

急縮小流路内の液体金属電磁流体流れに関する数値解析

(印加磁場に垂直な方向に急縮小する場合)

Numerical Analyses on Liquid-Metal MHD Flow in Sudden Channel Contraction (Sudden Contraction in Direction perpendicular to Applied Magnetic Field)

○ 熊丸博滋, 兵庫県大, 671-2280 兵庫県姫路市書写 2167, E-mail: kumamaru@eng.u-hyogo.ac.jp
Hiroshige Kumamaru, University of Hyogo, 2167 Shosha, Himeji, Hyogo 671-2280, Japan

Numerical analyses have been performed on liquid-metal MHD flow in a rectangular channel with sudden contraction. The sudden contraction is in the direction perpendicular to the applied magnetic field. Analysis results give positive loss coefficients for sudden contraction meaning occurrence of pressure loss along the channel axis. This result is in contrast to the corresponding liquid-metal MHD flow in a rectangular channel with sudden expansion. In the case of sudden expansion, calculated results showed that the loss coefficient for sudden expansion is nearly zero or negative, meaning occurrence of pressure recovery along the channel axis.

1. 緒言

将来の動力用核融合炉における液体金属 Li 冷却ブランケットの設計などに役立てるため、液体金属電磁流体 (MHD) 流れに関する三次元数値解析を行っている。核融合炉にブランケットにおいては、液体金属流れと炉心プラズマ閉込用強磁場の相互作用により、液体金属流れに大きな MHD 圧力損失が生じることが問題となる。

液体金属 MHD 流れについては、印加磁場、流れ方向、流路断面面積などが変化する場合には三次元数値解析が不可欠である。このため、著者らは印加磁場の方向に流路が急拡大する場合について三次元数値解析を行い、拡大部の損失係数が大きくなる (すなわち圧力損失が大きくなる) ことを示した⁽¹⁾。一方、印加磁場に垂直な方向に流路が急拡大する場合についても三次元数値解析を行い、拡大部の損失係数が負になる (すなわち圧力回復する) ことを示した⁽²⁾。

本報告では、印加磁場に垂直な方向に流路が急縮小する場合について三次元数値解析を行った結果について述べる。また、磁場に垂直な方向に流路が急拡大する場合の結果との比較についても述べる。

2. 数値解析

図 1 に計算体系を示す。流れ \mathbf{v} (青矢印) は x 軸方向であり、印加磁場 \mathbf{B}_0 (赤矢印) は z 軸方向で全領域で一様である。流路は z 軸方向が幅 $-l_z \sim l_z$ 、 y 軸方向が縮小前の幅 $-l_{y2} \sim l_{y2}$ 、縮小後の幅 $-l_{y1} \sim l_{y1}$ であり、対称性を考慮して 1/4 断面について計算する。また、入口は $x=0$ 、縮小部は $x=l_{x1}$ 、出口は $x=l_{x2}$ に位置する。

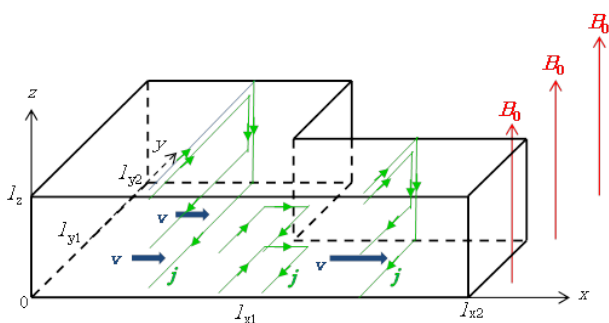


Fig. 1 Calculation model.

流路縮小前および縮小後の MHD 発達流れ領域では、流れ \mathbf{v} と印加磁場 \mathbf{B}_0 のベクトル積で誘起される誘導電流 \mathbf{j} (緑線および矢印) は、流路断面のバルク部分では y 軸負方向へ流れる。(なお、誘導電流は電流についての連続の式を満たすため、壁極近傍の流速 ~ 0 の領域を戻る y - z 断面内ループを形成する。) このバルク部分の誘導電流 \mathbf{j} と印加磁場 \mathbf{B}_0 のベクトル積により、ローレンツ力が x 軸負方向へ働き、大きな圧力損失をもたらす。

これに対して、縮小部付近では流路断面面積が変化するため、縮小前の領域の電気抵抗が縮小後に比べて相対的に小さくなり、誘導電流は x - y 断面内ループを形成することも可能と考えられる。縮小部付近では、この x - y 断面内ループと発達部の y - z 断面内ループが重なったものになると考えられる。この結果、縮小部直前では、誘導電流の正味の流れが y 軸正方向となり、ローレンツ力が x 軸正方向へ働く (力学的エネルギーが供給され圧力回復する) 可能性があると考えられる。

数値解析では、 l_z (印加磁場方向の流路半幅)、縮小後 (“小流路”) の流速などで無次元化した、連続の式、ローレンツ力項を含む運動方程式、および誘導方程式を解いた。誘導方程式は電磁気学の基礎方程式およびオームの法則より導かれるもので、誘導電流により誘起される誘導磁場に関する (を未知数とする) 方程式である。離散化は有限体積法、アルゴリズムは MAC 法による。計算格子は、縮小前が $y \times z \times x$ 方向 = $35 \times 15 \times 30$ 分割、縮小後が $15 \times 15 \times 30$ 分割であり、 x 方向は縮小部付近に多くの格子を、また z 方向は壁近傍に指数関数的に増加するように多くの格子を配置した。

計算条件は、 $l_z = 1$ 、 $l_{y1} = 1$ 、 $l_{y2} = 2$ 、 $l_{x1} = 7.5$ 、 $l_{x2} = 15$ 、 $Ha = 100$ 、 $Re = 1000$ 、 $Rm = 0.001$ である。 Rm は磁気レイノルズ数 (流体の磁気的性質の指標) である。 $Ha = 100$ 、 $Re = 1000$ 、 $Rm = 0.001$ は、実験室条件 (流路幅 ~ 1 cm、印加磁場 ~ 1 T、流速 ~ 10 cm/s、流体 = 液体金属) を模擬したものである。なお、壁は絶縁壁とした。

3. 解析結果

解析結果の説明の前に損失係数について述べる。まず、拡張されたバルヌーイの式を考える。水平流路について、摩擦損失 (磁場なしの場合) あるいは MHD 圧力損失 (磁場ありの場合) を除いて、縮小部の損失係数を縮小後 (“小流路”) の流速で定義すると、式(1)で表される。

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + \zeta \frac{v_2^2}{2g} \quad (1)$$

ここで、下付添字 1, 2 は縮小前, 縮小後を表し, 記号は通常使用されるものを用いている (以下においても同じ). 式(1)を v_2^2/g で割り無次元化すると式(2)になる. なお, 以下では無次元を意味する上付添字 * は省略する.

$$\frac{1}{2} \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 + p_1^* = \frac{1}{2} + p_2^* + \frac{1}{2} \zeta \quad (2)$$

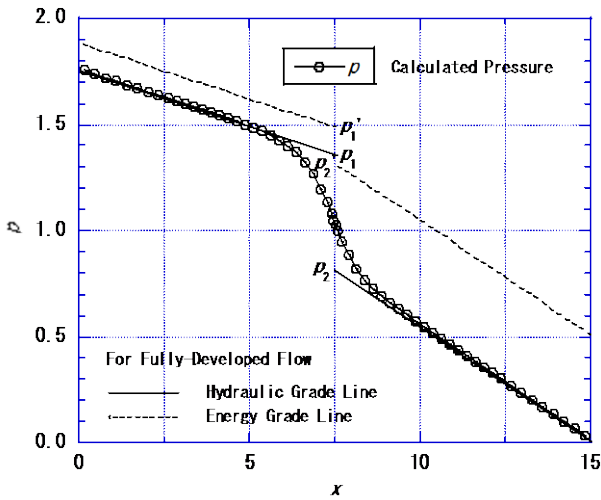


Fig. 2 Pressure along x-axis.

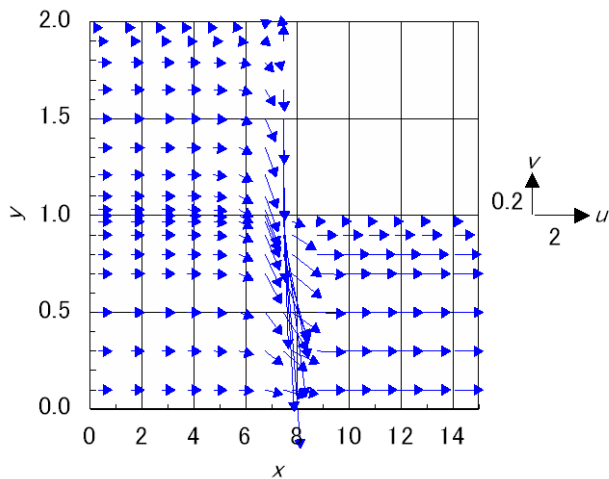
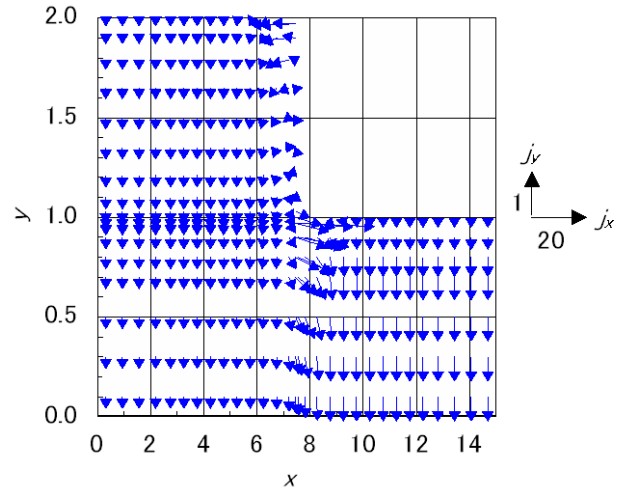
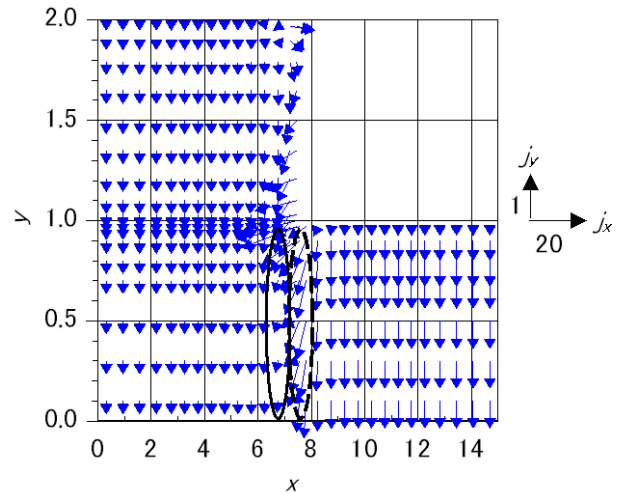


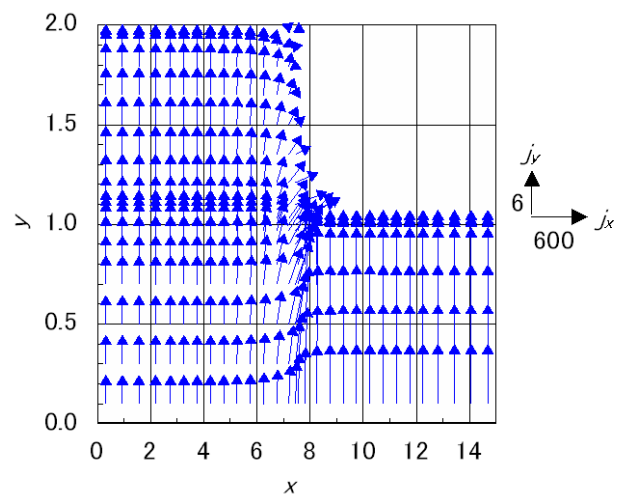
Fig. 3 Velocity distribution in x-y plane at z=0.05.



(a) At z=0.005.



(b) At z=0.875.



(c) At z=0.9975.

Fig. 4 Induced current distribution in x-y plane.

前述した計算条件 ($Ha=100$, $Re=1000$, $Rm=0.001$ 他) の場合の計算結果について, x 軸 (主流れ軸) に沿った圧力変化を図 2

に示す。縮小部は $x=7.5$ の位置である。シンボルが計算結果の静圧である。発達部では発達流れの MHD 圧力損失に相当する一定の圧力勾配で圧力が低下する。実線は発達部 MHD 流れに相当する水力勾配線である。水平のため位置エネルギーは 0 とすると静圧を表していることになる。点線は発達部 MHD 流れのエネルギー勾配線（静圧+動圧）を表す。縮小位置において、 p_1 は式(2)の右辺（静圧+動圧）、 p_2 は式(2)の $(1/2)\zeta$ を除く右辺（静圧+動圧）を表し、 p_1 より p_2 が低下し、 $p_1 - p_2 = (1/2)\zeta$ となる。これより損失係数を求めると、0.31（正）となり、力学的エネルギーの供給、すなわち圧力回復は見られなかった。（なお、流路断面のアスペクト比=1/4（印加磁場方向へ縦長、 $l_z = 2$ 、 $l_{y1} = 0.5$ 、 $l_{y2} = 1$ ）のときは損失係数=0.36 となった。）

図 3 に $z=0.05$ の x - y 平面上の流速 \mathbf{v} の分布を示す。縮小前および縮小後の発達部においては、バルク部で平坦で壁近傍で急に減少する MHD 発達流れの流速分布を示している。縮小部直上流における逆流領域は非常に小さい。

図 4 (a), (b), (c) に、それぞれ $z = 0.05, 0.875, 0.9975$ における x - y 平面上の誘導電流 \mathbf{j} の分布を示す。 $z=0.05$ （図 4 (a)）~ 0.875 （図 4 (b)）においては、発達部においては誘導電流は y 軸負の方向へ一様に流れ、ローレンツ力は x 軸負方向へ一様に働き x 軸に沿って一定の圧力損失が発生する。 $z=0.875$ （図 4 (b)）においては、縮小部の直上流において誘導電流の低下（実線の楕円内）が見られるが、縮小部の直下流において誘導電流の増加（点線の楕円内）が見られ、このため力学的エネルギーの供給（すなわち圧力回復）が生じなかったものと考えられる。 $z=0.9975$ （図 4 (c)）においては、誘導電流の連続性のため、壁の極近傍の流速 ~ 0 （MHD 効果による誘導電流発生 ~ 0 ）の領域を誘導電流が戻るループを形成していることが分る。

4. 急拡大との比較

磁場に垂直な方向に急拡大する場合について同じ条件で数値解析を行った⁽²⁾。解析モデルを図 5 に示す。 x 軸（主流れ軸）に沿った圧力変化を図 6 に示す。拡大部は $x=5$ の位置である。シンボルが計算結果の静圧である。拡大位置において、 p_1 より p_2 は増加し、損失係数を求めると、 -0.08 （負）となり、力学的エネルギーの供給、すなわち圧力回復が見られた。（なお、流路断面のアスペクト比=1/4（印加磁場方向へ縦長）のときは損失係数= -0.31 とさらに大きな圧力回復が見られた⁽²⁾。）

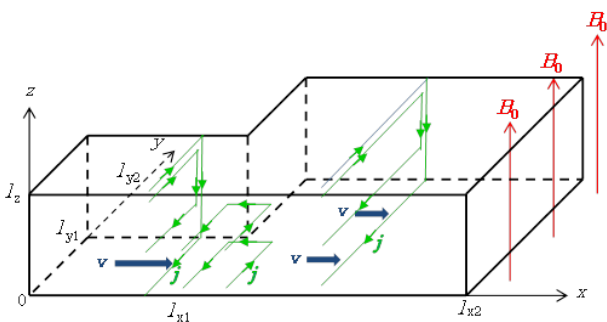


Fig. 5 Calculation model (for sudden expansion).

図 7 に $z=0.05$ の x - y 平面上の流速 \mathbf{v} の分布を示す。拡大部直下流における逆流領域は、急縮小の場合と同じく非常に小さい。

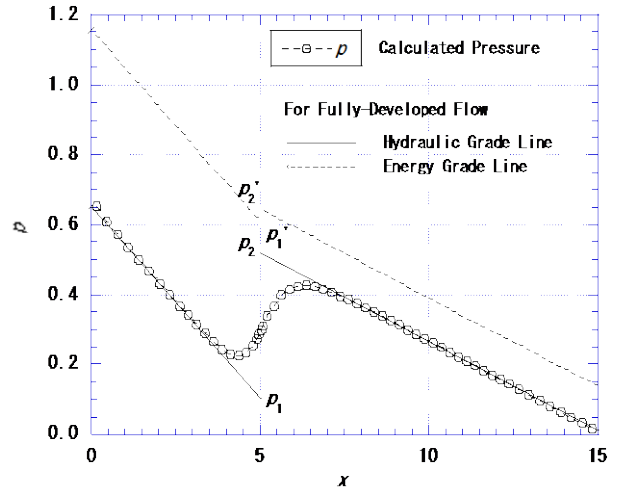


Fig. 6 Pressure along x -axis (for sudden expansion).

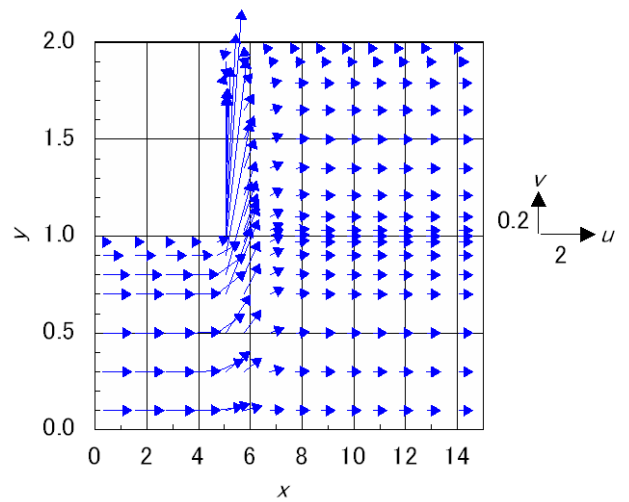
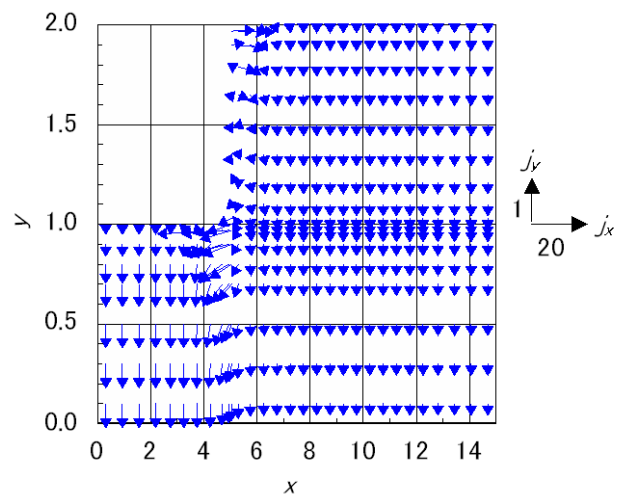


Fig. 7 Velocity distribution in x - y plane at $z=0.05$ (for sudden expansion).

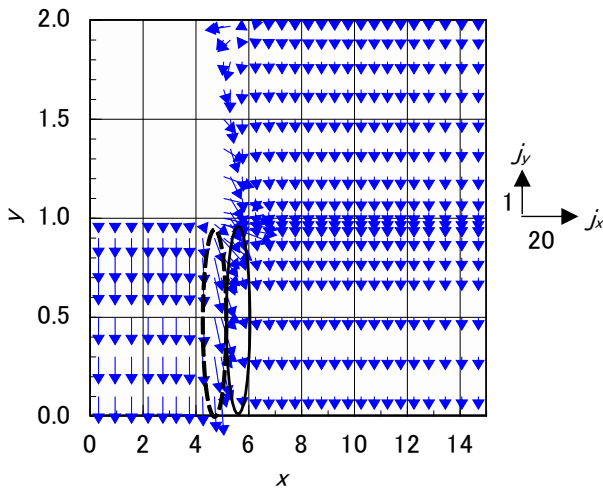


(a) At $z=0.005$.

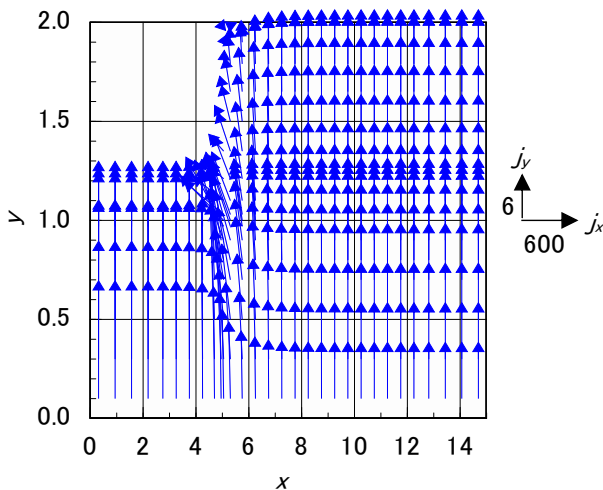
り圧力回復が見られていた。これは、縮小部の付近と拡大部の付近における流速分布の相違によるものと考えられる。

参考文献

- (1) H. Kumamaru et al., Proc. of Int. Conf. on Power Engineering (ICOPE-15), ICOPE-15-1063, 2015.
- (2) H. Kumamaru et al., Proc. of The 24th Int. Symp. on Transport Phenomena (ISTP-24), 7 pages, 2013.



(b) At $z=0.875$.



(c) At $z=0.9975$.

Fig. 8 Induced current distribution in x - y plane
(for sudden expansion).

図 8 (a), (b), (c) に、それぞれ $z = 0.05, 0.875, 0.9975$ における x - y 平面上の誘導電流 \mathbf{j} の分布を示す。 $z = 0.875$ (図 8 (b)) においては、拡大部の直下流において誘導電流の低下 (実線の楕円内) が見られるが、拡大部の直上流において誘導電流の増加 (点線の楕円内) が見られる。急拡大の場合は前者の影響が大きいため、力学的エネルギーの供給 (すなわち圧力回復) が生じたものと考えられる。図 8 (a), (b), (c) の誘導電流分布はそれぞれ図 4 (a), (b), (c) の誘導電流分布と拡大部あるいは縮小部に対してほぼ対称で同じになっている。しかし、前者における拡大部付近の流速分布と後者における縮小部付近の流速分布の相違により、後者の場合には力学的エネルギーの供給 (すなわち圧力回復) が生じたものと考えられる。

5. 結言

印加磁場に垂直な方向に急縮小する流路内の液体金属 MHD 流れについて三次元数値解析を行った結果、流路縮小に伴う損失係数は正になり圧力損失が見られることが分った。一方、著者らが既に実施済みの印加磁場に垂直な方向に急拡大する場合についての数値解析では、流路拡大に伴う損失係数はほぼ 0 または負とな