

# 直交格子法における埋め込み境界法と Cut-Cell 法の比較

## - 壁関数を用いた乱流解析 -

### Comparison of Immersed Boundary Method and Cut-Cell Method on Cartesian Grids - Turbulent Flow Simulation using Wall Function -

- 原田基至, 東大院, 東京都文京区本郷 7-3-1, 1271987985@mail.ecc.u-tokyo.ac.jp
- 玉置義治, 東大院, 東京都文京区本郷 7-3-1, 4644981114@mail.ecc.u-tokyo.ac.jp
- 高橋悠一, 東大院, 東京都文京区本郷 7-3-1
- 今村太郎, 東大院, 東京都文京区本郷 7-3-1, timat@mail.ecc.u-tokyo.ac.jp
- Motoshi Harada, The University of Tokyo, 7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-8656, Japan
- Yoshiharu Tamaki, The University of Tokyo, 7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-8656, Japan
- Yuichi Takahashi, The University of Tokyo, 7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-8656, Japan
- Taro Imamura, The University of Tokyo, 7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-8656, Japan

The purpose of this paper is to compare an immersed boundary method (IBM) and a cut-cell method on Cartesian grids. A wall function is coupled with the two methods, and two-dimensional turbulent flow is solved. Three test cases provided by Turbulence Modeling Resource are employed. The computational results are analyzed in detail using the data obtained from the website. The cut-cell method gives accurate skin friction distributions for all test cases, whereas the results of IBM are accurate only in grid-aligned flat plate case. In order to simulate turbulent flow accurately using IBM, further improvements in the calculation of the convective flux at the wall boundaries are required.

## 1. 序論

直交格子法では格子生成を容易に完全自動化することができる<sup>(1)</sup>。しかしながら、物体が階段状になってしまうため (Fig. 1), 物体形状を正確に再現し、かつ精度よく流れ場を解析するためには膨大な格子点数を要する。この問題への対処として広く用いられている手法が埋め込み境界法 (Immersed Boundary Method, IBM)<sup>(2)</sup> と Cut-Cell 法<sup>(3)</sup>である。埋め込み境界法では、格子は直交格子のままとし、境界条件によって本来の滑らかな物体形状を模擬する。この手法の長所は格子生成の容易さ・ロバスト性を損なわない点であるが、質量保存則が満たされない欠点をもつ。他方、Cut-Cell 法は物体と交差する直交格子を切断し、物体形状を区分的な直線で表現する。Cut-Cell 法は埋め込み境界法に対して、質量保存則を満たす点で優位性を持つ。しかし、直交格子を切断する処理は非常に煩雑である。特に三次元においては煩雑な場合分け・例外処理を要し、格子生成のロバスト性が失われる要因となりうる<sup>(4)</sup>。

著者らは文献<sup>(5)</sup>において埋め込み境界法と簡略化された Cut-Cell 法を用いて非粘性流と層流の解析を行い、双方の利点・課題を検証した。その結果、埋め込み境界法と Cut-Cell 法では同程度の精度の結果が得られたが、Cut-Cell 法の方が解像度に優れることが分かった。

直交格子法を航空機まわりの流れのような実用問題へ適用することを考えると、乱流境界層への対応が不可欠である。直交格子法において、層流の解析に使用した手法で乱流境界層を解像しようとする、物体適合格子を使用した場合に比べてセル数が大幅に増大する。セル数を低減するためには乱流境界層の内層をモデル化した壁関数を用いることが有効である<sup>(6,7)</sup>。

そこで本稿では埋め込み境界法と Cut-Cell 法に壁関数を組み合わせ、乱流解析を行う。その結果を物体適合格子による解析結果と比較し、乱流解析における埋め込み境界法と Cut-Cell 法の挙動を検証する。

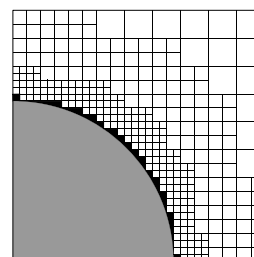


Fig. 1 The hierarchical Cartesian grid around a circular cylinder.

## 2. 数値計算法

### 2. 1 流体計算

流体ソルバーには当研究室で開発中の階層型直交格子を用いた二次元圧縮性流体ソルバー<sup>(8)</sup>を使用する。計算手法を Tab. 1 にまとめる。支配方程式は二次元の圧縮性 RANS 方程式であり、セル中心有限体積法により離散化する。格子には四分木法により物体近傍を細分化した階層型直交格子を使用し、非構造格子として扱う。乱流モデルには SA モデル (SA-nof2)<sup>(9)</sup>を使用する。3 次精度 MUSCL 法によって変数補間をし、非粘性流束を SLAU<sup>(10)</sup>で計算する。必要に応じて van Albada のリミター<sup>(11)</sup>を用いる。粘性流束は二次精度中心差分<sup>(12)</sup>で評価する。勾配計算には WLSQ(G)<sup>(13)</sup>を用いる。時間積分には LU-SGS 陰解法<sup>(14)</sup>を使用し、時間刻みは局所時間刻み法とする。

### 2. 2 階層型直交格子

階層型直交格子の格子分布を 3 つのパラメータ (最小格子幅, Wall Layer, Smooth Layer) により制御する。Wall Layer とは物体まわりにおいて格子幅が最小格子幅に等しいセルの層の数のことである。また、Smooth Layer は Wall Layer の外側で同一の格子幅をもつセルの層の数を意味する。例えば、Fig. 2 に示されている格子は Wall Layer 4 層, Smooth Layer 3 層となっている。

Tab. 1 Numerical Methods.

Governing Equations	2D compressible RANS equations
Discretization Method	Cell-centered FVM
Type of grids	Unstructured hierarchical Cartesian grids
Turbulence model	Spalart-Allmaras (SA-noft2)
Inviscid flux	SLAU with third-order MUSCL
Limiter	van Albada
Viscous flux	Second-order central difference
Gradient evaluation	WLSQ(G)
Time integration method	LU-SGS
Time stepping method	Local time stepping method

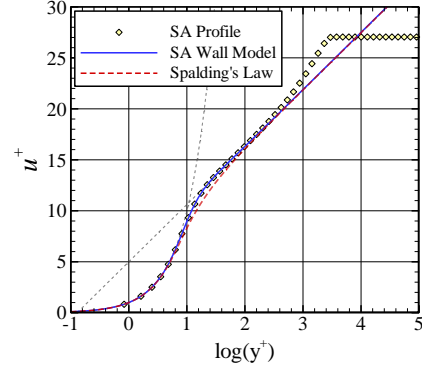


Fig. 3 Comparison of SA wall model and Spalding's law.

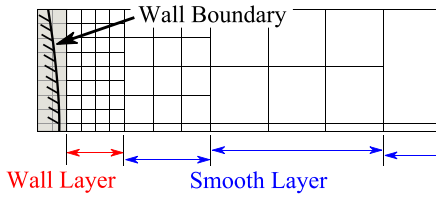


Fig. 2 Definition of wall layer and smooth layer.

### 2. 3 壁関数

乱流境界層の内層では壁法則

$$u^+ = f(y^+) \quad (1)$$

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}, \quad y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}, \quad u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad (2)$$

が成り立つ<sup>(15)</sup>. 壁法則の具体的な表式である壁関数のひとつに SA Wall Model<sup>(16)</sup>がある. SA Wall Model は SA モデルにゼロ圧力勾配などの仮定をおき, 解析的に導出されるものであり, 以下の式で表わされる.

$$u^+ = f(y^+) = \bar{B} + c_1 \log((y^+ + a_1)^2 + b_1^2) - c_2 \log((y^+ + a_2)^2 + b_2^2) - c_3 \text{Arctan}(y^+ + a_1, b_1) - c_4 \text{Arctan}(y^+ + a_2, b_2) \quad (3)$$

$\bar{B}, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, c_3, c_4$  はモデル定数である. また, 他によく知られた壁関数に Spalding 則<sup>(17)</sup>

$$y^+ = u^+ + \exp(-\kappa B) \left[ \exp(\kappa u^+) - \sum_{n=0}^3 \frac{(\kappa u^+)^n}{n!} \right] \quad (4)$$

$$\kappa = 0.41, B = 5 \quad (5)$$

がある. SA Wall Model と Spalding 則をプロットしたものが Fig. 3 である. SA モデルを用いて平板上の乱流境界層を計算した場合の速度分布も合わせて示している. SA Wall Model と Spalding 則は Buffer Layer ( $5 < y^+ < 30 \sim 40$ ) において異なる挙動を示す. SA Wall Model の分布は壁面から Log Layer ( $30 \sim 40 < y^+ < O(10^3)$ ) まで SA モデルによる速度分布とほぼ一致する. SA Wall Model は SA モデルから導出されるため, Spalding 則よりも SA モデルに対する適合性が高いと考えられる.

### 2. 4 埋め込み境界法

埋め込み境界法 IBM では壁面が本来の位置に存在する場合の物理量分布をモデル化し, この分布を用いて階段状境界における境界条件を求める. 分布のモデル化にあたって, Fig. 4 に図示されているような点 FC (Face Center) と点 IP (Image Point) を考える. 点 FC が境界条件を与える点である. 点 FC における物理量 ( $\rho, u, v, p, \tilde{v}$ ) を求めるために, 点 FC を通過し, 物体壁面に対して垂直な直線を設定する. この垂線上に, 壁面との距離  $d_{IP}$  が一定である点 IP をおく. 点 IP が点 FC の隣接セルの中に入ることを避けるためには

$$d_{IP} > 2\sqrt{2}\Delta x_{\min} \quad (6)$$

とする必要がある. そのため, 本研究において  $d_{IP}$  は

$$d_{IP} = 3.0\Delta x_{\min} \quad (7)$$

とする. ただし,  $\Delta x_{\min}$  は最小格子幅である. 点 IP における物理量はセル中心で定義されている物理量とその勾配から求める. 課したい境界条件に応じて, 点 IP と壁面の間に適切な物理量分布を仮定すれば, 点 FC における物理量を計算することができる. 以下, 個別の境界条件の与え方について述べる.

#### 滑り壁条件 (Slip Wall)

滑り壁条件では壁面上における垂直方向速度が 0 であることから, 点 FC における速度を

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{FC} &= \mathbf{u}_{IP,t} + \frac{d_{FC}}{d_{IP}} \mathbf{u}_{IP,n} \\ &= \mathbf{u}_{IP} - \left(1 - \frac{d_{FC}}{d_{IP}}\right) \langle \mathbf{u}_{IP}, \mathbf{n} \rangle \mathbf{n} \end{aligned} \quad (8)$$

とする (Fig. 5 (a)). ただし,  $\mathbf{n}$  は壁面の単位法線ベクトルである. 密度と圧力は点 IP から 0 次外挿して

$$\rho_{FC} = \rho_{IP}, \quad p_{FC} = p_{IP} \quad (9)$$

SA モデルの作業変数  $\tilde{v}$  も同様に

$$\tilde{v}_{FC} = \tilde{v}_{IP} \quad (10)$$

#### 滑りなし条件 (Non-Slip Wall)

滑りなし条件では壁面上における速度が 0 となることから,

$$\mathbf{u}_{FC} = \frac{d_{FC}}{d_{IP}} \mathbf{u}_{IP} \quad (11)$$

で与える (Fig. 5 (b)). 密度, 圧力,  $\tilde{v}$  は滑り壁条件と同様に (9), (10) 式で与える.

### 壁関数 (SA Wall Model)

著者らによる文献<sup>6)</sup>に基づき、壁関数として(3)式を適用する。速度分布を定めるためには、まず摩擦速度  $u_\tau$  を求める必要がある。点 IP における速度の壁面平行成分  $u_{IP,t}$  と壁面との距離  $d_{IP}$  が(3)式を満たすように Newton-Raphson 法による反復で摩擦速度を計算する。これによって、IP と壁面の間に非線形な速度分布が決定される (Fig. 5 (c))。速度分布を用いて点 FC における速度の壁面平行成分とその壁面法線方向の勾配値を求める。

$$u_{FC,t} = f(u_\tau d_{FC}/\nu_{FC}) u_\tau \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial u_t}{\partial n}\right)_{FC} = \frac{u_\tau}{\nu_{FC}} \left(\frac{\partial u_t^+}{\partial n^+}\right)_{FC} = \frac{u_\tau}{\nu_{FC}} \left(\frac{\partial f^+}{\partial n^+}\right)_{FC} \quad (13)$$

ただし、動粘性係数  $\nu$  は IP-FC 間で一定と考え、

$$\nu_{FC} = \nu_{IP} \quad (14)$$

とする。(13)式の勾配値は粘性流束の計算に利用される。

垂直方向速度は滑り壁条件や滑りなし条件と同じく、

$$u_{FC,n} = \frac{d_{FC}}{d_{IP}} u_{IP,n} \quad (15)$$

とする。圧力は 0 次外挿し、Crocco-Busemann の式<sup>15)</sup>から温度を求めた後、状態方程式から密度を求める。

$$p_{FC} = p_{IP} \quad (16)$$

$$T_{FC} = T_{IP} + \frac{Pr^{1/3}}{2C_p} (u_{IP,t}^2 - u_{FC,t}^2), \quad C_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R \quad (17)$$

$$\rho_{FC} = p_{FC}/RT_{FC} \quad (18)$$

ただし、 $Pr$  はプラントル数、 $C_p$  は定圧比熱、 $\gamma$  は比熱比、 $R$  は気体定数である。 $\tilde{v}$  は SA Wall Model の導出時の仮定より、

$$\tilde{v}_{FC} = \kappa u_\tau d_{FC} \quad (19)$$

となる。

### 2. 5 Cut-Cell 法

Cut-Cell 法では物体壁と交差する正方形セルを切断し、物体形状を区分的な直線で近似する (Fig. 6)。Cut-Cell 法を用いると物体壁面に沿った格子が生成されるため、IBM と異なり、保存則を満たした計算が可能となる。しかしながら、Cut-Cell 法には

- 1) セルの形状に関して多くの場合分けが必要
- 2) セルの切断により Small Cell が発生する
- 3) セルの切断により Split Cell が発生する

といった問題があることが知られている。これらに対処するには煩雑な分類や例外処理が必要となり、航空機の全機形状のような複雑な形状に対してもロバストに格子生成を行うためには多大な労力を要する。著者らは文献<sup>6)</sup>で物体に沿った格子を生成することができ、かつ上記の Cut-Cell 法の問題を持たない手法を提案した。物体に沿った格子を生成する前の初期状態を Fig. 7 (a) に示す。物体に面した格子線 (Cartesian Front, CF) 上の格子点を次の三種類に分類する。

FP: Flat Point, CF が平らな部分にある点

CP: Concave Point, CF が窪んだ部分にある点

PP: Prominent Point, CF が突き出した部分にある点

この三種類のうち、FP と CP から物体に向けて格子線を延ばす。延ばす方向は

FP: CF に垂直な方向

CP: 壁面に垂直な方向

とする。延ばした格子線が物体壁面と交差しな場合は壁面上の最も近い点と結ぶ。そして、CF を削除し、延長した格子線を新たなセル境界とする。以上の手順により生成された格子が Fig. 7 (b) である。本稿ではこの手法を Cut-Cell 法として用いる。

Cut-Cell 法における流体計算は一般的な非構造格子における手法と変わらない。したがって、滑り壁条件や滑りなし条件も一般的な手法によって課することができる。しかし、壁関数の適用には注意が必要である。一般的な物体適合格子に対して壁関数を適用する場合は、壁面から一点目の定義点の物理量を用いて摩擦速度などの計算を行う。壁関数は壁面と一点目の距離に対して敏感であることが知られている<sup>18)</sup>。物体適合格子ではこの距離が概ね均一になるように格子を生成すれば問題は起きないが、Cut-Cell 法では距離が不揃いになってしまう。そこで文献<sup>6)</sup>に従い、Fig. 8 に示すように、埋め込み境界法と同様、壁面から一定の距離の位置に IP を設定し、IP の物理量を用いて壁関数を適用する。計算の手順は埋め込み境界法で  $d_{FC} = 0$  とした場合に相当する。

壁関数を使用するモデルにおいて、IBM と Cut-Cell の最も大きな違いは対流流束の境界条件にある。IBM では壁関数から推算した速度を対流流束の境界条件としているが、Cut-Cell では壁面に格子が沿っているために直接正しい境界条件を課することができる。粘性流束についてはどちらも壁関数による速度勾配を用いている。

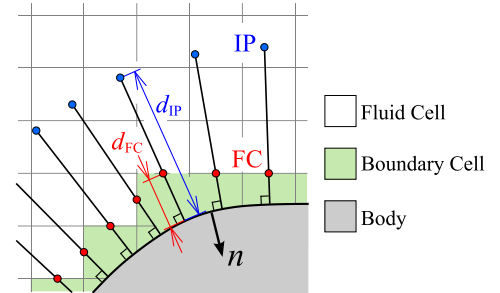
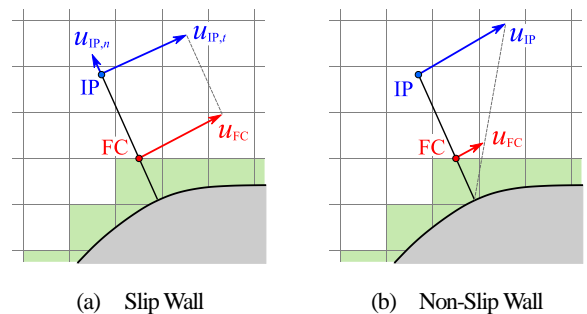
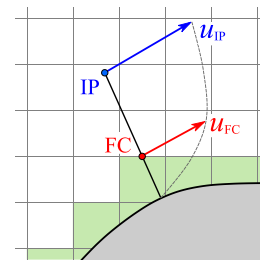


Fig. 4 Definition of point FC and IP.



(a) Slip Wall

(b) Non-Slip Wall



(c) Wall Function

Fig. 5 Velocity boundary conditions of IBM.

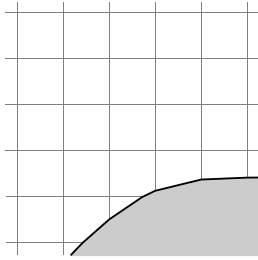
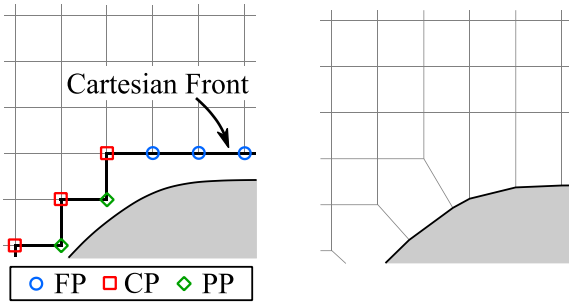


Fig. 6 The grid generated by cut-cell method.



(a) The initial state (b) The projected cells

Fig. 7 Illustration of the procedure for near-wall grid generation.

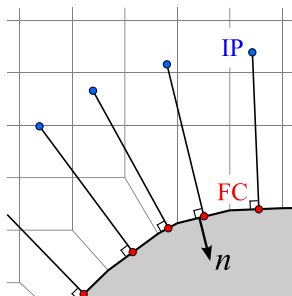


Fig. 8 Definition of point IP and FC on the cut-cell grid.

### 3. 検証計算

埋め込み境界法と Cut-Cell 法による乱流解析手法の検証を行う。検証問題として、Turbulence Modeling Resource<sup>(19)</sup>に掲載されている、

- ・平板上の乱流境界層
- ・2次元 Bump 上の流れ
- ・NACA0012 まわりの流れ

の 3 種類の問題を解く。解析結果を CFL3D<sup>(20)</sup>の結果と比較し、解析の精度や解析手法の課題を検証する。

#### 3. 1 平板上の乱流境界層

平板上の乱流境界層を解く。計算条件を Tab. 2 に、境界条件を Fig. 9 に示す。一様流マッハ数は 0.20、レイノルズ数は  $5.0 \times 10^6$ 、参照温度は 300 K である。流入境界では全圧と全温を固定、流出境界では圧力を固定し、上方はリーマン境界とする。これらの条件は主流方向の圧力勾配がほぼゼロになるように設定されている。平板は  $x/L = 0.0$  から 2.0 までの区間に置かれている。 $x/L \leq 0.0$  の区間において、Cut-Cell 法では壁面から一点目の値を用いて対称境界条件を課すが、IBM では IP の値を利用する。計算格子は、Fig. 1 に存在するような物体 - 格子間の隙間が生まれないように生成する。Wall Layer と Smooth Layer を 4 層ずつとし、最小格子幅を小さくし

ていくことで、格子収束性を確認する。なお、本節の Fig. 10, Fig. 11, Fig. 13 ~ Fig. 15 中の  $y^+$  は壁面と IP の距離  $d_{IP}$  を基準としたものであり、 $x/L = 0.97$  における値である。また、CFL3D の  $y^+$  は最小格子幅を用いて計算する。

Fig. 10 に摩擦係数  $C_f$  の分布を、Fig. 11 に  $x/L = 0.97$  における  $C_f$  の格子収束の様子を示す。IBM と Cut-Cell 法のどちらも CFL3D の結果とよく一致している。物体と格子の間に隙間がない場合、壁関数を用いる区間において IBM と Cut-Cell 法は同一の手法となる。そのため、 $C_f$  分布には IBM と Cut-Cell とで大きな違いは見受けられない。 $C_f$  分布のピーク値にわずかな違いがみられるが、これは対称境界の取り扱い方の違いに起因すると考えられる。 $x/L = 0.97$  における  $C_f$  は、IP が Log Layer ( $30 \sim 40 < y^+ < O(10^3)$ ) に位置する場合にかけては CFL3D の結果に非常に近くなるものの、Buffer Layer ( $5 < y^+ < 30 \sim 40$ ) に入ると悪化する。この原因は Buffer Layer が非線形な分布をもつことにある<sup>(21)</sup>。Fig. 12 は SA Wall Model とその 1 階微分、2 階微分をプロットしたものである。Log Layer では 2 階微分がほぼゼロであるのに対し、Buffer Layer では 2 階微分がある程度値をもち、特に  $y^+ = 10$  付近で極小値をとることが分かる。Buffer Layer を十分に解像できていないために、IP における速度自体に大きな誤差が入り、これが摩擦速度や摩擦係数などに影響していると考えられる。

Fig. 13 は  $x/L = 0.97$  における  $x$  方向速度の分布である。速度は一樣流速で無次元化されている。 $y^+ \leq 320$  では IBM・Cut-Cell 法のどちらも CFL3D の分布に一致している。一方、 $y^+ = 5120, 1280$  のとき、IBM では速度が過小評価されているが、Cut-Cell 法では適正な速度分布となっている。IBM の速度分布がずれている原因は対称境界から断熱壁に切り替わる点 ( $x/L = 0.0$ ) 近傍で生じる圧力勾配にあると思われる。格子幅を小さくしていくとこの影響は小さくなっていく。

続いて、 $x/L = 0.97$  における渦粘性係数  $\mu_t$  の分布を Fig. 14 に示す。ただし、渦粘性係数は一様流の分子粘性係数  $\mu_\infty$  によって無次元化されている。渦粘性係数の分布も速度分布と同様、正しく格子収束している。

Fig. 15 に抵抗係数  $C_d$  の格子収束の様子を示す。抵抗係数の代表長さ  $2L$  としている。基本的には  $C_f$  の挙動と一致しているが、平板の前縁付近の境界層を十分に解像できていないために、図に示している範囲では  $C_d$  がやや高い値となっている。

Tab. 2 Computational conditions for turbulent flat plate.

$M_\infty$	0.20
$Re_L$	$5.0 \times 10^6$
$T_{ref}$	300 K

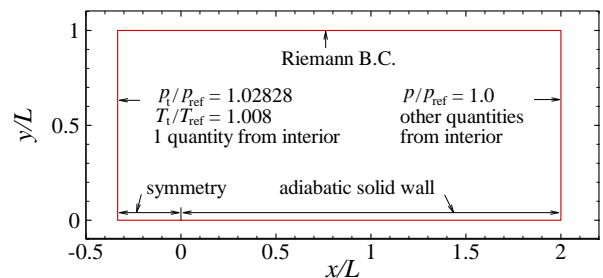


Fig. 9 Boundary conditions for turbulent flat plate.

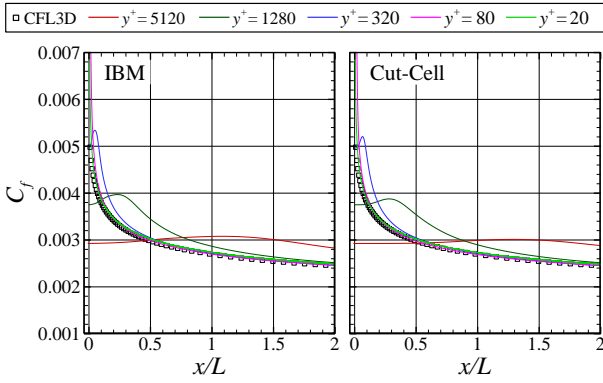


Fig. 10 Distribution of skin friction coefficient.

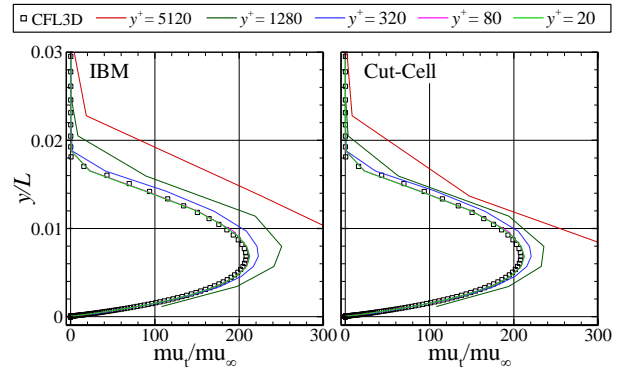


Fig. 14 Eddy viscosity profile at  $x/L=0.97$ .

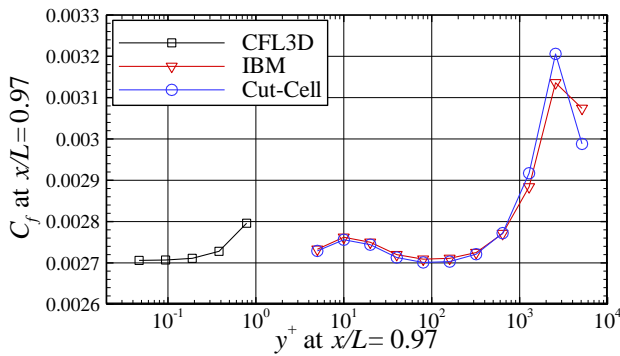


Fig. 11 Grid convergence of skin friction coefficient at  $x/L=0.97$ .

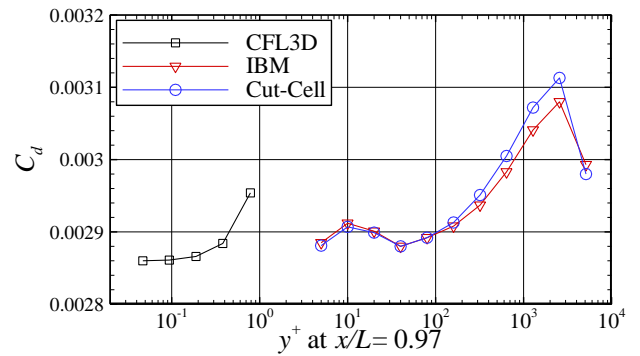


Fig. 15 Grid convergence of drag coefficient.

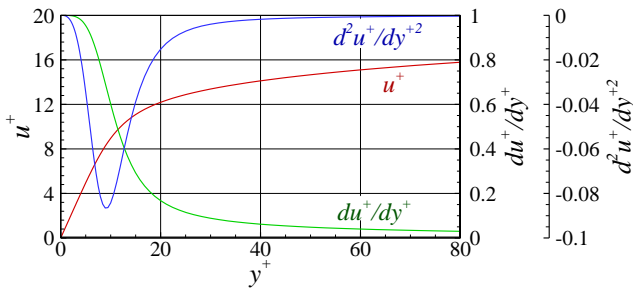


Fig. 12 SA wall model and its derivatives.

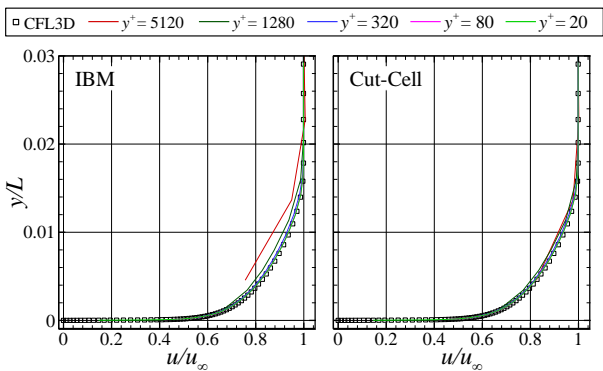


Fig. 13 Velocity profile at  $x/L=0.97$ .

### 3. 2 斜め平板上の乱流境界層

前節では直交格子が物体に完全に沿った状態で正しく乱流境界層を解析できることを確認した。しかし、一般的に IBM による直交格子は Fig. 1 のように格子が物体に沿わない。そのような状況でも正しく解析できるか否かを検証するため、本節では平板を直交格子に対して斜めに置いて解析し、前節と同様の検討を行う。IBM を用いる場合の格子の一例を Fig. 16 に示す。この計算格子で外部境界に Fig. 9 と同じ流入・流出条件を課することは困難である。そこで、外部境界にはすべてリーマン境界条件を課す。外部境界条件を変更するため、計算結果が CFL3D の結果と一致する保証はない。しかし、この変更が乱流境界層の発達に与える影響は小さいと考え検証をすすめる。直交格子の格子線と平板とがなす角を  $\theta$  とし、 $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  の格子について解析を行う。

Fig. 17 に  $y^+ = 80$  の格子による  $C_f$  分布を示す。ただし、 $y^+$  は前節同様、 $x/L = 0.97$  の位置での値を意味する。IBM では  $\theta = 0^\circ$  のとき以外、大きくはずれた値となっている。一方、Cut-Cell では  $\theta$  への依存性が IBM に比べて非常に小さい。 $\theta = 15^\circ, 30^\circ$  のとき、IBM と Cut-Cell のどちらにも細かな振動がみられる。この振動は壁関数で与えている非線形な分布が空間二次精度のスキームでは再現できないことに由来していると考えられる<sup>(4)</sup>。

$x/L = 0.97$  における  $x$  方向速度の分布を Fig. 18 に、渦粘性分布を Fig. 19 に示す。IBM の  $15^\circ, 30^\circ$  では渦粘性が十分に生成されておらず、境界層が発達していないことが分かる。 $45^\circ$  では逆に渦粘性が過大に評価されており、境界層が厚くなっている。一方、Cut-Cell では角度によらず速度分布を正確にとらえられている。渦粘性係数は、ピーク値に 1 割程度のばらつきがあるものの、概ね一致している。ピーク値のばらつきの原因は境界層外層の格子解像度の影響と考えられる。

Fig. 20 に  $C_d$  の格子収束の様子を示す. IBM と Cut-Cell とで縦軸の表示範囲が大きく異なることに注意されたい. Cut-Cell では角度によらず CFL3D の結果に近づいていく傾向がみられる. 他方, IBM では角度によって大きなばらつきがあり, 図に示している範囲では収束を確認できない. しかし, IBM でも低レイノルズ数流れであれば正確に解析できることが確認されているため<sup>(5)</sup>, 最小格子幅を小さくしていけば  $0^\circ$  以外でも収束していくと考えられる.

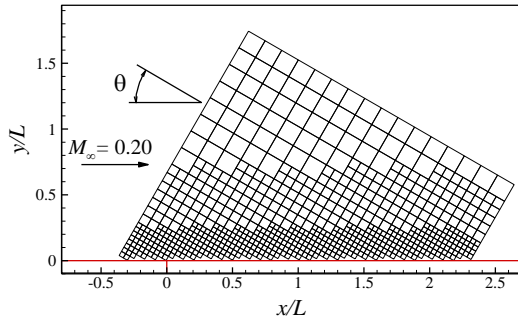


Fig. 16 Non-aligned grid over a flat plate.

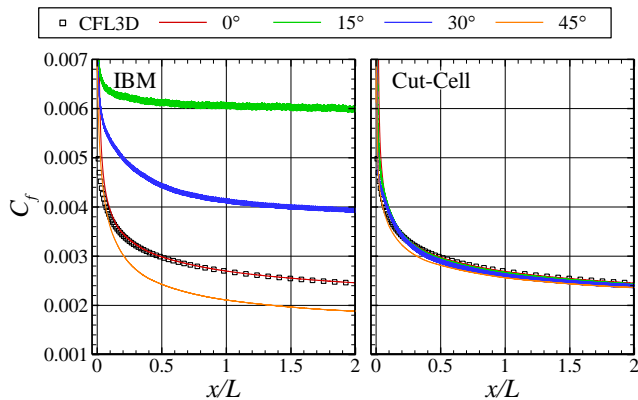


Fig. 17 Distribution of skin friction coefficient for different angles ( $y^+ = 80$ ).

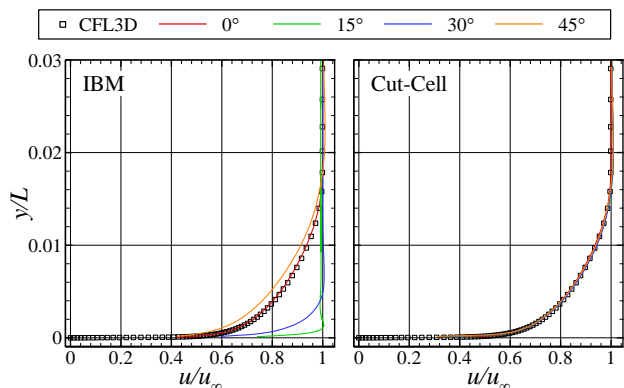


Fig. 18 Velocity profile at  $x/L = 0.97$  ( $y^+ = 80$ ).

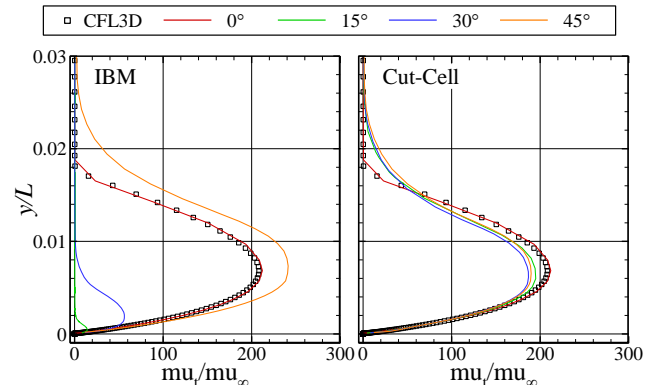


Fig. 19 Eddy viscosity profile at  $x/L = 0.97$  ( $y^+ = 80$ ).

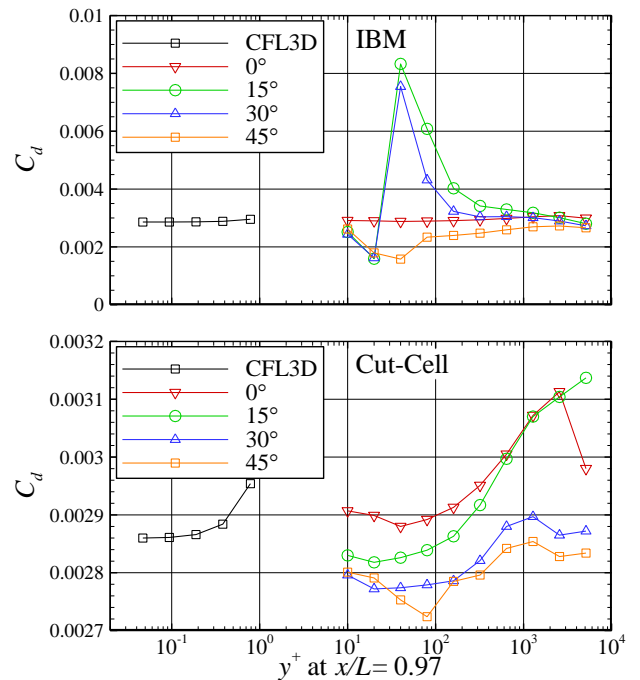


Fig. 20 Grid convergence of drag coefficient.

### 3. 3 2次元 Bump 上の流れ

平板上の乱流境界層は主流方向の圧力勾配がない流れである. SA Wall Model は導出の中で圧力勾配がないことを仮定しているので, 圧力勾配のある流れに適用できる保証はない. そこで圧力勾配のある流れとして, チャンネル中の 2 次元 Bump 上の流れを解き, 壁関数の挙動を検証する.

計算条件と境界条件を Tab. 3, Fig. 21 に示す. 一様流マッハ数は 0.20, レイノルズ数は  $3.0 \times 10^6$ , 参照温度は 300 K である. 流入・流出境界の条件は平板と同様である. 上方には対称境界条件を課す.  $0 \leq x/L \leq 1.5$  の区間に断熱壁の物体がある. この物体の形状は

$$\frac{y}{L} = \begin{cases} 0.0 & (0 \leq \frac{x}{L} < 0.3) \\ 0.05 \sin^4 \left( \pi \frac{10 \frac{x}{L} - 3}{9} \right) & (0.3 \leq \frac{x}{L} \leq 1.2) \\ 0.0 & (1.2 < \frac{x}{L} \leq 1.5) \end{cases} \quad (20)$$

と定義される。(20)式をプロットしたものが Fig. 22 である。計算格子は Wall Layer を 6 層, Smooth Layer を 8 層とする。平板の検証と同様, 最小格子幅を小さくしていき, 格子収束性を検証する。なお, 本節の凡例中の  $y^+$  は Bump の頂点である  $x/L=0.75$  における値である。

Fig. 23 に物体表面の圧力係数  $C_p$  分布を示す。IBM と Cut-Cell のどちらも概ね CFL3D の結果によく一致している。 $C_p$  は  $x/L=0.75$  付近で最小となる。IBM でこの最小値を正確に予測できているのは  $y^+ = 18$  のときのみであるが, Cut-Cell では  $y^+ = 294$  でもピークを捉えられている。IBM と Cut-Cell の双方で振動がみられるが, その振幅は同程度である。

摩擦係数  $C_f$  の分布を Fig. 24 に示す。 $0 \leq x/L < 0.3$  の平板部分では IBM・Cut-Cell のいずれも格子を細かくするにつれて CFL3D の結果に近づいていく。 $0.3 \leq x/L$  において, IBM では CFL3D の結果から大きくずれており, 収束性が確認できない。一方の Cut-Cell では, 振動はあるものの, CFL3D の結果に収束していく。Bump 上の流れは圧力勾配のある流れであるが, Cut-Cell による解析で良好な結果が得られた。したがって, すくなくとも Bump 上の流れ程度の圧力勾配であれば, SA Wall Model を適用することが可能であるといえる。

続いて,  $x/L=0.75, 1.20$  における  $x$  方向速度の分布を Fig. 25 に,  $x/L=0.75$  における渦粘性係数の分布を Fig. 26 に示す。 $C_f$  と同様, IBM は大きくばらついた結果となっているが, Cut-Cell では CFL3D の結果に収束していくことが確認できる。

最後に, 抵抗係数  $C_d$ , 粘性抵抗係数  $C_{d,v}$ , 圧力抵抗係数  $C_{d,p}$  の格子収束を Fig. 27 に示す。IBM では粘性抵抗・圧力抵抗のいずれも適切に評価できていない。一方, Cut-Cell では適切な値に収束しており, Bump のような曲率をもつ物体に対しても正しく流体力を計算できていることが分かる。

Tab. 3 Computational conditions for bump-in-channel.

$M_\infty$	0.20
$Re_L$	$3.0 \times 10^6$
$T_{ref}$	300 K

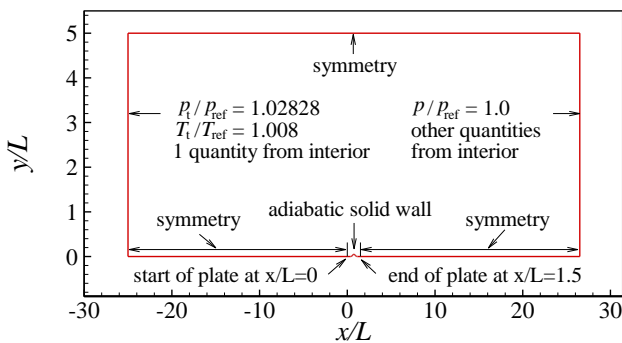


Fig. 21 Boundary conditions for bump-in-channel.

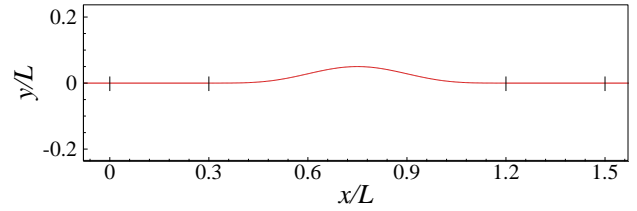


Fig. 22 Close-up of bump.

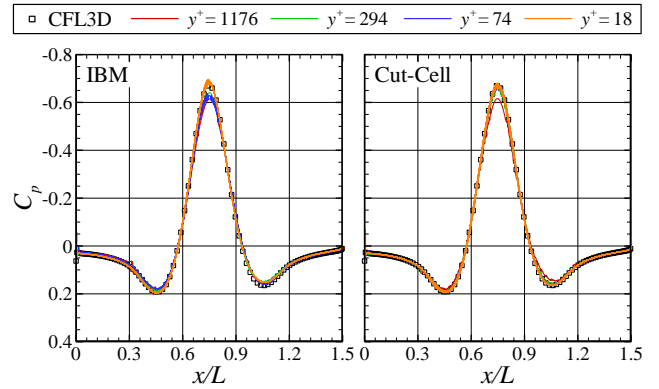


Fig. 23 Distribution of pressure coefficient.

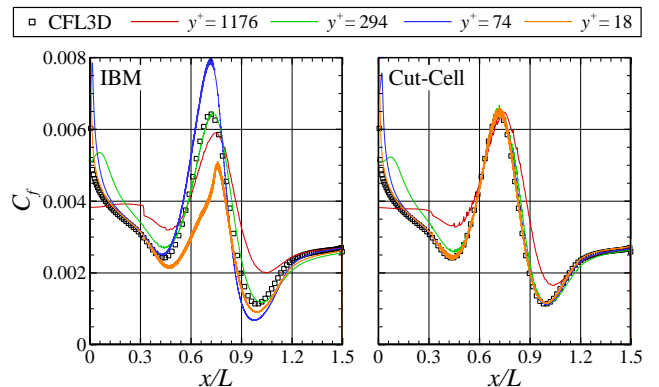


Fig. 24 Distribution of skin friction coefficient.

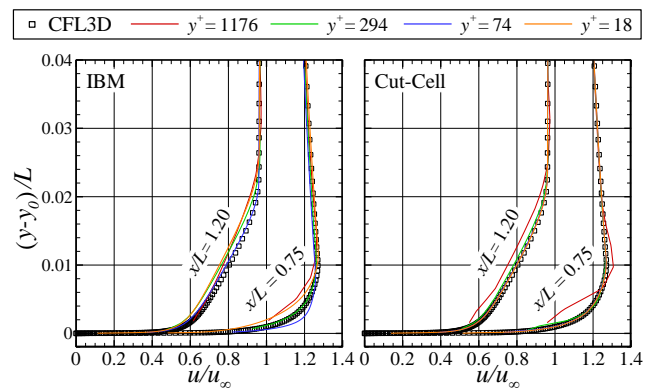


Fig. 25 Velocity profile at  $x/L=0.75, 1.20$ .

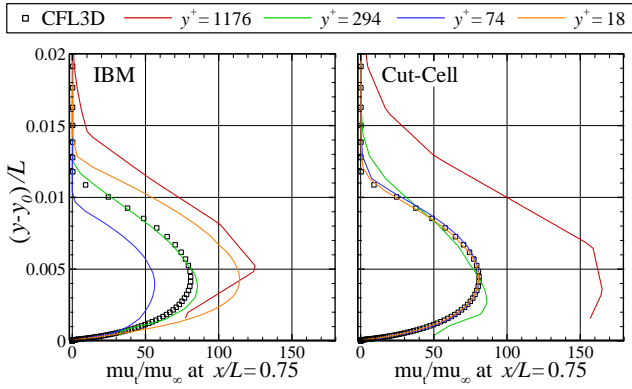


Fig. 26 Eddy viscosity profile at  $x/L=0.75$ .

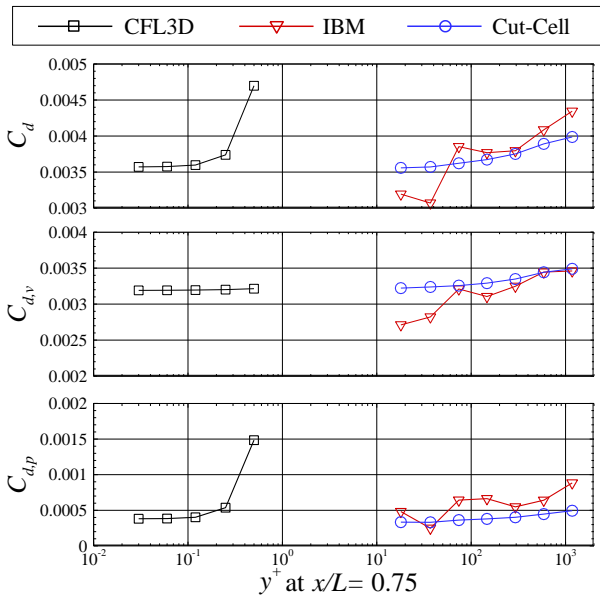


Fig. 27 Grid convergence of drag coefficients.  
(Top : drag, Middle : viscous drag, Bottom : pressure drag)

### 3. 4 NACA0012 まわりの流れ

NACA0012 まわりの流れの解析を行い、実用問題への適用の可能性を検証する。計算条件を Tab. 4 に示す。一様流マッハ数は 0.15、コード長  $c$  を基準としたレイノルズ数は  $6.0 \times 10^6$ 、参照温度は 300 K とする。迎角を  $0^\circ, 10^\circ, 15^\circ$  とし、各迎角における翼型表面の  $C_p, C_f$  分布や空力係数を CFL3D の結果と比較する。使用する計算格子の最小格子幅  $\Delta x_{\min}/c$  とセル数  $N$  は Tab. 5 の通りである。Wall Layer と Smooth Layer はどちらも 4 層とする。

Fig. 28 ~ Fig. 30 に表面圧力係数  $C_p$  の分布を示す。迎角はそれぞれ  $0^\circ, 10^\circ, 15^\circ$  であり、凡例中の数字は最小格子幅である。迎角  $15^\circ$  や Cut-Cell の迎角  $10^\circ$  では最も粗い格子で大規模にはく離してしまっているが、最も細かい格子では CFL3D の結果に一致している。迎角  $10^\circ, 15^\circ$  における前縁のサクシオンピークもよくとらえられている。一方、迎角  $0^\circ$  においては前縁付近に振動がみられる。

上面の表面摩擦係数  $C_f$  分布を Fig. 31 ~ Fig. 33 に示す。IBM では最小格子幅を小さくしていくと不自然な分布になっていく。一方の Cut-Cell では収束性がみられ、CFL3D の結果に近づいていく。

Fig. 34 ~ Fig. 36 に各迎角における  $C_l, C_d$  の収束の様子を示す。また、Tab. 6 は二番目に細かい格子 ( $\Delta x_{\min}/c = 6.25 \times 10^{-5}$ ) における  $C_l, C_d$  の値である。迎角  $0^\circ$  では IBM, Cut-Cell のいずれも CFL3D の結果と数カウント程度の差で  $C_d$  を求められている。迎

角  $10^\circ$  において、 $C_l$  は良好な結果となっているが、 $C_d$  には IBM・Cut-Cell と CFL3D の間でやや開きがある。ただし、Cut-Cell については収束性がみられることから、格子をさらに細かくしていけば CFL3D と同程度の結果が得られると考えられる。一方、IBM では最小格子幅を  $6.25 \times 10^{-5}$  から  $3.13 \times 10^{-5}$  へ変更した場合に  $C_l$  は小さく、 $C_d$  は大きくなっており、収束性に問題がある。この傾向は迎角  $15^\circ$  において、より顕著となっている。

Tab. 4 Computational conditions for NACA0012.

$M_\infty$	0.15
$Re_c$	$6.0 \times 10^6$
$T_{\text{ref}}$	300 K
AoA	$0^\circ, 10^\circ, 15^\circ$

Tab. 5 Parameters of the computational grids for NACA0012 airfoil.

	$\Delta x_{\min}/c$	$N$	sqrt(1/N)
CFL3D	$8.20 \times 10^{-7}$	230,529	$2.08 \times 10^{-3}$
IBM, Cut-Cell	$1.00 \times 10^{-3}$	23,852	$6.48 \times 10^{-3}$
	$5.00 \times 10^{-4}$	44,540	$4.74 \times 10^{-3}$
	$2.50 \times 10^{-4}$	84,828	$3.43 \times 10^{-3}$
	$1.25 \times 10^{-4}$	165,040	$2.46 \times 10^{-3}$
	$6.25 \times 10^{-5}$	326,642	$1.75 \times 10^{-3}$
	$3.13 \times 10^{-5}$	648,900	$1.24 \times 10^{-3}$

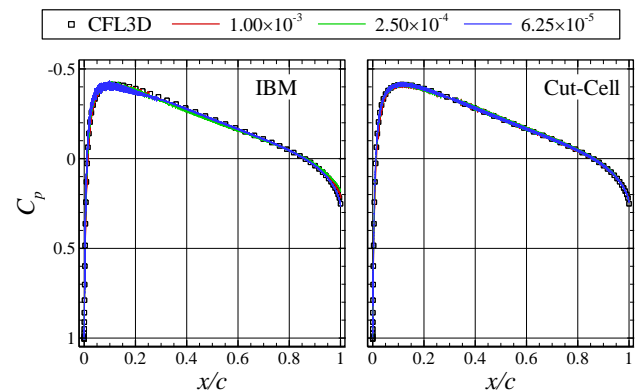


Fig. 28 Distribution of pressure coefficient at AoA = 0 deg.

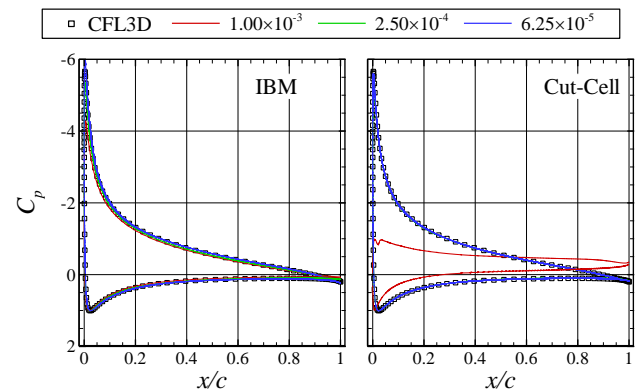


Fig. 29 Distribution of pressure coefficient at AoA = 10 deg.



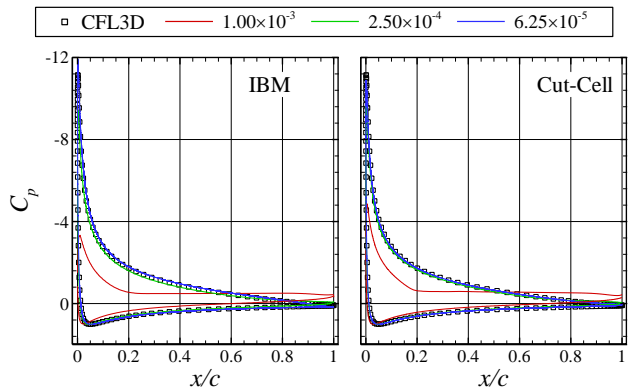


Fig. 30 Distribution of pressure coefficient at AoA = 15 deg.

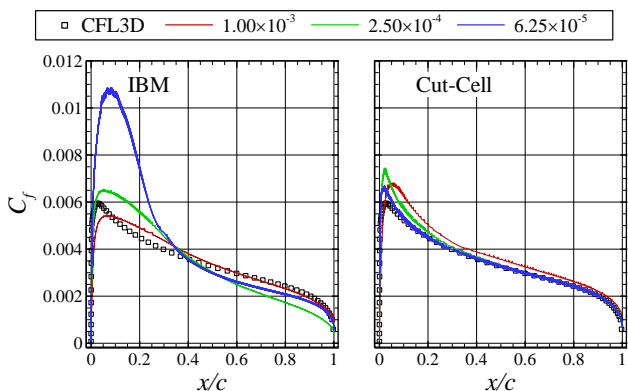


Fig. 31 Distribution of skin friction coefficient at AoA = 0 deg.

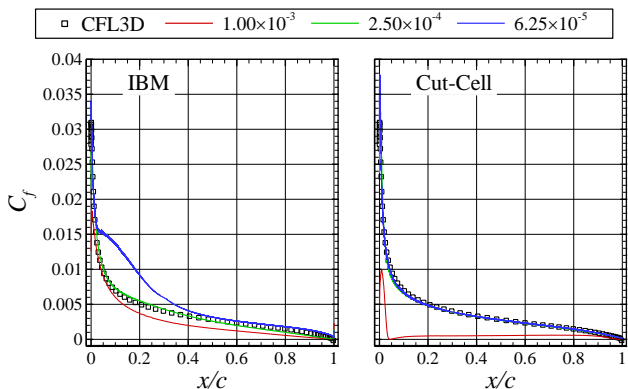


Fig. 32 Distribution of skin friction coefficient at AoA = 10 deg.

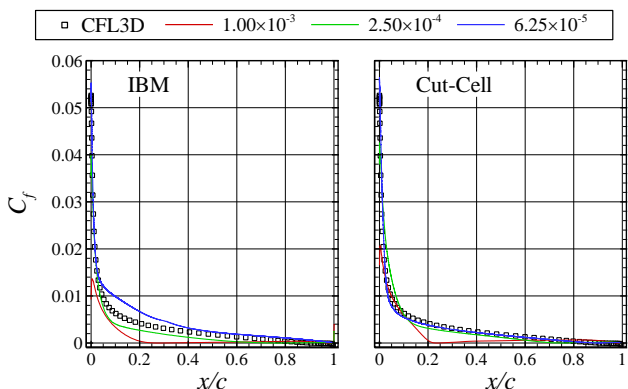


Fig. 33 Distribution of skin friction coefficient at AoA = 15 deg.

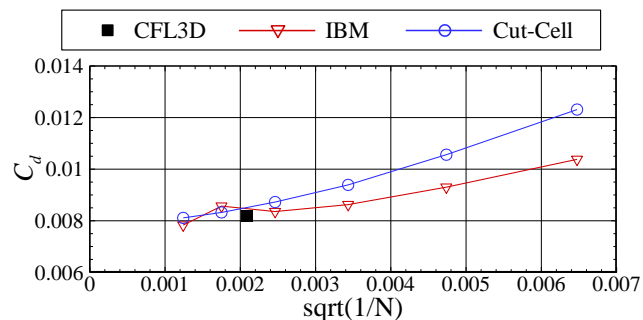


Fig. 34 Grid convergence of drag coefficient at AoA = 0 deg.

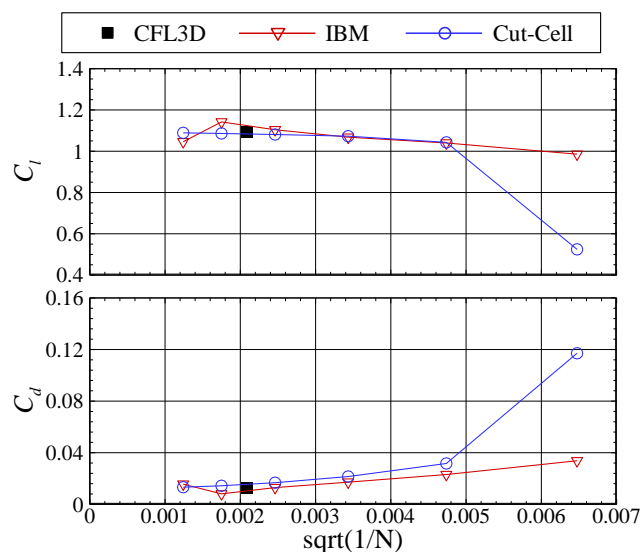


Fig. 35 Grid convergence of lift and drag coefficients at AoA = 10 deg.

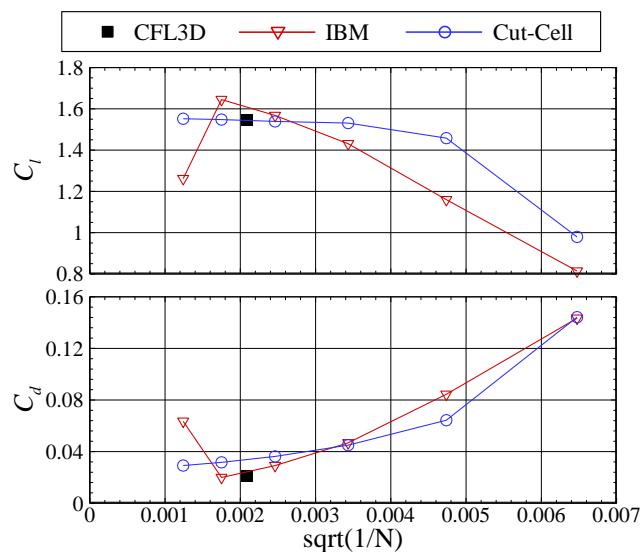


Fig. 36 Grid convergence of lift and drag coefficients at AoA = 15 deg.

Tab. 6 Lift and drag coefficients on the second finest grids.

	$C_l$	$C_d$
AoA = 0 deg		
CFL3D	approx. 0	0.00819
IBM	approx. 0	0.00857
Cut-Cell	approx. 0	0.00832
AoA = 10 deg		
CFL3D	1.0909	0.01231
IBM	1.1423	0.00810
Cut-Cell	1.0857	0.01437
AoA = 15 deg		
CFL3D	1.5461	0.02124
IBM	1.6449	0.01994
Cut-Cell	1.5479	0.03167

#### 4. 結論

埋め込み境界法 IBM と Cut-Cell 法に SA Wall Model を組み合わせ、乱流解析を行った。解析結果を物体適合格子による結果と比較することで、乱流解析における IBM と Cut-Cell 法の挙動を検証し、以下の知見を得た。

まず、格子と物体の間に隙間がない状態で平板上の乱流境界層を解析した。壁関数が有効である乱流境界層の内層に Image Point が位置する場合には妥当な  $C_f$ 、速度、渦粘性係数の分布が得られた。ただし、Image Point が Buffer Layer に位置するときは Buffer Layer の非線形性に起因して精度が悪化することが分かった。

続いて、物体壁面が直交格子の格子線に沿っていない場合にも正しく解析することができるか検証するため、平板を斜めに置き、再び平板上の乱流境界層の解析を行った。斜め平板に対して、IBM では正しい  $C_f$  分布が得られなかったが、Cut-Cell では角度によらず概ね一定な解が得られた。速度と渦粘性係数の分布を調査したところ、IBM では境界層が正しく発達しておらず、傾きが  $0^\circ$  の場合と大きく異なる分布となることが分かった。

主流方向の圧力勾配がある流れとして、2次元 Bump 上の流れを解いた。表面圧力係数  $C_p$  の分布は IBM・Cut-Cell のどちらも CFL3D による結果とよく一致した。一方、表面摩擦係数  $C_f$  の分布について、IBM では正しい分布が得られなかったが、Cut-Cell では収束性のある良好な結果を得た。

最後に、実用問題への適用の可能性を検証するために、迎角  $0^\circ$ 、 $10^\circ$ 、 $15^\circ$  の NACA0012 まわりの流れを解析した。 $C_p$  分布はいずれの迎角についても、IBM、Cut-Cell の双方で精度よく求めることができた。IBM では  $C_f$  分布に大きなばらつきがあったが、Cut-Cell では CFL3D の結果によく一致した。揚力係数  $C_l$  はいずれの迎角でも良好な結果であった。ただし、抵抗係数  $C_d$  は特に迎角  $15^\circ$  で CFL3D との間に開きがあり、高迎角での  $C_d$  予測に課題が残った。

IBM では、格子が物体に完全に接している場合を除いて、正しい  $C_f$  分布が得られないという問題が判明した。IBM で精度のよい乱流解析を行うためには、本稿のモデルでは不十分であり、モデルの改善が必要である。一方の Cut-Cell ではすべての検証問題で良好な結果が得られた。

#### 謝辞

本研究はJSPS 科研費 15H05559 (若手研究 (A)) の助成を受けた。ここに感謝の意を表す。

#### 参考文献

- (1) 小野, “設計における直交格子の利用,” ながれ, 21 (2002), pp. 16-25.
- (2) Mittal, R. and Iaccarino, G., “Immersed Boundary Methods,” Annu. Rev. Fluid Mech., 37 (2005), pp. 239-261.
- (3) Aftosmis, M. J., “Solution Adaptive Cartesian Grid Methods for Aerodynamic Flows with Complex Geometries,” VKI Lecture Series 1997-02, 1997.
- (4) Capizzano, F., “Turbulent Wall Model for Immersed Boundary Methods,” AIAA J., 49 (2011), pp. 2367-2381.
- (5) 原田, 今村, “直交格子法における埋め込み境界法と Cut-Cell 法の比較 - 壁面近傍での圧力・せん断応力分布の検証 -,” 第 47 回流体力学講演会/第 33 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 2015.
- (6) Berger, M. J. and Aftosmis, M. J., “Progress Towards a Cartesian Cut-Cell Method for Viscous Compressible Flow,” AIAA 2012-1301, 2012.
- (7) Takahashi, Y. and Imamura, T., “High Reynolds Number Steady State Flow Simulation using Immersed Boundary Method,” AIAA 2014-0228, 2014.
- (8) Imamura, T. and Takahashi, Y., “Unsteady Flow Simulation around Cylinder under Airfoil using Cartesian-based Flow Solver,” AIAA 2013-2857, 2013.
- (9) Spalart, P. R. and Allmaras, S. R., “A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows,” AIAA 92-0439, 1992.
- (10) Shima, E. and Kitamura, K., “Parameter-Free Simple Low-Dissipation AUSM-Family Scheme for All Speeds,” AIAA J., 49 (2011), pp. 1693-1709.
- (11) van Albada, G. D., van Leer, B. and Roberts, Jr, W. W., “A Comparative Study of Computational Methods in Cosmic Gas Dynamics,” Astron. Astrophys., 108 (1982), pp. 76-84.
- (12) Wang, G., Schwöppe, A. and Heinrich, R., “Comparison and Evaluation of Cell-Centered and Cell-Vertex Discretization in the Unstructured TAU-Code for Turbulent Viscous Flows,” ECCOMAS CFD 2010, 2010.
- (13) Shima, E., Kitamura, K. and Haga, K., “Green-Gauss/Weighted-Least-Squares Hybrid Gradient Reconstruction for Arbitrary Polyhedra Unstructured Grids,” AIAA J., 51 (2013), pp. 2740-2747.
- (14) Yoon, S. and Jameson, A., “Lower-Upper Symmetric-Gauss-Seidel Method for the Euler and Navier-Stokes Equations,” AIAA J., 21 (1988), pp. 1025-1026.
- (15) White, F. M., “Viscous Fluid Flow,” 3rd Edition, McGraw-Hill, 2006.
- (16) Allmaras, S. R., Johnson, F. T. and Spalart, P. R., “Modification and Clarification for the Implementation of the Spalart-Allmaras Turbulence Model,” ICCFD7-1902, 2012.
- (17) Spalding, D. B., “A Single Formula for the ‘Law of the Wall,’” J. Appl. Mech., 28 (1961), pp. 455-458.
- (18) Wilcox, D. C., “Turbulence Modeling for CFD,” 1st Edition, DCW Industries, Inc., 1993.
- (19) <http://turbmodels.larc.nasa.gov/> (retrieved on Oct. 28, 2015).
- (20) <http://cfl3d.larc.nasa.gov/> (retrieved on Oct. 28, 2015).
- (21) Kalitzin, G., Medic, G., Iaccarino, G. and Durbin, P., “Near-wall behavior of RANS turbulence models and implications for wall functions,” J. Comput. Phys., 204 (2006), pp. 265-291.