

LES 流入変動風適用のための格子ボルツマン法の導入

Introduction of lattice Boltzmann method for the application of artificially generated inflow turbulence in LES

- 吉田亘佑, 名古屋大学, 名古屋市千種区不老町, E-mail: kousukebasketball@gmail.com
 飯塚悟, 名古屋大学, 名古屋市千種区不老町, E-mail: s.iizuka@nagoya-u.jp
 玄英麗, 名古屋大学, 名古屋市千種区不老町, E-mail: xuan@nagoya-u.jp
 高田尚樹, 産総研, つくば市並木 1-2-1, E-mail: naoki-takada@aist.go.jp
 Kosuke Yoshida, Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya, Aichi, Japan
 Satoru Iizuka, Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya, Aichi, Japan
 Yingli Xuan, Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya, Aichi, Japan
 Naoki Takada, AIST, 1-2-1 Namiki, Tsukuba, Ibaraki, Japan

In this study, a plane boundary-layer flow was analyzed using a lattice Boltzmann method (LBM)-based large-eddy simulation (LES), which implicitly satisfies the governing equations of fluid flow (continuity and momentum equations), combined with an artificially generated inflow turbulence, and the flow characteristics at the inflow boundary and those in the downstream region were quantitatively investigated. The results showed that (1) the artificially generated inflow turbulence could perfectly reproduce the targeted velocity and turbulence statistics at the inflow boundary, and (2) the attenuation of the turbulent kinetic energy near the inflow boundary became significantly small compared with that observed in the analysis of a finite difference method (FDM)-based LES.

1. はじめに

近年、地球温暖化や都市温暖化（ヒートアイランド）の緩和策・適応策の検討を目的とした「温暖化ダウンスケーリングシミュレーション」が多くの注目を集めている。筆者らはこれまで、領域気象から都市気象、街区・建物周辺微気象に至る、空間詳細なダウンスケーリングシミュレーションモデルの開発の一環として、領域気象モデルと工学 LES (Large-Eddy Simulation) モデルのシームレスな結合手法の開発^{(例として(1),(2))}に取り組んできた。その結合手法の開発における大きな課題の 1 つは、工学 LES モデルの流入境界条件として必要となる風速変動成分（以下「流入変動風」と呼ぶ）の適切な生成である。

工学 LES モデルのための流入変動風生成の 1 手法として、筆者らはこれまで、Reynolds 応力のコレスキ分解と 2 次元デジタルフィルタに基づく人工的な生成手法^{(1),(2)}を導入し、平板境界層流解析や建物周辺気流解析を対象にその有効性を検討してきた。しかし、同手法に限らず人工的に生成される流入変動風は、流入境界面において目標とする乱流統計量を精度良く再現できる一方、流入直後に無視し得ない非物理的な乱れの減衰が生じる欠点を持つ。そのような非物理的な乱れの減衰は、人工的に生成される流入変動風が流体の支配方程式（連続式や運動方程式）を必ずしも満足していないことに起因している。特に、運動方程式を満足しないことが問題と考えられ、流入変動風に対して連続式のみを満足させても流入直後の非物理的な乱れの減衰の十分な改善は期待できない⁽²⁾。

そこで本研究では、連続式や運動方程式を陽に解かない格子ボルツマン法 (Lattice Boltzmann Method : LBM) ^{(4),(5)}を導入（本研究では LES 化した格子ボルツマン法を導入）し、平板境界層流解析を対象として、人工的に生成した流入変動風の流下性状の再現性を検証する。

2. 格子ボルツマン法の概要

格子ボルツマン法は、流体を多数の仮想粒子の集合体と捉え、各粒子の衝突と並進を通して全体の流れ場を再現する数値計算法である。方程式系がシンプルなため、複雑な流れ場に対してもア

ルゴリズムが簡単という特徴を持つ。

格子ボルツマン法における支配方程式は、粒子数密度の分布関数 f_a の時間発展方程式であり、(1)式のように記述される。

$$f_a(\mathbf{x} + \mathbf{e}_a \Delta t, t + \Delta t) - f_a(\mathbf{x}, t) = -\frac{\Delta t}{\tau} (f_a(\mathbf{x}, t) - f_a^{eq}(\mathbf{x}, t)) \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{e}_a は粒子速度ベクトル、 f_a^{eq} は分布関数に対応する平衡状態（平衡分布関数）、 Δt は時間ステップ、 τ は緩和時間である。本研究では、粒子速度モデルとして 3 次元 27 速度 (D3Q27) モデルを導入する。D3Q27 モデルの場合、粒子速度ベクトル \mathbf{e}_a は(2)式で与えられる。なお、(2)式中の \mathbf{e} は単位ベクトルの成分である。

$$\mathbf{e}_a = \begin{cases} (0, 0, 0) & a = 0 \\ (\pm e, 0, 0), (0, \pm e, 0), (0, 0, \pm e) & a = 1-6 \\ (\pm e, \pm e, \pm e) & a = 7-14 \\ ((\pm e, \pm e, 0), (\pm e, 0, \pm e), (0, \pm e, \pm e)) & a = 15-26 \end{cases} \quad (2)$$

平衡分布関数 f_a^{eq} は(3)式のように与えられる。

$$f_a^{eq} = w_a \rho \left[1 + 3\mathbf{e}_a \mathbf{u} + \frac{9(\mathbf{e}_a \mathbf{u})^2}{2} - \frac{3\mathbf{u}^2}{2} \right] \quad (3)$$

ここで、 ρ は密度、 w_a は重み係数、 \mathbf{u} は速度ベクトルである。D3Q27 モデルの場合、重み係数 w_a は(4)式が用いられる。

$$w_a = \begin{cases} 8/27 & a = 0 \\ 2/27 & a = 1-6 \\ 1/216 & a = 7-14 \\ 1/54 & a = 15-26 \end{cases} \quad (4)$$

また、密度 ρ と運動量 $\rho \mathbf{u}$ はそれぞれ(5)式、(6)式で定義される。

$$\rho = \sum_a f_a \quad (5)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_a f_a \mathbf{e}_a \quad (6)$$

分子動粘性係数 ν は、緩和時間 τ 、格子ボルツマン法における音速 C ($=1/\sqrt{3}$)、時間ステップ Δt を用いて(7)式で与えられる。

$$\nu = C^2 \left(\tau - \frac{\Delta t}{2} \right) \quad (7)$$

実際には、(7)式は(1)式中の緩和時間 τ を求めるために用いられる。なお、格子ボルツマン法における音速 C の値 ($=1/\sqrt{3}$) は、空間3方向の計算格子幅を全て1とした場合の値である。

3. 格子ボルツマン法の LES 化

本研究では、高 Reynolds 数流れの解析に対応するため、格子ボルツマン法を LES 化した。LES の sub-grid scale (SGS) モデルとしては標準 Smagorinsky モデル (SGS 渦動粘性係数 ν_{SGS} を用いた勾配拡散近似モデル) を使用した。標準 Smagorinsky モデルの場合、SGS 渦動粘性係数 ν_{SGS} は(8)式で与えられる。

$$\nu_{SGS} = (C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \quad (8)$$

$$|\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2} \quad (9)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (10)$$

ここで、 C_s は Smagorinsky 定数、 $\bar{\Delta}$ は $\bar{\Delta} = (\bar{\Delta}_1 \bar{\Delta}_2 \bar{\Delta}_3)^{1/3}$ ($\bar{\Delta}_i$: i 方向の計算格子幅)、 \bar{u}_i ($i = 1, 2, 3$) は瞬時風速の grid scale 成分、 \bar{S}_{ij} は変形速度テンソル、 $|\bar{S}|$ は変形速度テンソルの大きさである。

以上の標準 Smagorinsky モデルに基づいて格子ボルツマン法を LES 化する場合、(7)式の分子動粘性係数 ν の代わりに $\nu + \nu_{SGS}$ のトータルの動粘性係数 ν' (11式) を導入し、それに基づいて定義される緩和時間 τ' (13式) を(1)式中の緩和時間 τ の代わりに用いることになる。

$$\nu' = \nu + \nu_{SGS} \quad (11)$$

$$\nu' = C^2 \left(\tau' - \frac{\Delta t}{2} \right) \quad (12)$$

$$\tau' = \frac{\nu'}{C^2} + \frac{\Delta t}{2} \quad (13)$$

4. 流入変動風生成手法の概要

工学 LES モデルのための流入変動風生成手法は、①別途あるいは同時の流体計算に基づいて生成する手法と、②目標とする乱流統計量を満たすように人工的に生成する手法の2つに大別される。①の手法は生成される流入変動風が流体の支配方程式 (連続式や運動方程式) を満足する利点を持つ一方、目標とする乱流統計量を必ずしも満足できないことや、流体計算を行うため計算負荷が大きくなるといった欠点を持つ。これに対し、②の手法は計算負荷が小さく、生成される流入変動風が目標とする乱流統計量を満足できる利点を持つ一方、流体の支配方程式を必ずしも満足しないため、流入直後に非物理的な乱れの減衰が生じる欠点を持つ。両手法には一長一短があるが、本研究では②の手法の1つである、Reynolds 応力のコレスキー分解と2次元デジタルフィルタに基づく手法⁽¹⁾⁽⁹⁾を導入し、同手法により生成される流入変動風を平板境界層流解析 (5章参照) に適用した。Reynolds 応力のコレスキー分解と2次元デジタルフィルタに基づく流入変動風の生成手法の詳細については、筆者らの論文⁽¹⁾を参照されたい。文献1では Xie らのオリジナルの手法⁽⁹⁾に対する改良型を提案しているが、本研究においてもその改良型を用いている。また、格子ボルツマン法を用

いる場合、密度 ρ が時空間分布を有するため、Reynolds 応力を $-(\bar{u}_i \bar{u}_j)$ として与える場合と $-(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j)$ として与える場合の2つを考慮した。ただし、本解析対象 (5章参照) の場合、 ρ の時空間変動は小さく、 $\pm 0.01\%$ 程度の変動となっている。

5. 平板境界層流解析の概要

本研究では、LES 化した格子ボルツマン法 (2章および3章参照) と人工的に生成される流入変動風 (4章参照) を用いて、平板境界層流を対象とした解析を行った。解析対象群を Fig. 1 に示す。始めに、①流入変動風生成の際に必要な乱流統計量の作成と②流入変動風を用いた解析の精度検証用データの作成のための Target 解析 (ターゲットとする平板境界層流解析) を実施した。①の乱流統計量の作成においては、Target 解析の $x_1/H=0.5$ の位置 (解析領域の主流 (x_1) 方向中心位置) における鉛直 (x_2 - x_3) 断面 (Fig. 1 参照) のサンプリングデータを使用した。次に、Reynolds 応力のコレスキー分解と2次元デジタルフィルタに基づく手法⁽¹⁾⁽⁹⁾により流入変動風を生成し、その流入変動風を用いた平板境界層流解析 (以下「CDR 解析」と呼ぶ) を行った。

Table 1 に Target 解析の解析領域と格子数を示す。Target 解析では、解析領域の大きさを $H(x_1) \times 0.5H(x_2) \times H(x_3)$ とし、水平 (x_1 - x_2) 方向の格子数は100 (x_1) \times 50 (x_2)、鉛直 (x_3) 方向の格子数は100と150 (fine) の2種類を設定した。Table 2 は CDR 解析の解析領域と格子数を示したものである。CDR 解析では、解析領域の大きさを $2H(x_1) \times 0.5H(x_2) \times H(x_3)$ とし、水平 (x_1 - x_2) 方向の格子数は200 (x_1) \times 50 (x_2)、鉛直 (x_3) 方向の格子数は Target 解析と同様に100と150 (fine) の2種類を設定した。また、4章で述べたように、流入変動風を人工的に生成する際に必要となる Reynolds 応力を $-(\bar{u}_i \bar{u}_j)$ として与える場合 (R1) と $-(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j)$ として与える場合 (R2) の2つを考慮した。

Target 解析と CDR 解析の主な解析条件と境界条件をそれぞれ Table 3、Table 4 に示す。主流 (x_1) 方向の解析領域の大きさと格子数 (Table 1、Table 2 を参照)、流入・流出境界条件以外、Target 解析と CDR 解析は同じ条件を使用している。

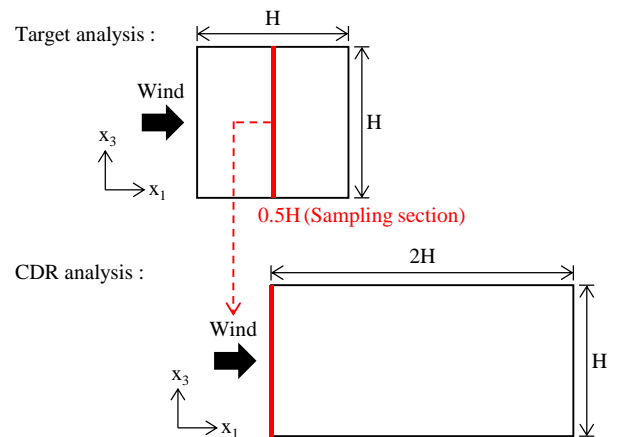


Fig. 1 Computational domains

Table 1 Computational models for the Target analysis

Case	Target	Target _{fine}
Computational domain	$H(x_1) \times 0.5H(x_2) \times H(x_3)$	$H(x_1) \times 0.5H(x_2) \times H(x_3)$
Grid points	$100(x_1) \times 50(x_2) \times 100(x_3)$	$100(x_1) \times 50(x_2) \times 150(x_3)$

H: Height of the computational domain

Table 2 Computational models for the CDR analysis

Case	CDR-R1	CDR-R1 _{fine}	CDR-R2	CDR-R2 _{fine}
Computational domain	2H (x ₁) × 0.5H (x ₂) × H (x ₃)		2H (x ₁) × 0.5H (x ₂) × H (x ₃)	
Grid points	200 (x ₁) × 50 (x ₂) × 100 (x ₃)	200 (x ₁) × 50 (x ₂) × 150 (x ₃)	200 (x ₁) × 50 (x ₂) × 100 (x ₃)	200 (x ₁) × 50 (x ₂) × 150 (x ₃)
Reynolds stress	-⟨ū _i ū _j ⟩		-⟨ρ ū _i ū _j ⟩	

H: Height of the computational domain

Table 3 Numerical conditions for the target analysis

Reynolds number (= UH / ν)	10,000 U : Mean velocity at the upper boundary
Spatial scheme	Equivalent to 2nd-order central difference scheme
Time integration	Equivalent to 2nd-order explicit method
SGS model	Standard Smagorinsky model (C _s = 0.10)
Driving force	Shear-driven
Inflow boundary	Periodic condition
Outflow boundary	Periodic condition
Lateral boundary	Periodic condition
Upper boundary	Slip-wall condition
Ground surface boundary	No-slip condition (Bounce-back condition)

Table 4 Numerical conditions for the CDR analysis

Reynolds number (= UH / ν)	10,000 U : Mean velocity at the upper boundary
Spatial scheme	Equivalent to 2nd-order central difference scheme
Time integration	Equivalent to 2nd-order explicit method
SGS model	Standard Smagorinsky model (C _s = 0.10)
Driving force	Shear-driven
Inflow boundary	Artificially generated inflow turbulence
Outflow boundary	Zero-gradient condition
Lateral boundary	Periodic condition
Upper boundary	Slip-wall condition
Ground surface boundary	No-slip condition (Bounce-back condition)

6. 解析結果

6.1 流入変動風の生成精度

Fig. 2 から Fig. 5 は、Target 解析における主流 (x₁) 方向平均流速 ⟨ū₁⟩/U、乱流エネルギー k_{R1}/U² (k_{R1} = ⟨ū_i ū_i⟩/2) または k_{R2}/PU² (Pは代表密度、k_{R2} = ⟨ρ ū_i ū_i⟩/2) の鉛直分布と、CDR 解析で用

いる人工的に生成した流入変動風の同鉛直分布を比較したものである。ここで、Target 解析の結果は水平 (x₁-x₂) 面平均、人工的に生成した流入変動風の結果は主流横断 (x₂) 方向平均を併せて施している。また、図示した結果は全て grid scale 成分の値である。人工的に生成した流入変動風は、平均風速 (Fig. 2 から Fig. 5 の(1))、

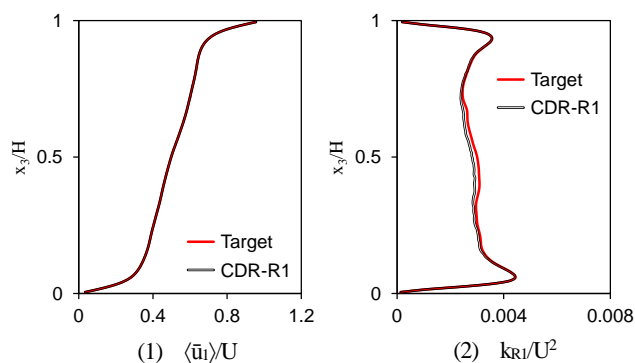


Fig. 2 Comparisons of the vertical profiles of the streamwise velocity and turbulent kinetic energy between Target and CDR-R1

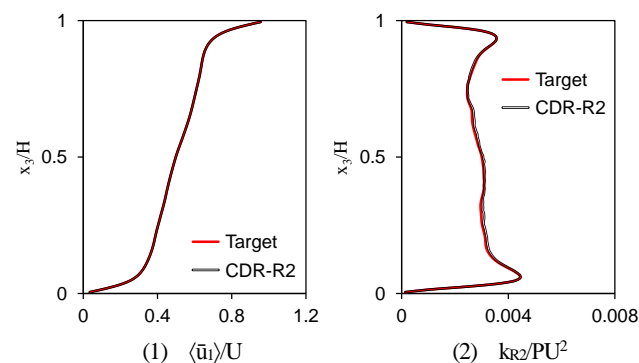


Fig. 3 Comparisons of the vertical profiles of the streamwise velocity and turbulent kinetic energy between Target and CDR-R2

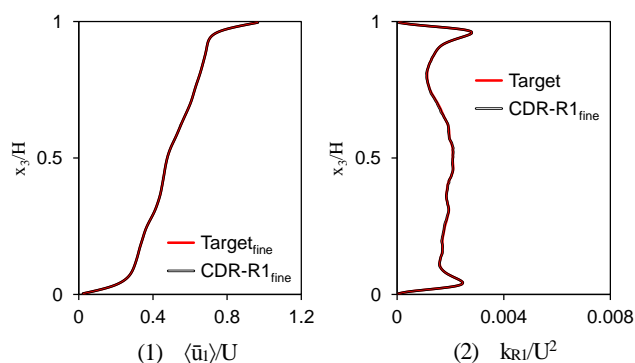


Fig. 4 Comparisons of the vertical profiles of the streamwise velocity and turbulent kinetic energy between Target and CDR-R1_{fine}

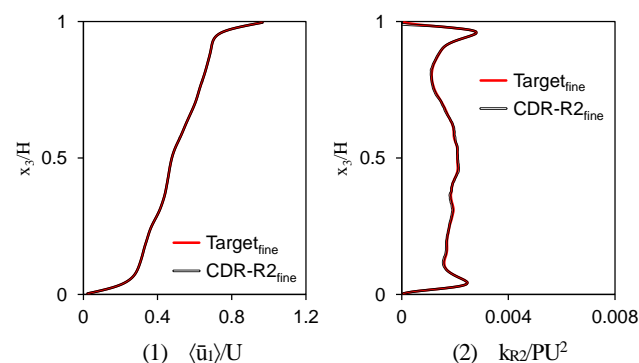


Fig. 5 Comparisons of the vertical profiles of the streamwise velocity and turbulent kinetic energy between Target and CDR-R2_{fine}

乱流エネルギー (Fig.2 から Fig.5 の(2)) とともに Target 解析の結果と良く一致している。

6.2 流入変動風の流下性状

Fig. 6 から Fig. 9 は、CDR 解析の $x_1/H = 0.0, 0.1, 0.2, 0.4$ ($x_1/H = 0.0$ が流入面) の位置における主流 (x_1) 方向平均風速 $\langle \bar{u}_1 \rangle / U$ と乱流エネルギー kr_1/U^2 または kr_2/PU^2 の鉛直分布 (主流横断 (x_2) 方向平均を実施) について、Target 解析の結果 (水平 (x_1-x_2) 面平均を実施) と比較したものである。なお、Fig. 2 から Fig. 5 と同様、図示した結果は全て grid scale 成分の値である。

平均風速 (Fig. 6 から Fig. 9 の(1)) に関しては、全ての CDR 解析ケースにおいて Target 解析と良く一致した結果となっている。一方、乱流エネルギー (Fig. 6 から Fig. 9 の(2)) に関しては、全ての CDR 解析ケースにおいて、解析領域上端付近と地表面境界付近で流入直後から乱れを大幅に過小評価している。しかし、それらの境界の影響が少ないと考えられる解析領域中心付近 ($0.4 \leq x_3/H \leq 0.6$) では、鉛直 (x_3) 方向の格子を細かくした CDR-R1_{fine} や CDR-R2_{fine} は Target 解析の結果と良く一致している。

Table 5 は、(14)式で算出した減衰率 ($0.4 \leq x_3/H \leq 0.6$ における平均値として算出) と(15)式で算出した誤差率 ($0.0 \leq x_3/H \leq 1.0$ における平均値として算出) をまとめたものである。

$$\text{Attenuation rate} = \frac{\text{TKE}_{\text{Inflow}}(x_3) - \text{TKE}_{x_1/H=0.1}(x_3)}{\text{TKE}_{\text{Inflow}}(x_3)} \times 100(\%) \quad (14)$$

$$\text{Error rate} = \frac{|\text{TKE}_{\text{Inflow}}(x_3) - \text{TKE}_{x_1/H=0.1}(x_3)|}{\text{TKE}_{\text{Inflow}}(x_3)} \times 100(\%) \quad (15)$$

ここで、 $\text{TKE}_{\text{Inflow}}(x_3)$ は $x_1/H=0.0$ (流入面) における乱流エネルギー

一の値、 $\text{TKE}_{x_1/H=0.1}(x_3)$ は $x_1/H=0.1$ (流入直後) における乱流エネルギーの値である。鉛直 (x_3) 方向の格子を細かくした CDR-R1_{fine} や CDR-R2_{fine} の場合、それらよりも鉛直 (x_3) 方向の格子が粗い CDR-R1 や CDR-R2 に比べて、減衰率と誤差率が大きく改善されている。本解析では地表面境界条件として no-slip 条件 (bounce-back 条件) を用いているが、その適用と鉛直 (x_3) 方向の格子解像度の整合性も改善の大きな要因の 1 つと考えられる。また、Reynolds 応力を $-(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j)$ として与えた CDR-R2 や CDR-R2_{fine} の方が Reynolds 応力を $-(\bar{u}_i \bar{u}_j)$ として与えた CDR-R1 や CDR-R1_{fine} よりも減衰率と誤差率が若干改善されている。

解析条件が幾つか異なるので直接の比較はできないが、人工的に生成した流入変動風を用いた差分法 LES による平板境界層流解析の結果⁹⁾では、同様に減衰率 ((14)式) と誤差率 ((15)式) を算出するとそれぞれ 15.2%、15.0% となる。今後、解析条件を統一して比較する必要があるが、差分法 LES で人工的に生成した流入変動風を用いる場合に見られる流入直後の大きな乱れの減衰は、格子ボルツマン法を導入することにより、大きく改善される可能性が示唆される。

Table 5 Attenuation rate and error rate in the CDR analysis

Case	Attenuation rate ($0.4 \leq x_3/H \leq 0.6$)	Error rate ($0.0 \leq x_3/H \leq 1.0$)
CDR-R1	11.8%	19.8%
CDR-R2	11.2%	17.3%
CDR-R1 _{fine}	4.2%	12.5%
CDR-R2 _{fine}	3.3%	11.3%

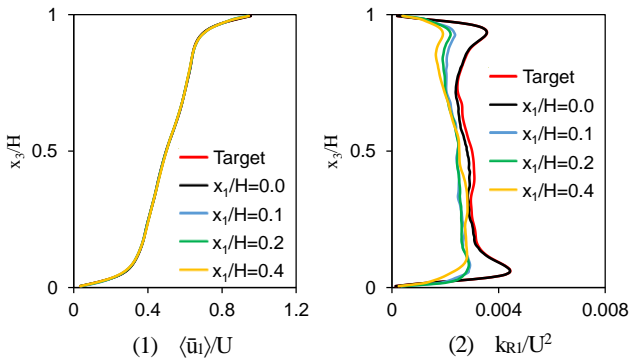


Fig. 6 Vertical profiles of the downstream flow properties in the case of CDR-R1

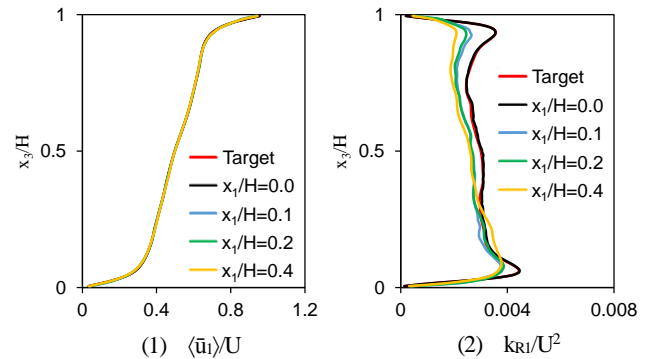


Fig. 7 Vertical profiles of the downstream flow properties in the case of CDR-R2

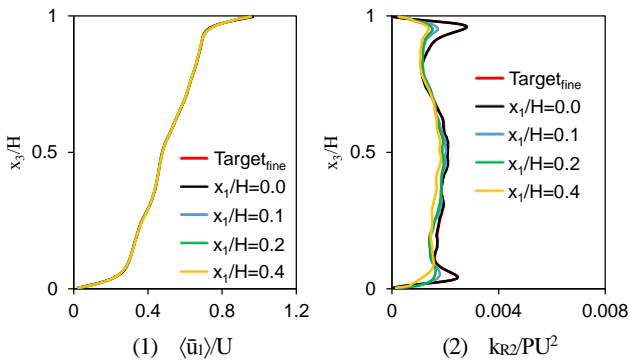


Fig. 8 Vertical profiles of the downstream flow properties in the case of CDR-R1_{fine}

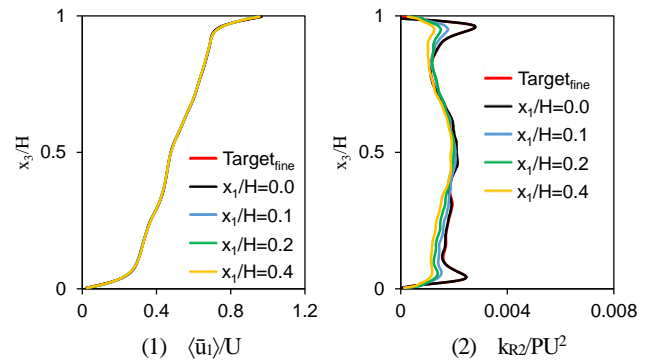


Fig. 9 Vertical profiles of the downstream flow properties in the case of CDR-R2_{fine}

7. まとめ

本研究では、連続式や運動方程式を陽に解かない格子ボルツマン法 (LES 化した格子ボルツマン法) を導入し、平板境界層流解析を対象として、人工的に生成した流入変動風の流下性状の再現性を検証した。格子ボルツマン法を導入した場合、解析領域上端付近や地表面境界付近において乱れの過小評価が生じたものの、それ以外の領域においては、(特に鉛直方向の格子を細かくした場合) ターゲットとする乱流統計量を精度良く再現できることが確認された。今後、解析条件を統一して比較する必要があるが、差分法 LES で人工的に生成した流入変動風を用いる場合に見られる流入直後の大きな乱れの減衰は、格子ボルツマン法を導入することにより、大きく改善される可能性が示唆された。

謝辞 本研究は、科学研究費 (基盤研究 (S) No.24226013) (研究代表者: 大岡龍三) の助成を受けて行ったものである。ここに記して謝意を表す。

参考文献

(1) 近藤亮彦, 飯塚悟, "気象モデルと工学 LES モデルのシームレ

スな結合手法の開発 (その 1) Reynolds 応力のコレスキー分解に基づく人工的な LES 流入変動風生成手法の検討," 日本建築学会環境系論文集, 77(678) (2012), pp.661-669.

- (2) Xuan, Y. and Iizuka, S., "Effects of imposing the continuity condition on artificially generated inflow turbulence for LES," Proceedings of the 6th International Symposium on Computational Wind Engineering (2014), 8pp.
- (3) Xie, Z. and Castro, I.P., "Efficient generation of inflow conditions for large eddy simulation of street-scale flows," Flow, Turbulence and Combustion, 81(3) (2008), pp.449-470.
- (4) 葛原道久, 高田尚樹, 片岡武, "格子気体法・格子ボルツマン法—新しい数値流体力学の手法 (FD 付)—," コロナ社 (1999).
- (5) 稲室隆二, "格子ボルツマン法—新しい流体シミュレーション法—," 物性研究, 77(2) (2001), pp.197-232.
- (6) 玄英麗, 飯塚悟, 吉田亘佑, "人工的な流入変動風に対する連続条件の効果—平板境界層 LES における検討—," 日本流体力学学会年会 (2014), 4pp.