

壁法則に基づく動的な LES 壁面モデルの検討

Investigation of dynamic wall model based on the law-of-the-wall for Large Eddy Simulation

- 鶴沢 憲, 東大生研, 東京都目黒区駒場 4-6-1, E-mail: uzawa@iis.u-tokyo.ac.jp
 小野 謙二, 理研 AICS, 兵庫県神戸市中央区港島南町 7-1-26, E-mail: keno@riken.jp
 Ken Uzawa, University of Tokyo, 4-6-1 Komaba Meguro-ku, Tokyo
 Kenji Ono, RIKEN AICS, 7-1-26, Minatojima-minami-machi, Chuo-ku, Kobe, Hyogo

A simplified wall-modeled Large Eddy Simulation (LES) based on combination of the direct forcing immersed boundary method and the-law-of-the-wall is investigated. The characteristic of the model is flexibility for a wide range of Reynolds number flow and applicability to geometry shape without thickness. LES based on the Coherent Smagorinsky Model (CSM) was performed for code validation and found that the numerical results are in agreement with resolved-LES and Direct Numerical Simulation results. It has shown the potential to reduce the computational cost of a conventional LES calculation from 1/100 to 1/10.

1. 諸言

京コンピュータに代表されるスーパーコンピュータの大規模並列計算能力の向上を背景に、非常常流れを準第一原理的に計算可能な Large Eddy Simulation (LES) が自動車や船舶、航空・宇宙等の分野における製品の設計・開発過程で活用され始めてきている。しかしながら、一般に上記の分野で直面する複雑形状周りの高レイノルズ数流れ場に滑りなし条件を課した LES が適用されるケースはまだそれほど多くはない。その理由は、レイノルズ数が大きくなると運動量輸送を主導的に担う縦渦を解像するために膨大な計算格子を壁面近傍の乱流境界層内に必要とするからである。一例として、境界層を解像するために必要とされる計算格子数はレイノルズ数の 1.8 乗と見積もることができるが^(1,2)、レイノルズ数が 10^7 の場合には 10 兆セルもの計算格子が必要となる。これは現時点での最新スーパーコンピュータをもってしても現実的な時間では計算不可能な計算規模である。したがって、LES の工業的な応用を前提とする場合には、現時点において壁面境界条件 (LES 壁面モデル) の使用は不可避である。

LES 壁面モデルの開発はこれまで精力的に進められており、主に 2 別できる。

- (1) 代数則や境界層方程式を解くことで壁面せん断応力を直接求めるモデル^(3,8)
- (2) 主流を LES で解き壁面近傍の流れをレイノルズ平均 Navier-Stokes 方程式 (RANS) で解くハイブリッドモデル^(9,13) 前者は人工的境界条件として古くから研究されてきたモデルであり⁽⁴⁾、近年では内層に粘性スケールの格子を埋め込み境界層方程式を解くハイブリッドモデルも開発され、上記の速度不整合に対する有効性が報告されている⁽⁵⁾。後者は Detached Eddy Simulation (DES)^(2,9) や LES/RANS ハイブリッドモデル⁽¹⁰⁾ が代表例であり、主要な市販ソフトやオープンソースソフトウェアにも実装されている実績がある。しかし LES と RANS の接続領域における速度不整合を避けるために人工的な操作が必要であり⁽¹¹⁻¹³⁾、また定式化レベルにおいても LES の空間平均 (フィルタ平均) と比較して RANS の空間平均は定量性に乏しく、LES のフィルタ幅との関連性は必ずしも自明ではない。したがって、本研究では前者に基づく新しい簡便な LES 壁面モデルを検討することとした。モデルの有効性を確認するために、摩擦レイノルズ数 150 のチャンネル流れを対象に検証を行った。得られた計算結果を DNS データベースや滑りなし条件を課した LES 結果と比較するとともに格子解像度についても検討し、本モデルの適用性を議論した。

2. 基礎方程式

基礎方程式は、フィルタ操作を施した非圧縮性流れの連続の式および Navier-Stokes 方程式である。

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (-\tau_{ij} + 2\nu \bar{S}_{ij}) \end{cases}$$

ここで \bar{S}_{ij} はひずみ速度テンソルのグリッドスケール (GS) 成分、 \bar{u}_i は速度の GS 成分、 \bar{p} は圧力の GS 成分、 ρ は密度、 ν は動粘性係数をあらわす。サブグリッドスケール (SGS) 応力 τ_{ij} はモデル化が必要な部分であるが、本研究では

- (1) 負の拡散係数を避けるための大域的な平均操作が必要なく計算コードの高い並列性能を担保可能
- (2) 流れ場に依存するモデル係数を必要とせずに複雑形状場への適用性が高い

という観点から、局所 SGS モデルの一種であるコヒーレント構造スマゴリンスキー (CSM) モデル⁽¹⁴⁾を採用した。

局所 SGS モデルでは SGS 応力の非等方成分を $\tau_{ij}^{(a)} = \tau_{ij} - \delta_{ij} \tau_{kk}/3 = -2\nu_e \bar{S}_{ij}$ (ν_e は SGS 渦動粘性係数) と表せるが、CSM モデルにおける ν_e の表式は以下となる。

$$\nu_e = \frac{1}{22} |F_{cs}|^{\frac{3}{2}} (1 - F_{cs}) \Delta^2 |\bar{S}|$$

ここで Δ はフィルタ幅であり、

$$|\bar{S}| = 2 \sqrt{\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}}$$

は GS ひずみ速度テンソルの大きさ、

$$\bar{W}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right), \quad |\bar{W}| = 2 \sqrt{\bar{W}_{ij} \bar{W}_{ij}},$$

はそれぞれ GS 速度勾配テンソルの対称成分とその大きさ、

$$Q = \frac{1}{2} (\bar{W}_{ij} \bar{W}_{ij} - \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}) = \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$$

は GS 速度勾配テンソルの第 2 不変量、 $F_{cs} = Q/E$ はコヒーレント構造関数をあらわす。

3. LES 壁面モデル

従来、工業的な複雑形状周りの流れを高精度に解く場合には、物体形状の再現性に優れた非構造格子が使用されることが多い。しかし、計算機の能力が上がるにつれて物体形状はますます複雑になり、人間の手以外では実施が困難な CAD データのクリーニングや水密化など計算格子の生成に費やす時間が莫大になっているという現状がある。このような背景から、我々は極めて短時間

に格子生成が可能な直交格子に基づく 3 次元熱流体解析 Solver FrontFlow-Viloet (FFV) を開発している^(15,16)。これまでに京コンピュータの全ノード (82944 ノード, コア数 663552) において 90 パーセント弱の弱スケーリング性能を達成し, 自動車分野において 290 億セル規模の流体解析の実績がある⁽¹⁷⁾。また, 幅広いレイノルズ数流れに対応するために大規模並列計算に親和性の高い局所 SGS モデルを実装し, カノニカルな流れを対象にコードの妥当性を確認している⁽¹⁸⁾。

LES の定式化には, 体積平均化とフィルタ平均化の 2 通りがあり, 前者に基づく壁面モデルでは速度の境界条件として壁面摩擦応力のみを与える。一方で, 後者の壁面モデルでは直交格子法と親和性が高い Direct Forcing 型の埋め込み境界法⁽¹⁹⁾に基づき, 壁面境界条件を課すセルの速度を近接セルの速度により強制する境界条件を課す手法が提案されている⁽⁶⁾。これまでに翼型周りや自動車回りの流れ場解析に適用され, 圧力係数分布が実験値と良好に一致する結果が報告されていることから^(7,8), 本研究でも先行研究の手法を基礎とした。しかし, これまでの手法では壁面境界条件を課すセルおよび近接セルが対数領域にあることを前提としており, 局所的にレイノルズ数が低くなる箇所へのモデルの適用性が自明ではない。また物体形状面 (物体形状と交点を持つセル界面) を持つセルの二層外側に壁面境界条件を課すセルを定義していることから, 薄板等の厚みを持たない物体周りの流れ場に対する適用性が明らかではない。そこで, 本研究ではこれまでの手法を改良し, 幅広いレイノルズ数の流れや厚みを持たない物体形状周りの流れ場を解析可能な LES 壁面モデルを検討することとした。計算手順は以下の通り。

- (1) 計算セルを下記 3 種類のセルに分類する。(i) 計算セルを全て物体内に含むセルを固体セルとする。(ii) 物体形状面を持つセルを境界セルとする。(iii) 残りのセルを流体セルとする。このうち, 基礎方程式の時間発展を解くのは流体セルのみとし, 境界セルセンタ (Fig. 1 の赤点) の速度ベクトル u_{BC} および圧力 p_{BC} は以下の手順により求める。(Fig. 1)
- (2) 境界セルセンタを通り, 物体法線方向に d_{IP-BC} だけ伸ばした点に仮想的な点 (イメージポイント, IP) を定義する。IP 速度 u_{IP} および IP 圧力 p_{IP} は近接セルセンタ 8 点の物理量から線形内挿することで求める。なお, 内挿過程に境界セル自身を参照しないために, $d_{IP-BC} = 2d$ (d : 格子幅) としている。

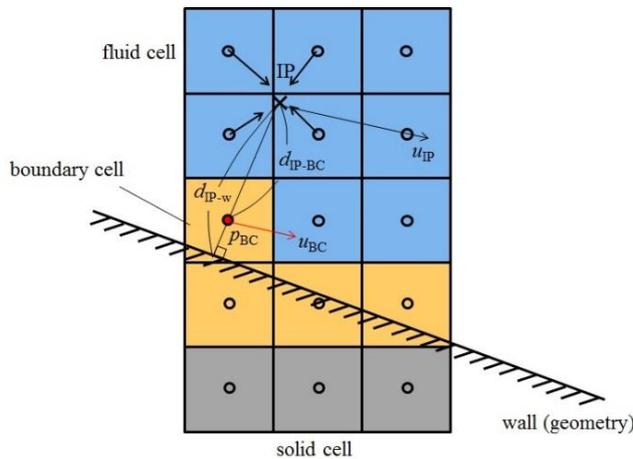


Fig. 1 Interpolation process of the image point.

- (3) 物体接線方向 IP 速度 $u_{IP,t}$ が Spalding 則に従うものとし, $u_{IP,t}$ を既知として Spalding 則から壁面摩擦速度を反復的に求める。

- (4) (3) で求めた壁面摩擦速度と境界セルセンタ-壁面間距離 (d_{BC-w}) を既知として, Spalding 則から物体接線方向境界セルセンタ速度 $u_{BC,t}$ を反復的に求める。また, 物体法線方向境界セルセンタ速度 $u_{BC,n}$ は下記の式で求める。

$$u_{BC,n} = \frac{d_{BC-w}}{d_{IP-w}} \cdot u_{IP,n}$$

ここで, $u_{IP,n}$ は物体法線方向境界 IP 速度, d_{IP-w} は IP-壁面間距離である。(Fig. 2)

- (5) 圧力の境界条件には Neumann 条件を課す。すなわち, 境界セルセンタ圧力を p_{BC} とすると $p_{BC} = p_{IP}$ である。
- (6) 境界セルセンタから物体法線方向に仮想的に微小変位した点 (IP2) を定義し, Spalding 則から IP2 での物体接線速度を反復的に求める。境界セルセンタと IP2 での物体接線速度から境界セルセンタでの接線方向速度勾配 $du/dn|_{BC}$ を求め, 壁面速度 u_{wall} を以下にして求める。

$$u_{wall} = u_{BC,t} - \left. \frac{du}{dn} \right|_{BC} \cdot d_{BC-w}$$

求めた壁面速度と物体境界面から固体セルのセルセンタ速度を与える。境界セルがバッファ層および対数領域にある場合には, 上式が壁面スリップ速度を与える。境界セルが粘性低層に存在する場合には速度勾配は 1 になり, 粘着条件 ($u_{wall} = 0$) に帰着する。このようにして, 壁面速度境界条件は計算の過程から動的に決めることができる。

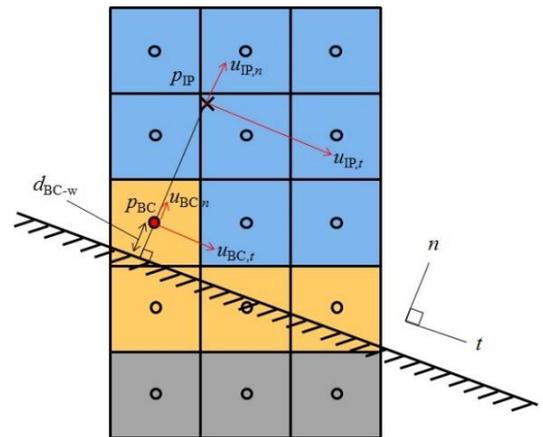


Fig. 2 Extrapolation process of the boundary cell.

4. 検証結果

本モデルの有効性を確認するために, 摩擦レイノルズ数 150 のチャンネル流れを対象に検証を行う。計算領域を Fig. 3 に示す。計算領域の上下 1/4 に直方体の STL 形状を挿入し境界セルを定義し, 壁面からの距離を求めている。流路の主流方向, 壁面鉛直方向, スパン方向をそれぞれ (x, y, z) 方向とすると, 流路の大きさは $(L_x, L_y, L_z) = (8.0, 2.0, 4.0)$ である。格子幅 h は全方向等間隔の $h = 0.1$ とし, 各方向のセル分割数は $(N_x, N_y, N_z) = (80, 20, 40)$ である。壁面セルセンタ-壁面間の無次元距離は $y_{min}^+ = 7.5$ であり, 一般的な LES と比較すると, 壁面鉛直方向に 5-10 倍程度粗い格子幅である。

Fig. 4 に主流方向平均速度の計算結果を示す。結果の比較対象として, 同一解像度で粘着条件を課した CSM モデルの結果 (CSM, NoSlip), 格子解像度を上げて粘着条件を課した CSM モデルの結果 (CSM, NoSlip (resolved)), Kasagi らのスペクトル法による DNS データベースの結果 (DNS (Kasagi))⁽²⁰⁾ を示す。格子解像度については Table. 1 の通り, CSM モデルでは, 粘性低層に数点の格子点を確保することで乱流のコヒーレント構造が解像可能となり,

流れ場の高い予測精度が担保できる。しかし、格子幅をモデルの適用範囲外なほど法外に粗く選ぶと、コヒーレント構造が解像できず、壁面第一格子から計算される壁面せん断応力の予測精度が悪化する。本モデルにより壁法則から壁面摩擦速度を求めることで、DNS 結果や解像された LES 結果と同程度の予測精度を与えることが分かる。

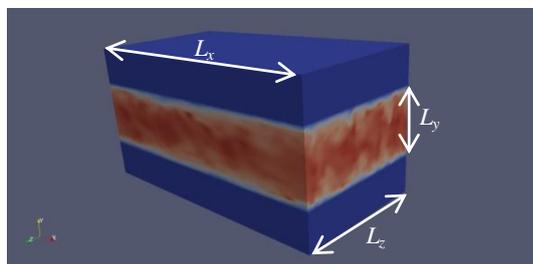


Fig. 3 Computational domain of validation model.

	Slip	NoSlip	NoSlip (resolved)
N_x	80	80	100
N_y	20	20	200
N_z	40	40	100
h	15 (uniform)	15 (uniform)	12(x), 1.5 (y), 6(z)

Table. 1 Division numbers and grid spacing.

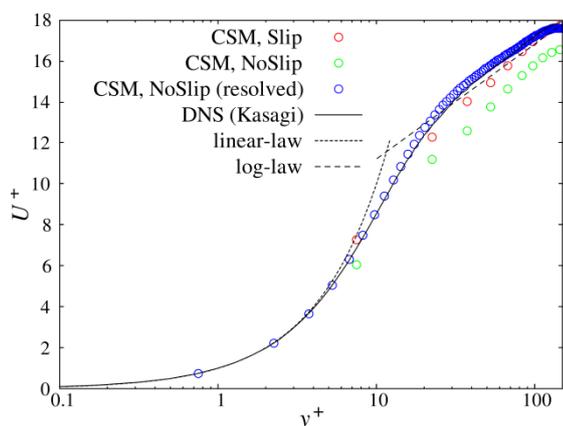


Fig. 4 Mean streamwise velocity.

5. 結語

本研究では、直交格子法に親和性の高い埋め込み境界法に基づき、壁面セルの速度および圧力を壁法則から求める簡便な LES 壁面モデルを検討した。本モデルは、幅広いレイノルズ数の流れ場や、厚みを持たない物体形状周りの流れ場を解析可能であるという特徴を持つ。モデルの有効性を確認するために、摩擦レイノルズ数 150 のチャンネル流れを対象に検証を行った。得られた計算結果を DNS データベースや境界層内に十分な解像度を持つ LES による結果と比較したところ、本モデルの計算結果がそれらと同等の予測精度を与えることが分かった。また、一般的な LES における格子幅と比較することで、従来の計算コストを 1/10~1/100 程度に削減できる可能性を示した。

6. 謝辞

本研究は、文部科学省 HPCI 戦略プログラム「分野4次世代ものづくり」課題 3「乱流の直接計算に基づく次世代流体設計システムの研究開発」の補助を受けた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- (1) Chapman, D.R. "Computational aerodynamics development and outlook", AIAA Journal 17 (12) (1979), pp.1293-1313.
- (2) Spalart, P.R. et al., "Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach", Proc. First AFOSR International Conference on DES/LES (1997), p.137-147.
- (3) Piomelli, U. and Balaras, E., "Wall-layer models for large-eddy simulations", Annual Review of Fluid Mechanics 34 (2002), pp.349-374.
- (4) Morinishi, Y., "Development of LES using Law of the Wall (Two-Layer Model)", SEIKEN-KENKYU, Vol.41 (1989), pp.72-75.
- (5) Kawai, S. and Larsson, J., "Wall-modeling in large eddy simulation: Length scales, grid resolution, and accuracy", Physics of Fluids 24 (1) (2012), pp.015105.
- (6) Ruffin, S. M. and Lee, J. D., "Adaptation of a k-epsilon Model to a Cartesian Grid Based Methodology", International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, 3 (2009), pp. 238-245.
- (7) 坂井玲太郎ら, "埋め込み境界型壁面モデルを用いた直交格子積み上げ法による流体解析", 第 26 回流体力学シンポジウム, E04-2 (2012).
- (8) 赤坂啓ら, "Immersed boundary method 法および局所細分化格子を用いた実写形状周り流れの短期間シミュレーション手法", 自動車技術会論文集, 46 (2015) p.963-968.
- (9) Spalart, P.R., "Detached-eddy simulation", Annual Review of Fluid Mechanics 41 (2009), pp.181-202.
- (10) Hanba, F., "An attempt to combine large eddy simulation with the k-ε model in a channel-flow calculation", Theoret. Comput. Fluid. Dynamics, 14 (2001) pp.323-336.
- (11) Nikitin, N.V. et al., "An approach to wall modeling in large-eddy simulations", Physics of Fluids 12 (7) (2000), pp.1629-1632.
- (12) Piomelli, U. et al., "The inner-outer layer interface in large-eddy simulations with wall-layer models", International Journal of Heat and Fluid Flow 24 (4) (2003), pp.538-550.
- (13) Shur, M.L. et al., "A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities", International Journal of Heat and Fluid Flow 29 (6) (2008), pp.1638-1649.
- (14) Kobayashi, H. et al., "Application of a local SGS model based on coherent structures to complex geometries", Int. J. Heat and Fluid Flow 29 (2008), pp.640-653.
- (15) http://avr-aics-riken.github.io/ffvc_package/
- (16) <https://github.com/avr-aics-riken/FFV-HC.git>
- (17) 小野謙二, 大西順也, "100 億超格子を用いた自動車の大規模流体解析への挑戦", スーパーコンピューティングニュース, 15, Special Issue 1 (2013) pp.59-69.
- (18) Uzawa, K. and Ono, K. "Validation of local SGS models implemented in high-performance CFD solver: FFV-C", ASME-JSME-KSME Joint Fluids Engineering Conference (2015).
- (19) Mohd-Yusof, J., "Combined immersed boundaries/b-splines methods for simulations of flows in complex geometries", CTR Annual Research Briefs (1997), pp.317-327.
- (20) http://thtlab.jp/DNS/CH12_PG.WL7