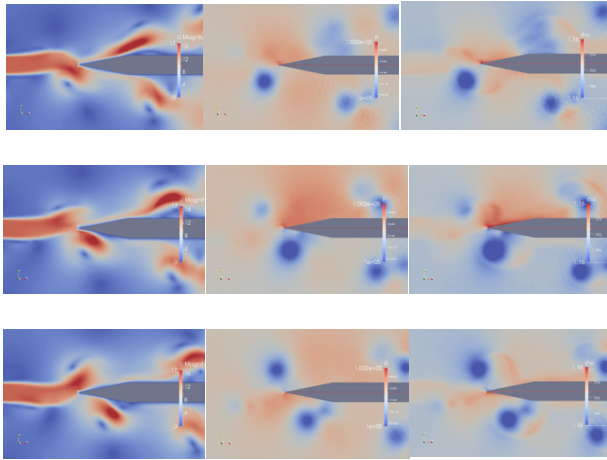
## 4. シミュレーション結果と考察

### 4. 1. 吹き出し速度 15m/s におけるシミュレーション結果

Fig 3 はジェットの吹き出し速度 15 m/s におけるシミュレーション結果である。左から順に速度、圧力、密度を示し、下に行くほど時間が遅くなる。

速度の時間変化に着目すると、ジェットが自発的な振動をしていることがわかる。また、圧力と密度に着目すると、振動にともないエッジの近くで渦（負圧）が発生していることがわかる。密度も圧力と似たような分布になる。しかし、密度がジェット沿って大きくなるのに対し、圧力ではそのような傾向が見えない。した

がって、ジェットの部分で、線形断熱近似が破れ、(1)式の第2項がゼロでない値を持つ可能性があることがわかる。



(a)velocity  $v_e$  (b)pressure  $p$  (c)air-density  $\rho$   
Fig 3 : Distributions of velocity, pressure and air-densit

#### 4. 3. Brown の半経験的な式における考察

吹き出し速度をそれぞれ変えたエッジトーンの実験結果と Brown の半経験的な式を比較した結果が Fig 5 である。横軸にジェットの吹き出し速度、縦軸にジェットの発振周波数というグラフになっている。ジェットの発振周波数は、エッジの中心軸上で、吹き出し口から 2.5mm の位置(Fig.4)における渦度の時間変化を周波数分解して得たものである。

この結果から、シミュレーションは Brown の式と非常によく一致している。Brown の式は実験とよく一致することが知られており、今回のシミュレーションはエッジトーンをよく再現できていると言える。

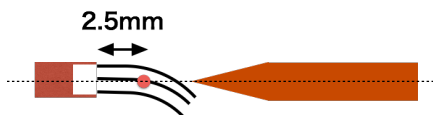


Fig 4 : Observation point of jet oscillation

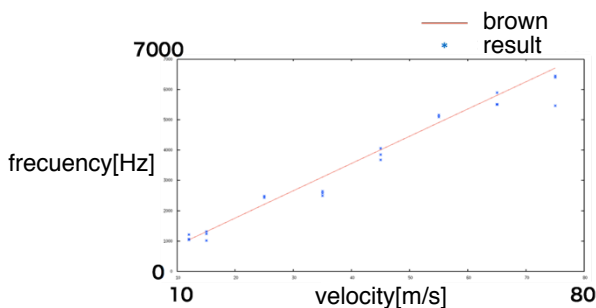


Fig 5 : Change of frequency with the jet velocity as well as Brown's equation

#### 4. 3. 吹き出し速度の変化における遠方場での音の特性

ジェットの吹き出し速度を変化させた時の、遠方場での音のエネルギー  $P_a$  について評価する。Fig.6 に示すように観測点を円弧上に等間隔に 500 点用意し、次々に示すように音波の強度の平均値を音のエネルギー  $P_a$  と定義する。

$$P_p = \frac{1}{\rho_0 c_0} \overline{(p - p_0)^2} |_{\text{sample points and time}} \quad (5)$$

ここで、時間平均とサンプル平均を同時に取る。具体的には、音エネルギーの 500 点のサンプル平均をとりそれをジェットの発振周波数の 50 周期分で時間平均する。

この結果を Fig 7 に示す。横軸にジェットの吹き出し速度、縦軸に音のエネルギー  $P_a$  として、両対数グラフでプロットしている。赤色の実線はシミュレーションによる結果である。赤紫の点線は速度の 2 乗の傾き、青い点線は速度の 8 乗の傾きである。

この結果から、およそマッハ数が 0.13 以上の領域で速度の 8 乗にそって音のエネルギーが大きくなっている。しかし、マッハ数がこれより低い領域では速度の 2 乗で大きくなっており、Lighthill が示した単極、2 重極の特徴である 4 乗則、6 乗則にならない結果が得られた。

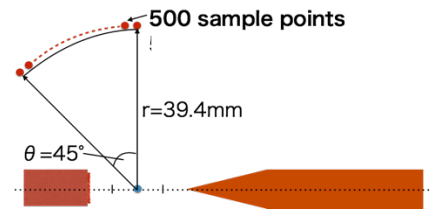


Fig 6 : Evaluation of sound energy in the far field

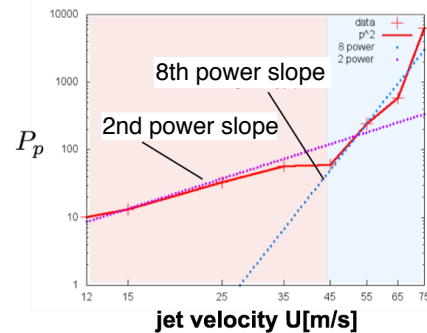
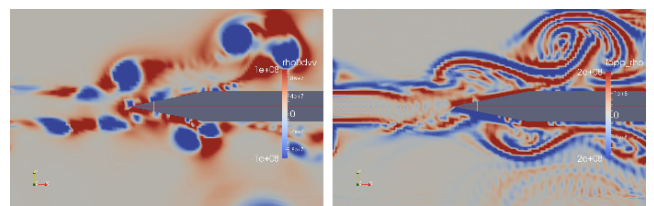


Fig 7 : Change of the sound energy with the jet velocity

#### 4. 4. 吹き出し速度の変化における Lighthill 音源の特性

ジェットの吹き出し速度を変化させると、マッハ数が小さな領域では速度の 2 乗で音のエネルギーが増大するという結果を得たが、音源はどのようになっているだろうか。音源の性質を評価するために、Lighthill の音源をシミュレーション結果から計算し、その音源分布の特徴や音源強度を評価していく。

Fig.8 にジェットの吹き出し速度 15m/s における Lighthill 音源分布を示す。左が式(1)の第 1 項であり、右が式(1)の第 2 項である線形断熱項である。それぞれのオーダーを見比べると、第 2 項は、第 1 項と同程度の大きさで、無視できないことがわかる。これは 4.1 で述べた定性的な考察と一致する。このため、第 1 項、第 2 項の両方を評価する。



(a) 1<sup>st</sup> term of Lighthill's source (b) 2<sup>nd</sup> term of Lighthill's source

Fig 8 : Distributions of Lighthill's source terms at  $v=15\text{m/s}$



次に音源強度の評価方法について述べる。評価式は、

$$P_A = \frac{\int_{Time} \int_{Region} |f(x)|^2 dS dt}{S_{Region} \Delta t} \quad (6)$$

である。音のエネルギーは圧力の 2 乗であることを考え、Lighthill の音源の値を 2 乗する。その値を Fig 9 に示したそれぞれの領域で積分し、単位面積当たりで評価するために面積で割り、さらに、遠方場での音エネルギーの時と同様に、50 周期分の時間の平均をとる。

Fig 9 で、領域を 7 つにわけた理由は、どの領域がより音源として効いているかを評価するためである。エアリード楽器（リコーダー、オルガンパイプ）の場合、How のエネルギー推論を用いた評価では、領域ごとに音響的エネルギーの発生強度が異なり、D や E の領域で最も大きな音響的なエネルギーの発生が起きているという報告がなされている<sup>(4)(5)</sup>。エアリード楽器では共鳴管が音の発生に影響を与える。共鳴管のないエッジトーンの音源の位置が、エアリード楽器と比べてどうなるかを調べる必要がある。

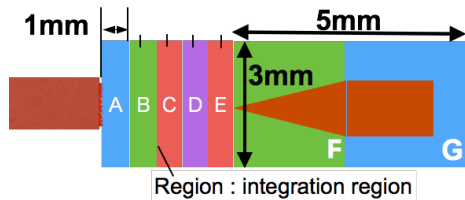


Fig 9 : Regions of integration

その結果を、Fig 10~Fig 14 に示す。図では重要だと思われる領域 A,D,E,F,G の結果を示した。横軸はジェットの吹き出し速度、縦軸は  $P_A$  とし、両対数グラフで表示した。各領域で、第 1 項より第 2 項の方が、遠方場の音エネルギーに近い振る舞いをする。特に D,E では、吹き出し速度 45m/s の位置から 8 乗で大きくなっており、非常によく一致している。領域 F,G(渦の発生領域)では、吹き出し速度が速い領域で 8 乗則にならないが、遅い領域では 2 乗で大きくなっており、遅い領域では音源として効いている可能性がある。

## 5. 結論

遠方場での音のエネルギーは、流速が遅い領域では Lighthill の 8 乗則とは一致せず 2 乗則で大きくなっていくという結果を得た。ただし、流速が大きくなると 8 乗則になる傾向が見られた。Lighthill の音源では、ジェットに沿った領域 D,E で、第 2 項の強度が音のエネルギーと非常によい一致を示した。したがって、これまで無視できると考えられていた第 2 項が音源として重要な寄与をする可能性がある。

今回は音源の強度を用いて評価したが、音源は正、負の値を持つので、その空間的、時間的な変化を考慮する必要がある。そのためには、Lighthill 音源を周波数分解し、それを用いて音波を再現し、再現された音波と遠方場で直接観測された音波を比較する必要がある。さらに、音源の近傍だけに存在する疑似音波の評価を必要であると考えられる。

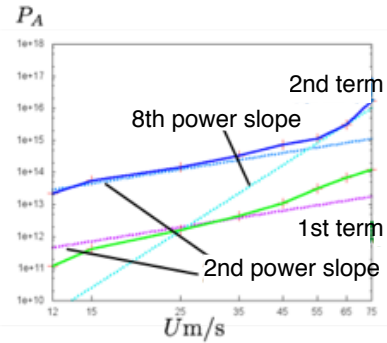


Fig 10 : Change in intensity of Lighthill's source terms with the jet velocity in the region A

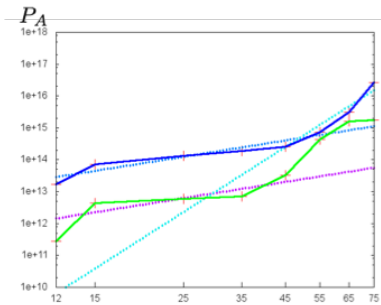


Fig 11 : Change in intensity of Lighthill's source terms with the jet velocity in the region D

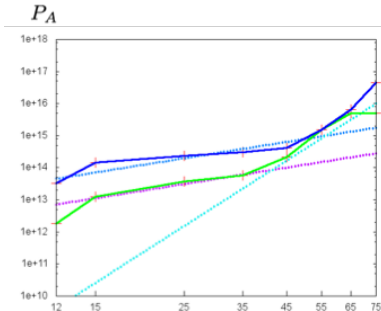


Fig 12 : Change in intensity of Lighthill's source terms with the jet velocity in the region E

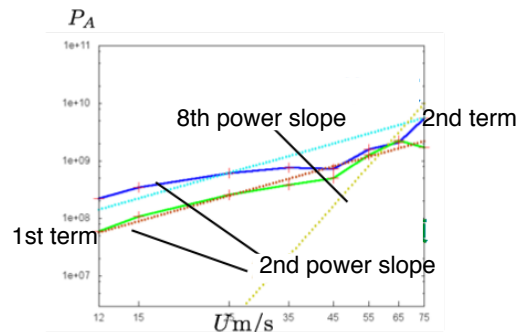


Fig 13 : Change in intensity of Lighthill's source terms with the jet velocity in the region F

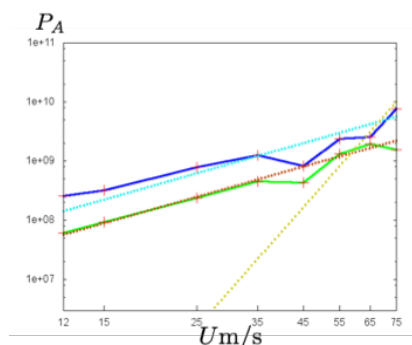


Fig 14 : Change in intensity of Lighthill's source terms with the jet velocity in the region G

## 6. 参考文献

- (1) Lighthill, M. J., Proc.Roy.Soc.London, Ser.A **211** 564-597 (1952)
- (2) 神部 勉, 流れと音の物理-Physics of Flow-Acoustics-, ながれ **20** 174-186 (2001)
- (3) 青木 誠等, プレートから放射される空力音に関する研究(第1報, 風洞実験および数値解析に基づく音場の考察), 日本機械学会論文集(B編) 67巻 653号(2001-1)
- (4) Taizo, K. et al., Interaction between compressible fluid and sound in a flue instrument, Fluid dyn. Res., 46, 061411 (2014)
- (5) Yoshikawa, S. et al., 2012 Experimental examination of vortex-sound generation in an organ pipe: A proposal of jet vortex-layer formation model J.Sound and Vibration **311** 2558-2577 (2012)