

機械式心臓弁まわりの流体-固体連成解析に対する 仮想流束法と格子ボルツマン法の適用

Application of Virtual Flux Method and Lattice Boltzmann Method for Fluid-Solid Interaction Simulation around Mechanical Heart Valve

- 木村 大生, 京工繊大院, 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail: m4623012@edu.kit.ac.jp
 福井 智宏, 京工繊大, 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail: fukui@kit.ac.jp
 森西 晃嗣, 京工繊大, 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail: morinisi@kit.ac.jp
 Daiki KIMURA, Kyoto Institute of Technology, Goshokaido-cho, Matsugasaki, Sakyo-ku, Kyoto
 Tomohiro FUKUI, Kyoto Institute of Technology, Goshokaido-cho, Matsugasaki, Sakyo-ku, Kyoto
 Koji MORINISHI, Kyoto Institute of Technology, Goshokaido-cho, Matsugasaki, Sakyo-ku, Kyoto

High resolution simulation near the mechanical heart valve is important to solve the problems in the operation of the valve such as thrombus formation. Lattice Boltzmann method and virtual flux method are used to simulate the blood flow near the valve. In this paper, the result of the simulation using these methods is compared with that of others simulation and experiment for validation. As a result, this simulation is able to reproduce the flow field when the valve leaflets are opening despite shortage of spatial resolution around the leaflets. However, nonphysical vibration appears in the flow field due to sudden change of the leaflets motion when the leaflets are closed. In future work, we have to reconsider the leaflets closing motion.

1. 諸言

機械式心臓弁は、機能不全となった心臓弁の代替治療用の弁として今日も数多く用いられているが、弁形状の改善が進んだ今でも血栓塞栓症などの深刻な合併症を生じさせるリスクがあり、より最適な弁設計への改善が求められている。

これらの合併症の主な原因である血栓形成の初期要因として、血液中の血球成分に加わるせん断応力の大きさやその加わる時間方向の長さが関係しているため、流れ場の時間および空間の4次元的变化を捉えることが必要とされている。また、機械式心臓弁はヒトが元来持つ心臓弁と異なり剛体であるが故に、弁近傍で高いせん断応力が生じる。さらに、弁の閉鎖および解放時に渦が生じ、それらの渦がせん断応力の空間および時間変化に影響を与える。そのため、弁近傍の界面と渦を鋭く捉える数値計算や実験が必要であるが、機械式心臓弁の適用部位では、生体内で最も高い拍動性とレイノルズ数を持ち、なおかつ、弁が拍動流に伴い受動的に開閉運動を行い複雑な流れ場を形成するために、これらの詳細な流れの把握が難しく未だに不明瞭な点が多い。

そのため、弁近傍の界面と渦を鋭く捉える高い時間・空間解像度を実現する方法が必要であり、より詳細な4次元性を捉えることができる数値計算が期待されている。しかしながら、機械式心臓弁まわりは非圧縮流れであるために、ポアソン方程式を解く必要がある従来の差分法等では、膨大な計算時間を有する。そこで、ポアソン方程式を解くが必要なく、アルゴリズムが簡単であるという利点を持つ格子ボルツマン法の適用が考えられる。一般的な格子ボルツマン法(単一の緩和時間のLBGKモデル)では、高レイノルズ数領域における計算不安定性や分布関数の保存によるメモリ使用量の増大などの欠点があるが、本研究ではこれらの欠点を克服する正規化格子ボルツマン法(RLBM)⁽¹⁾⁽²⁾を用いる。また、格子ボルツマン法は一般的に等間隔直交格子上で計算を行うため、物体界面を鋭く捉えつつ、機械式心臓弁のような薄い物体の再現が行える計算方法として仮想流束法(VFM)⁽³⁾を用いた。

以上より本研究では、機械式心臓弁まわり流れの数値解析に仮想流束法と正規化格子ボルツマン法を適用し、機械式心臓弁近傍の流れ場を鋭く捉えることで、弁近傍の流れ場と血栓形成との関

連性を示すことを目的とする。本報では、その基礎的段階として、まず、弁を挿入しない簡単な三次元直円管内の拍動流解析を行い、流れ場に対する妥当性を確認する。次に、三次元直円管内に機械式心臓弁をモデル化し、拍動流中での流体-固体連成解析を行い、その物理現象に対する妥当性を評価する。

2. 支配方程式および数値計算法

流体の支配方程式として非圧縮性の定式化⁽⁴⁾を施した正規化格子ボルツマン法⁽¹⁾⁽²⁾、固体の支配方程式には、2次精度で離散化した角運動方程式を用いる。直交格子上における物体(機械式心臓弁、血管壁)の再現には、仮想流束法⁽³⁾を用いた。また、物体にかかる流体力は、物体表面格子上の応力を求め積分により算出する。

2.1 流体支配方程式

正規化格子ボルツマン法は、通常の格子ボルツマン法(単一の緩和時間のLBGKモデル)の長所であるアルゴリズムの単純さ、高い計算効率を保ちつつ、メモリ使用量の大幅な削減と計算安定性の向上が見込める手法である。

本研究では、非圧縮性流体における圧縮性の誤差低減のために、正規化格子ボルツマン法に非圧縮性の定式化を適用する。なお、それぞれ粒子の移動、衝突には、3次元解析において最も一般的なモデルである3次元19速度立方格子モデル(3D19Vモデル)を採用した。

非圧縮性の定式化を施した正規化格子ボルツマン法の時間発展方程式は次式で表される。

$$p_{\alpha}(t + \delta t, \mathbf{x} + \mathbf{e}_{\alpha}\delta t) = p_{\alpha}^{eq}(t, \mathbf{x}) + \left(1 - \frac{1}{\tau}\right) p_{\alpha}^1(t, \mathbf{x}) \quad (1)$$

ここで、 p_{α} は圧力分布関数、 p_{α}^{eq} は圧力平衡分布関数、 p_{α}^1 は圧力分布関数の非平衡部、 τ は緩和時間、 \mathbf{e}_{α} は離散速度ベクトルである。

圧力平衡分布関数 p_{α}^{eq} は、Maxwellの平衡分布関数より次式で表される。

$$p_\alpha^{eq} = \omega_\alpha \left[p + \rho_0 \left\{ 3 \frac{(e_{ai}u_i)}{c^2} + \frac{9(e_{ai}u_i)^2}{2c^4} - \frac{3(u_iu_i)^2}{2c^2} \right\} \right] \quad (2)$$

ここで、 p は圧力、 ρ_0 は密度、 c は粒子の移動速度である。また、係数 ω_α は 3D19V モデルにおいて $\omega_\alpha = 1/3$ ($\alpha = 0$)、 $\omega_\alpha = 1/18$ ($\alpha = 1\sim 6$)、 $\omega_\alpha = 1/36$ ($\alpha = 7\sim 18$)である。

圧力分布関数の非平衡部 p_α^1 は、次式で表される。

$$p_\alpha^1 = \frac{9\omega_\alpha}{2c^2} \left(\frac{e_{ai}e_{aj}}{c^2} - \frac{1}{3}\delta_{ij} \right) \Pi_{ij}^{neq} \cdot C_s^2 \quad (3)$$

ここで、 c_s は音速であり、 $c_s = c/\sqrt{3}$ で与える。また、 Π_{ij}^{neq} は応力テンソルの非平衡部である。なお、圧力分布関数の非平衡部 p_α^1 は、次のような関係式が成り立つ。

$$p_\alpha^1 = p_\alpha - p_\alpha^{eq} \quad (4)$$

物理量である圧力 p 、速度 u_i 、応力テンソルの非平衡部 Π_{ij}^{neq} はそれぞれ次式で表される。

$$p = \sum_\alpha p_\alpha \quad (5)$$

$$u_i = \frac{1}{\rho_0 C_s^2} \sum_\alpha e_{ai} p_\alpha \quad (6)$$

$$\Pi_{ij}^{neq} = \frac{1}{C_s^2} \left(\sum_\alpha e_{ai}e_{aj} p_\alpha - \frac{c^2}{3} p \delta_{ij} - \frac{c^2}{3} \rho_0 u_i u_j \right) \quad (7)$$

2. 2 固体支配方程式

固体の支配方程式は、次式に示す角運動方程式を用いる。

$$I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = T \quad (8)$$

ここで、 I は物体の慣性モーメント、 T は物体に働くトルクである。また、式(8)を2次精度で離散化し、角速度 θ 、角度 θ に対する計算式をそれぞれ次式により求めた。

$$\dot{\theta}^{n+1} = \dot{\theta}^n + \frac{1}{2} \Delta t \left(\frac{3T^n - T^{n-1}}{I} \right) \quad (9)$$

$$\theta^{n+1} = \theta^n + \frac{1}{2} \Delta t (3\dot{\theta}^n - \dot{\theta}^{n-1}) \quad (10)$$

ここで、肩文字 n は実時間段階である。

2. 3 仮想流束法

本研究では、機械式心臓弁および血管壁を直交格子上に再現し、精度よく計算するための手法として仮想流束法を用いる。一般的に直交格子上で任意形状の物体まわりまたは物体内部の流れ場を計算する手法として Immersed boundary method⁽⁵⁾ (IB法) や仮想境界法⁽⁶⁾ などがあがるが、これらの方法は物体を外力として表現することで物体表面上のすべりなし条件を満たすものであり、物体表面の圧力を精度よく求めることは容易ではない。一方、仮想流束法は物体表面上に速度と圧力に関する流体力学的な境界条件を与えるため、物体表面上においても精度のよい計算が可能となる。また、通常の流れ場の計算プログラム内に仮想流束法の計算ルーチンを加えるだけであり、計算格子の再構築を必要とせず仮想境界近傍の分布関数のみを変更するため、実装が容易であるという

利点も挙げられる。

たとえば、Fig. 1 に示すような仮想境界により流体 A と流体 B に分断された流れ場において点 b から点 f に移動する際について考えると、式(1)に示す非圧縮性の定式化を施した正規化格子ボルツマン法の時間発展方程式では、仮想境界を跨ぐ点 b の平衡分布関数 $p_\alpha^{eq}(t, \mathbf{x}_b)$ および分布関数の非平衡部 $p_\alpha^1(t, \mathbf{x}_b)$ が生じる。そのまま用いると2点間は連続した流れとなり、仮想境界を適切に表現することが出来ない。そこで、仮想流束法では、次式のような仮想的な平衡分布関数 p_α^{eq*} および分布関数の非平衡部 p_α^1* を与え、物体表面上の速度と圧力に関する流体力学的な境界条件から求める。

$$p_\alpha(t + \delta t, \mathbf{x}_f) = p_\alpha^{eq*}(t, \mathbf{x}_b) + \left(1 - \frac{1}{\tau} \right) p_\alpha^1*(t, \mathbf{x}_b), \quad (11)$$

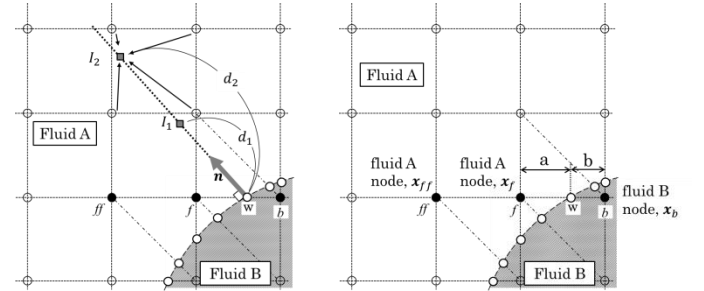


Fig. 1 Way of interpolation of the physical quantities (left) and way to compute the virtual flux (the equilibrium distribution function p_α^{eq*} and the nonequilibrium part of the distribution function p_α^1*) (right) on the virtual boundary.

以下に仮想流束法の計算手順を示す。まず、仮想流束法は物体表面上に流体力学的な境界条件を与えるため、物体表面と離散化された速度方向が交差する位置に仮想境界点 (Fig. 1 の白丸) を配置する。

次に、仮想境界点 w 上の物理量を求める。正規化格子ボルツマン法では、圧力と速度に加え応力テンソルの非平衡部も算出する。速度に関しては滑りなし条件より、仮想境界点 w 上での速度 u_w を次のように決定する。ここで、 u_{wall} は壁面上の速度である。

$$\mathbf{u}_w = \mathbf{u}_{wall} \quad (12)$$

圧力および応力テンソルの非平衡部に関しては、Fig. 1 に示すように物体近傍の物理量を外挿し求める。まず、外挿点 I_1 と I_2 をそれぞれ仮想境界点から法線方向に距離 d_1 と d_2 離れた位置に設定する。

圧力に関しては、圧力勾配の条件を満たすために、放物線補間を用いる。

$$p(d) = C_2 d^2 + C_1 d + C_0 \quad (13)$$

ここで、係数 C_2 、 C_1 、 C_0 は、次の条件を満たすように決定する。

$$p(0) = 0, \quad p(d_1) = p_1, \quad p(d_2) = p_2 \quad (14)$$

ここで、 p_1 と p_2 はそれぞれ外挿点 I_1 と I_2 における圧力である。

応力テンソルの非平衡部に関しては、線形補間を用いる。

$$\Pi_{ij}^{neq}(d) = C_1 d + C_0 \quad (15)$$

ここで、係数 C_1 、 C_0 は、次の条件を満たすように決定する。

$$\Pi_{ij}^{neq}(d_1) = \Pi_{ij}^{neq}|_1, \quad \Pi_{ij}^{neq}(d_2) = \Pi_{ij}^{neq}|_2 \quad (16)$$

ここで、 $\Pi_{ij}^{neq}|_1$ と $\Pi_{ij}^{neq}|_2$ はそれぞれ外挿点 I_1 と I_2 における応力テンソルの非平衡部である。

また、外挿点 I_1 と I_2 の物理量の算出には、内挿を用い、周囲の 8 点 (2 次元解析であれば 4 点) から線形補間により求める。なお、仮想境界点から外挿点 I_1 と I_2 までの距離 d_1 と d_2 には、それぞれ $\sqrt{2}$ 格子分、 $2\sqrt{2}$ 格子分を用いた。

次に、前述で求めた仮想境界点 w 上の物理量および式(2)、(3)より、仮想境界点 w 上での平衡分布関数 $p_\alpha^{eq}(t, \mathbf{x}_w)$ と分布関数の非平衡部 $p_\alpha^1(t, \mathbf{x}_w)$ が求められる。また、これらの平衡分布関数 $p_\alpha^{eq}(t, \mathbf{x}_w)$ と分布関数の非平衡部 $p_\alpha^1(t, \mathbf{x}_w)$ から、仮想的な平衡分布関数 p_α^{eq*} と分布関数の非平衡部 p_α^{1*} を求める。

まず、仮想的な平衡分布関数 p_α^{eq*} は、離散化された速度方向の点 f または ff より、線形補間によって次式から求める。

$$p_\alpha^{eq*}(t, \mathbf{x}_b) = \frac{a+b}{a} p_\alpha^{eq}(t, \mathbf{x}_w) - \frac{b}{a} p_\alpha^{eq}(t, \mathbf{x}_f) \quad a \geq 0.5 \quad (17)$$

$$p_\alpha^{eq*}(t, \mathbf{x}_b) = \frac{(a+1)+b}{a+1} p_\alpha^{eq}(t, \mathbf{x}_w) - \frac{b}{a+1} p_\alpha^{eq}(t, \mathbf{x}_{ff}) \quad a < 0.5$$

ここで、 a と b は点 b と f 間における点 w の内分比である。

また、仮想的な分布関数の非平衡部 p_α^{1*} は、次式で求められる。

$$p_\alpha^{1*}(t, \mathbf{x}_b) = p_\alpha^1(t, \mathbf{x}_w) \quad (18)$$

以上より、式(11)に示した境界の影響を考慮に入れた次の時間ステップの分布関数が得られる。なお、本稿では、非圧縮性の定式化を施した正規化格子ボルツマン法について記述したが、通常の格子ボルツマン法や正規化格子ボルツマン法などにも適用可能である。

2. 4 流体力算出方法

物体 (弁のリーフレット) にかかる流体力の算出には、物体表面の応力を積分し求める方法を用いる。また、本研究では計算格子に直交格子を用いるため、物体表面の応力の算出には外挿補間を用いる。まず、流体力の計算式を次式に示す。

$$\mathbf{F} = \int_{\partial\Omega} n dA \cdot \{-p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}\}_{\text{extrapolated}}. \quad (19)$$

ここで、 \mathbf{F} は流体力、 \mathbf{n} は法線ベクトル、 \mathbf{I} は単位行列、 $\boldsymbol{\tau}$ はせん断応力テンソルである。せん断応力テンソルの各成分は圧力分布関数の非平衡部 $p_\alpha^{neq} (= p_\alpha - p_\alpha^{eq})$ から次式より求められる⁽⁷⁾。

$$\tau_{ij} = \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) \sum_\alpha p_\alpha^{neq}(t, \mathbf{x}) \left(e_{\alpha,i} e_{\alpha,j} - \frac{1}{D} \mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{e}_\alpha \delta_{ij}\right) / C_s^2 \quad (20)$$

ここで、 D は次元数、 δ_{ij} はクロネッカのデルタである。また、正規化格子ボルツマン法では、式 (4) より次式で表せる。

$$\tau_{ij} = \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) \sum_\alpha p_\alpha^1(t, \mathbf{x}) \left(e_{\alpha,i} e_{\alpha,j} - \frac{1}{D} \mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{e}_\alpha \delta_{ij}\right) / C_s^2 \quad (21)$$

次に、外挿補間について以下に示す。式(19)、(21)より、物体表面上の圧力および応力テンソルの算出が必要である。Fig. 2 に本研究で用いる外挿方法の概略図を示す。

本稿では、外挿方法について 2.3 節の仮想流束法で用いた方法と同様に、評価点から物体表面の法線方向にそれぞれ距離 d_1 と d_2 離れた外挿点 I_1 と I_2 の 2 点により求め、圧力は放物線補間、応力テンソルは線形補間を用いる。また、外挿点 I_1 と I_2 の物理量はそ

れぞれ周囲の 8 点 (2 次元解析であれば 4 点) から線形補間により内挿により求める。なお、評価点から外挿点 I_1 と I_2 までの距離 d_1 と d_2 は $\sqrt{2}$ 格子分、 $2\sqrt{2}$ 格子分とする。

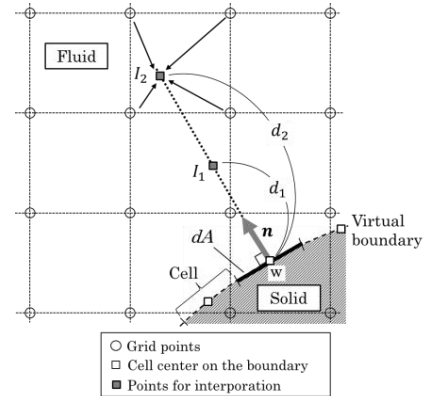


Fig. 2 Schematic of interpolation of the physical quantities to calculate the fluid force on the virtual boundary.

3. 三次元直円管内の非圧縮性拍動流解析

本章では、あらかじめ理論値が算出可能な三次元直円管内の非圧縮性拍動流解析を行い、計算法の妥当性を検証する。なお、レイノルズ数と、拍動性の強さを表す無次元数であるウォーマスリー数は、機械式心臓弁を挿入する大動脈部位の条件 ($Re = 1000 \sim 10000$, $\alpha = 10 \sim 20$) に合わせて計算する。

3. 1 理論

円管内の拍動流に関しては Womersley⁽⁸⁾ や Uchida⁽⁹⁾ をはじめとする研究者によって数多くの研究が行われている。たとえば、武藤ら⁽¹⁰⁾ は式 (22) に示すような拍動性を持った流入速度が与えられた時の層流かつ助走区間を過ぎた位置における速度分布の理論式を円筒座標系のナビエ・ストークス方程式から求めている。

$$\bar{u}(t) = \bar{u}_c + \bar{u}_a \sin \omega t = \bar{u}_c (1 + \beta \sin \omega t) \quad (22)$$

ここで、 \bar{u}_c は定常流成分の流速、 \bar{u}_a は振動流成分の流速、 ω は角振動数であり、 \bar{u}_c と \bar{u}_a の比を入力振幅比 β と定義する。このとき、助走区間を過ぎた領域における速度波形は次式で表される。

$$U_{th} = \frac{u_0(r, t)}{\bar{u}_c} = 2(1 - R^2) + \beta \left[\text{Im} \left\{ \frac{J_0(j^{3/2} \alpha R) - J_0(j^{3/2} \alpha)}{J_2(j^{3/2} \alpha)} e^{j\omega t} \right\} \right] \quad (23)$$

ここで、 $j = \sqrt{-1}$, $R = r/r_0$ (r は管中心からの距離、 r_0 は管半径)、 $\alpha = r_0 \sqrt{\omega/\nu}$ であり、 α は一般的にウォーマスリー数と呼ばれる。また、 J_0 および J_2 はそれぞれ第一種零次および二次のベッセル関数である。

3. 2 計算モデルおよび計算条件

三次元円管内流れの解析に対する計算モデルを Fig. 3 に示す。

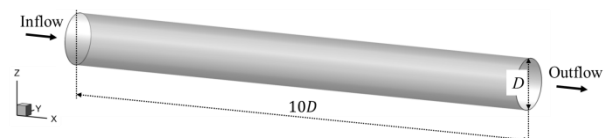


Fig. 3 Simulation model for 3D flow in a circular tube.

以下に計算条件を示す。代表長さを円管直径 D とし 80 格子分を与え、計算領域は $i \times j \times k = 10D \times D \times D$ の等間隔格子 (格子点数 $801 \times 88 \times 88$, 総格子点数 6,202,944) とする。代表速度 U は式(22)に示す最大速度 $\bar{u}_{max} = \bar{u}_c + \bar{u}_a = 0.05$ とし、拍動周期 T は 40,000 time steps とする。また、最大レイノルズ数は $Re = 3200$ 、拍動性を示すストローハル数は $St = 0.022$ であり、ウォーマスリー数に換算すると $\alpha = 10.3$ である。また、本解析は流体をニュートン流体、壁面を剛体と仮定する。

境界条件は、円管壁面において圧力に勾配ゼロ、速度にすべりなし条件を与え、左端の流入口においては圧力に 0 次外挿、速度に対して式 (23) に示す理論値に対し 1/4 周期分ずらした波形 (Fig. 4) を与える。右端の流出口は、圧力を基準圧 $p_0 = 1/3$ 、速度を 0 次外挿とする。ここで、式 (23) の理論値の計算では、それぞれ $\bar{u}_c = 0.5U$, $\beta = 1.0$ を与える。

なお、計算は十分に周期性が得られた 5 周期目までを行い、結果については 5 周期目の結果を示している。

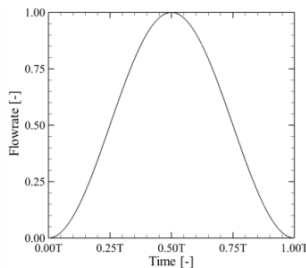


Fig. 4 Inlet flowrate distribution.

3. 2 計算結果および考察

Figure 5 に加速期と減速期における速度分布図を示す。また、式 (23) より求めた理論値と合わせて示す。なお、測定断面としては、 x 軸方向に対し流入口より $5D$ の位置 ($x = 5D$)、 y 軸方向に対し管中心 ($y = D/2$) の断面を用いる。

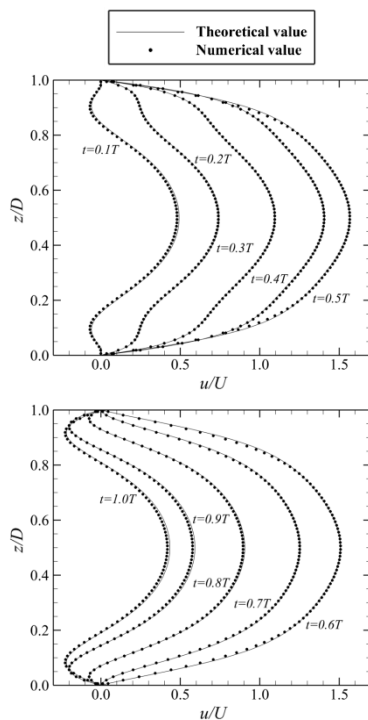


Fig. 5 Velocity profiles at acceleration (upper) and deceleration (lower) period obtained by RLBM and VFM for $\alpha=10.3$, $Re=3200$, $D=80$, $U=0.05$.

Figure 5 より、加速期および減速期ともに理論値と良好な一致が見られる。また、管中心における理論値との誤差はそれぞれ加速期 ($t = 0.2T$) で約 0.67%、流量の最大値 ($t = 0.5T$) で約 0.09%、減速期 ($t = 0.8T$) で約 1.12% であり、定量的にも一致している。また、速度勾配もよく捉えており、壁近傍においても鋭く捉えられていることが確認できる。格子ボルツマン法に生じる圧縮性の誤差についても、拍動流により生じる位相遅れが非常に小さいため、流体の非圧縮性を十分に再現できていると言える。

以上より、仮想流束法と正規化格子ボルツマン法を用いて大動脈部位の条件下における拍動流解析を行い、物体近傍を含む流れ場を鋭く捉え、かつ、流体の非圧縮性も適切に再現されていることが確認できた。

4. 機械式心臓弁まわりの流体-固体連成解析

4. 1 計算モデル

Figures 6~9 に本解析における機械式心臓弁のモデル化、計算モデル、ヒンジ形状に対するモデル化前後の概略図、流体力算出に用いるリーフレットの表面格子をそれぞれに示す。

機械式心臓弁は、リーフレット、リーフレットの回転機構であるヒンジ、それらを支える弁の枠であるハウジングにより構成される。本解析では、Fig. 6 に示すようなモデル化を行う。まず、リーフレットの形状については半楕円 (短半径 $r = D/2$ 、長半径 $l = D/\sin(\theta_{close}) = 1.11D$) 形状をヒンジ部の長さ ($b = 0.14D$) 分だけ切り取った形とする。厚みは形状としては与えず薄板として表現するが、固体支配方程式の計算上では実際の厚みを考慮し $t = 0.04D$ として計算する。なお、リーフレットの密度 ρ_s は 3000 kg/m^3 とし、角度については、それぞれ閉鎖時の角度を $\theta_{closed} = 64^\circ$ 、開放時の角度を $\theta_{open} = 0.2^\circ$ とする。リーフレットの回転軸は z 軸の中心断面から $a = 0.07D$ 離れた位置とする。なお、ヒンジ部の形状は Fig. 7 に示す実際のヒンジ形状(a)よりも簡略化したモデル(b)を用いる。モデル化した機械式心臓弁は、Fig. 8 に示すように計算領域に対し流入口から $5D$ の位置に配置する。また、Fig. 9 に示すようにリーフレットの表面格子を形成した。また、格子の作成には、楕円型格子形成法を用いた。

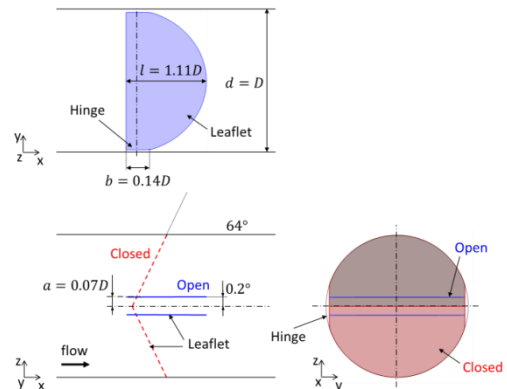
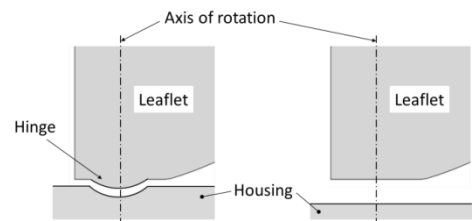


Fig. 6 Schematic view of mechanical heart valve.



(a) Realistic model. (b) Numerical model.
Fig. 7 Realistic (a) and numerical (b) models of hinge shape.

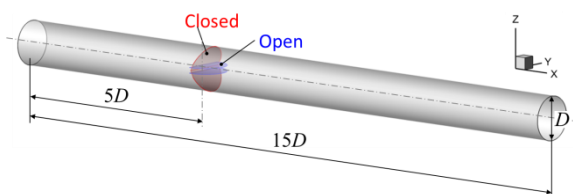


Fig. 8 Schematic view of simulation model.

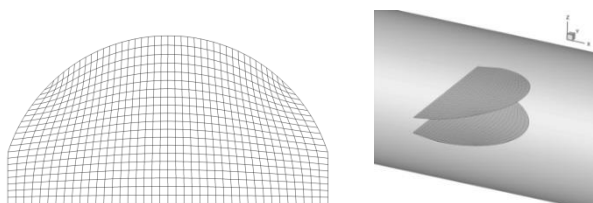


Fig. 9 Generated grid to calculate fluid force on the valve leaflets by elliptic grid generation ($\xi \times \eta = 41 \times 21$).

4. 2 計算条件

代表長さを円管直径 D とし 80 格子分を与え、計算領域は $i \times j \times k = 15D \times D \times D$ の等間隔格子 (格子点数 $1201 \times 88 \times 88$, 総格子点数 9,300,544) とする。また、代表速度 U を最大流入速度 $u_0 = 0.05$, 基準圧を最小流出口圧力 $p_0 = 1/3$ とする。有次元における代表長さは 20 mm, 代表速度は 1.2 m/s, 基準圧力は 80 mmHg, 血液密度は 1000 kg/m^3 とする。また、本解析は流体をニュートン流体, 壁面を剛体と仮定する。なお、最大レイノルズ数は $Re = 400$, ストローハル数は $St = 0.03$ であり、実際の動脈部位の条件とは大きく異なる。また、ウォーマスリー数に換算すると $\alpha = 3.24$ である。

境界条件は、物体壁面に圧力を勾配ゼロ、速度をすべりなし条件を与え、流入境界条件は圧力を 0 次外挿とし、速度については Fig. 11 に示す速度波形を一様流として流入させる。また、流出境界条件は圧力を Fig. 10 に示す波形で与え、速度を 0 次外挿とする。

なお、計算は十分に周期性が得られた 5 周期目までを行い、結果については 5 周期目の結果を示している。

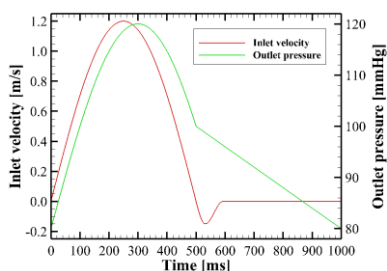


Fig. 10 Inlet velocity and outlet pressure throughout one cardiac cycle of 1000 ms.

4. 3 計算結果および考察

4. 3. 1 リーフレットの開閉運動

Figure 11 に正規化格子ボルツマン法と仮想流束法を用いた本解析におけるリーフレット角度変動と先に示した流入速度および圧力波形を示す。

Figure 11 より、リーフレットは流れが順流になると同時に開く。また、速度が最大値を超えて減少し、圧力勾配が負になると逆流が生じる前にリーフレットは閉まり始める。また、流れが逆流に変わると、急激にリーフレットは閉まり、最終的には、最大の閉鎖角度まで達する。動脈部位の条件下で求めた他者の実験および数値解析結果⁽¹⁾と比較しても、大きな差異はレイノルズ数が異なるために生じる閉鎖時間 (閉鎖開始から終了までの時間) の長

さの違いのみであり、他者の結果では 1 心周期に対し 5% にも満たないのに対し、本解析ではおおよそ 15% 程度であった。その他のリーフレットの挙動の傾向としては、他者の結果と良く一致していることが確認できた。

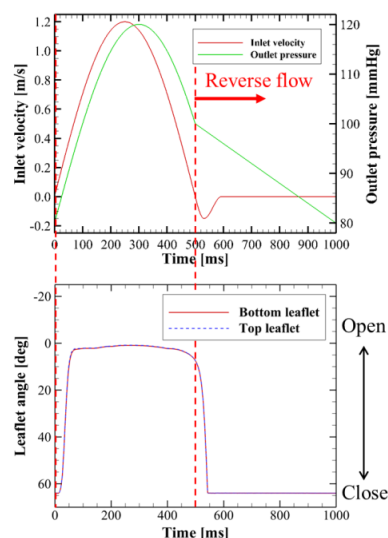


Fig. 11 Leaflet angle variation and inlet velocity and outlet pressure distribution from present simulation using RLBM and VFM.

4. 3. 2 開放時における弁近傍の速度および圧力

Figures 12, 13 に速度の最大値における速度および圧力分布図を示す。また、この時のリーフレット近傍の速度プロファイルを示す Fig. 14 に示す。

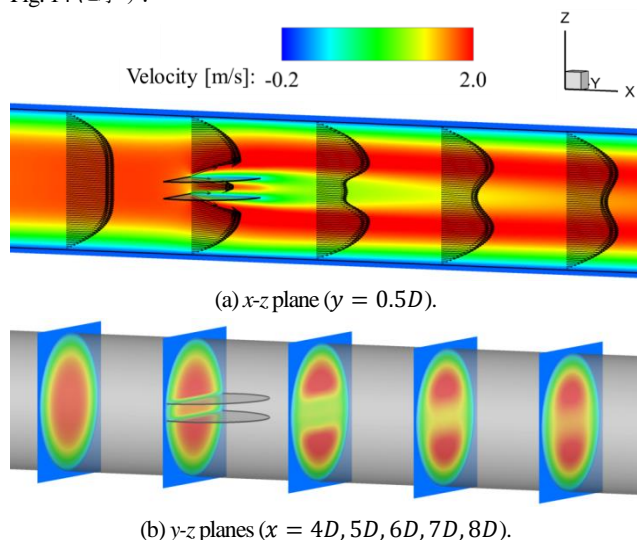


Fig. 12 Velocity distribution at the peak flow ($t = 0.25T$).

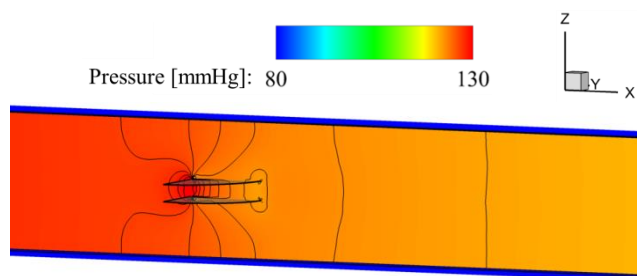


Fig. 13 Pressure distribution on x-z plane ($y = 0.5D$) at the peak flow ($t = 0.25T$).

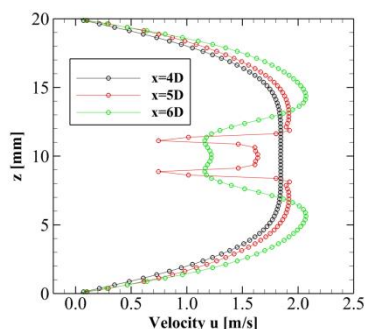


Fig. 14 Velocity profile on $x = 5D, 6D$ and $7D, y = 0.5D$ and $z = 0.5D$ at peak flow ($t = 0.25T$).

Figure 12 より、弁のリーフレットによって流れが分断され、3つの吐出した流れ（ジェット流）が形成されていることが確認できる。また、リーフレットの後流では中央のジェット流が消滅し、3つあったジェット流が2つにまとめられる。実際の生体内の条件下 ($Re = 1000 \sim 10000, \alpha = 10 \sim 20$) の流れでは、この3つのジェット流が起因し、リーフレットの後流で渦が形成される⁽¹¹⁾ことが確認されており、本解析結果の傾向とは大きく異なる。しかし、レイノルズ数の違いにより本解析では粘性が大きいことを考慮すると、3つのジェット流の形成から渦が形成されずに中央のジェット流が消滅する現象は、現象の再現としては適切であると考えられる。

また、Fig. 13 より、圧力に関しては、分布が完全にリーフレットによって分断されており、非物理的な振動も見られないため、開放時の物理現象を適切に表現しているものと考えられる。

さらに、Fig. 14 より、リーフレット近傍の速度に急な勾配が生じていることが確認できる。このような急な速度勾配は、生体内の条件下においても同様な傾向が見られると考えられ、この勾配を捉えることがリーフレットの後流で生じる渦に影響する可能性がある。そのため、今後の解析では、よりリーフレット近傍の空間解像度を高める必要があると言える。

4. 3. 3 閉鎖時における弁近傍の速度および圧力

Figure 15 に閉鎖時における圧力分布図を示す。Fig. 15 より、リーフレット近傍で非物理的な振動が見られるが、これは、リーフレットの閉鎖時に生じるリーフレットの運動の急激な変化が原因であると考えられる。Fig. 11 に示すように、閉鎖中のリーフレットは、最大閉鎖角度によって制限され、リーフレットの角加速度は急激に変化する。この角加速度の急激な変化がリーフレット近傍の流れ場に影響し、このような非物理的な振動が見られたと考えられる。この非物理的な振動は、閉鎖中に生じる渦の残存性などに影響を与えることから、非物理的な振動の解消が必要と言える。そのため、リーフレットの閉鎖運動に対するさらなる考察が必要であり、今後の取り組むべき問題として挙げられる。

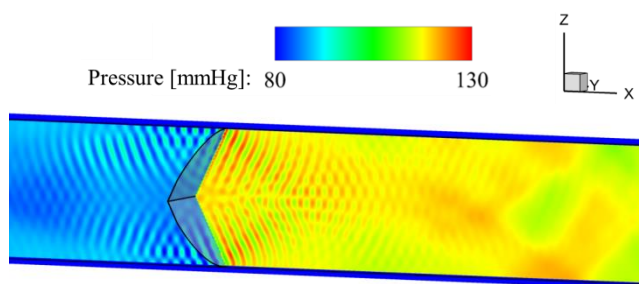


Fig. 15 Pressure distribution on x - z plane ($y=0.5D$) when valve leaflets closed ($t = 0.55T$).

5. 結言

機械式心臓弁まわり流れに正規化格子ボルツマン法と仮想流束法を適用し、比較的安定した流れ場に対する解析により、その物理現象に対する妥当性を検証した。弁のリーフレットの運動は、他者の結果に比べレイノルズ数の違いによる閉鎖時間の差異は見られるものの、定性的な開閉運動の傾向は一致した。また、リーフレットの開放中の流れ場では、リーフレット近傍の急な速度勾配の再現に十分な空間解像度が確保できていないものの、圧力を含む流れ場は適切に表現できていることを確認した。一方、閉鎖時においては、リーフレットの運動の急激な変化により、流れ場に非物理的な振動が生じた。そのため、リーフレットの閉鎖時の運動に対するさらなる考察および検討が必要と言える。また、リーフレット近傍の空間解像度が不足している問題に対しては、格子ボルツマン法において部分的に高い格子解像度を保つことが可能である Multi-block method⁽¹²⁾の導入を検討している。

参考文献

- (1) Latt J. and Chopard B., "Lattice Boltzmann method with regularized pre-collision distribution functions", *Mathematics and Computers in Simulation*, 72, (2006), pp. 165-168.
- (2) Izham, M., Fukui, T. and Morinishi, K., "Regularized Lattice Boltzmann Method for Incompressible Flow Simulation at High Reynolds Number", *Journal of Fluid Science and Technology*, 6(6), (2011), pp. 812-822.
- (3) Tanno, I., Morinishi, K., Matsuno, K. and Nishida, H., "Validation of virtual flux method for forced convection flow", *JSME Int. J.*, B49(4), (2006), pp. 1141-1148.
- (4) He, X., "Lattice Boltzmann model for the incompressible Navier-Stokes equation", *Journal of Statistical Physics*, 88, 3-4, (1997), pp. 927-944.
- (5) Peskin, C. S., "Numerical analysis of blood flow in the heart", *Journal of Computational Physics*, 25, (1977), pp. 220-252.
- (6) Saiki, E. M. and Bringen, S., "Numerical simulation of a cylinder in uniform flow: application of a virtual boundary method", *Journal of Computational Physics*, 123, (1996), pp. 450-465.
- (7) Mei, R., Yu, D. and Shyy W., "Force evaluation in the lattice Boltzmann method involving curved geometry", *Physical Review E*, 65-041203, (2002), pp. 1-14.
- (8) Womersley, J. R., "Oscillatory motion of a viscous liquid in a thin-walled elastic tube- I: The linear approximation for long waves", *Phil. Mag.*, 46, (1955), pp. 199-221.
- (9) Uchida, S., "The pulsating viscous flow superposed on the steady laminar motion of incompressible fluid in a circular pipe", *J. Appl. Math. Phys. (ZAMP)*, 7, (1956), pp. 403-422.
- (10) 武藤, 中根, "円管内拍動流に関する研究 (脈動流の速度分布について)", *日本機械学会論文集 B 編*, 46, 404 (1980), pp. 610-618.
- (11) Yun, B. M., Dasi, L. P., Aidun C. K., and Yoganathan A. P., "Computational modelling of flow through prosthetic heart valves using the entropic lattice-Boltzmann method", *J. Fluid Mech.*, 743, (2014), pp. 170-201.
- (12) Yu, D. et al., "A multi-block lattice Boltzmann Method for viscous fluid flows", *International Journal for Numerical in Fluids*, 39, (2002), 99-120.