

# Elasto-inertial turbulence における反変・共変高分子の伸長とエネルギー伝達

## Energy transfer and drag reduction in elasto-inertial turbulence laden with elongated contravariant and covariant polymers

- 鈴木舟, 東工大院, 〒152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1, E-mail:masuda.s.af@m.titech.ac.jp
- 堀内潔, 東工大院, 〒152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1, E-mail:khoritiuti@mes.titech.ac.jp
- 鈴木葵, 東工大院, 〒152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1, E-mail:suzuki.a.ap@m.titech.ac.jp

Shu Suzuki, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 Ookayama Meguro-ku Tokyo 152-8550

Kiyosi Horiuti, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 Ookayama Meguro-ku Tokyo 152-8550

Aoi Suzuki, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 Ookayama Meguro-ku Tokyo 152-8550

We carry out numerical study to reveal the primitive process of elongation of the polymers released in the Newtonian solvent and how exchange the energy between polymers and solvent. We use BDS-DNS method which combines Brownian dynamics simulation (BDS) with DNS in forced homogeneous isotropic turbulence. Compared with the complete affine case ( $\alpha=0.0$ , contravariant), more drastic DR is achieved when non-affinity is maximum ( $\alpha=1.0$ , covariant). We try 2 kinds of Weissenberg number which is defined by relaxation time of dumbbells. The higher Weissenberg number the more drag reduction we could get. We focus on the  $\tau_{ij}$  which is calculate by dumbbells. We revealed the difference of contravariant and covariant dumbbells' energy flow between polymers and solvent.

### 1. 緒言

Newton 性流体に希薄高分子を添加することにより抵抗低減が起きるといふ Toms 効果<sup>(1)</sup>は流体輸送技術やビル空調、地域冷暖房などの冷媒搬送動力低減技術等、省エネルギー化に貢献している。また高分子が添加された Newton 性流体は粘弾性流体と呼ばれ、粘性と弾性の両方の性質を持っている。この粘弾性流体による渦生成抑制効果によって乱流抵抗低減が起きている<sup>(2)</sup>。従来、乱流の抵抗低減には主な 2 つの観点が存在する。1 つは Lumley (1969) によって提唱されたコイル状になった高分子が大きな歪みが起きている場所で伸長され、伸長粘度の増加により抵抗低減が起きるといふ仮説である。もう 1 つは、de Gennes (1986) によって提唱された弾性に着目した考えである。これは、高分子が伸長することで弾性エネルギーが蓄積され、伸長した高分子が弾性バネのようにコイル状から伸長などの伸縮運動をし、張力が大きくなり、その結果、乱流カスケードの変化の要因になっているという考えである。また、伸長の大きな高分子は剛性を持っているという仮説を立てた。

近年では DNA を添加した場合、より大きな抵抗低減を起こすこと<sup>(3)</sup>、さらに、陽イオン界面活性剤の高濃度添加溶液では、Virk の maximum drag reduction (MDR) asymptote<sup>(4)</sup> を超える抵抗低減が生じること<sup>(5)</sup>などが報告されている<sup>(6)</sup>。Toms 効果で用いられた高分子などはせん断によって coil 形状から stretch 形状に遷移する<sup>(7)</sup>。一方、界面活性剤は rod 状のミセル構造を形成し、さらにそれらが凝集し層状構造の SIS (Shear Induced Structure) を形成する。この状態では、流体の局所的な変形に対する追従性 (affine 性) が消失している可能性がある。非 affine 性を導入した構成方程式を用いた DNS において、非 affine 性が最大の場合に最大の抵抗低減が得られることが示されている<sup>(8)</sup>。本研究では流体の変形に対して追従する (affine) 高分子を反変型高分子、追従しない (非 affine 性) 高分子を共変型高分子と呼ぶ。

高分子鎖を dumbbell モデルを用いて近似し、高分子の追従性 (affine 性) を考慮し、その動力学を直接数値計算 (Direct Numerical Simulation) し、流れ場との相互作用を取り入れた計算 (BDS-DNS) は Watanabe et al. によって行われている<sup>(9)</sup>。竹生等<sup>(10)</sup>は、非 affine 性を考慮した BDS-DNS を行い、affine な場合と非 affine な場合に

における dumbbell の配向の相違を示し、非 affine な場合において最大の抵抗低減が起きることを明らかにした。

また、P.C.Valente<sup>(11)</sup>らは高分子の緩和時間によって決定される Weissenberg 数 ( $Wi$ ) などを変化させ、様々な計算条件で構成方程式を用いた高分子添加による粘弾性流体に関する数値シミュレーションを行った。その研究においては、主にエネルギーカスケードに着目をし、高分子と溶媒の間で行われるエネルギー授与に関する報告がされた。特に、高 Weissenberg 数になると高分子の運動エネルギーから弾性エネルギーへの輸送量が顕著に減少する結果が得られた。そこで、本研究では竹生ら<sup>(10)</sup>によって行われた  $Wi = 5.0$  の計算条件から、 $Wi = 10$  に変化させて計算を行った。Weissenberg 数を変化させたことによる影響、非追従性による dumbbell と溶媒間でのエネルギー伝達機構による影響の解明を行っていく。

### 2. BDS-DNS の概要

#### 2.1 Dumbbell モデルについて

BDS-DNS とは、高分子鎖を 2 つの beads をバネで結合した dumbbell モデルと近似し、乱流中に分散させた dumbbell の運動を Lagrange 的に追跡するものである<sup>(9)</sup>。ここで、 $n$  は dumbbell の番号を表し、 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  は beads の位置を表している。ビーズの運動の溶媒に対する追従性 (affine 性) を仮定した場合、Fig.2.1 のように connector vector を  $\mathbf{R}^{(n)} = \mathbf{x}_1^{(n)} - \mathbf{x}_2^{(n)}$  と定義し、重心 vector

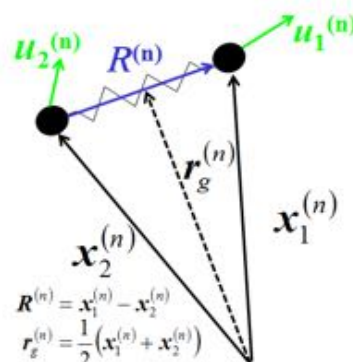


Fig.2.1 Configuration of elastic dumbbell model

を  $\mathbf{r}_g^{(n)} = (\mathbf{x}_1^{(n)} - \mathbf{x}_2^{(n)})/2$  と定義すれば,  $\mathbf{R}^{(n)}$  及び,  $\mathbf{r}_g^{(n)}$  の支配方程式は式(2.1), 式(2.2) で与えられる.

$$\frac{d\mathbf{R}_i^{(n)}}{dt} = u_i(x_1^{(n)}) - u_i(x_2^{(n)}) - \mathbf{F}^{(n)} + \frac{r_{eq}}{\sqrt{2\tau_s}} \left( \left( W_1^{(n)} \right)_i - \left( W_2^{(n)} \right)_i \right) \quad (2.1)$$

$$\frac{d\left( r_g^{(n)} \right)_i}{dt} = \frac{1}{2} \left( u_i(x_1^{(n)}) + u_i(x_2^{(n)}) \right) + \frac{r_{eq}}{\sqrt{8\tau_s}} \left( \left( W_1^{(n)} \right)_i + \left( W_2^{(n)} \right)_i \right) \quad (2.2)$$

式中の  $\mathbf{u}(\mathbf{x}^{(n)})$  は溶媒の速度ベクトル場であり,  $W_{1,2}^{(n)}$  は粒子が溶媒から受けるランダムな熱揺動力 (ブラウン運動近似),

White Gaussian の統計である式(2.3)(2.4)に従う. また,  $\mathbf{F}^{(n)}$  はばねの復元力を表す.

$$\langle \left( W_\alpha^{(n)}(t) \right)_i \rangle = 0 \quad (2.3)$$

$$\langle \left( W_\alpha^{(m)}(t) \right)_i \left( W_\beta^{(n)}(s) \right)_j \rangle = \delta_{\alpha\beta} \delta_{ij} \delta_{mn} \delta(t-s) \quad (2.4)$$

式(2.1)では affine 性が仮定されているが, 非 affine 性を考慮するためには式(2.5)のように速度場に対して slip velocity を導入する<sup>(12)</sup>.

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_g + (\nabla \mathbf{u}_g) \cdot (\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_g) - 2\alpha \{ \mathbf{S} \cdot (\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_g) \} \quad (2.5)$$

ここで,  $\mathbf{u}_g$  は beads の重心の速度ベクトル,  $\mathbf{S}$  はひずみ速度テンソルである. また,  $\alpha$  は非 affine 性強度を示す slip parameter ( $0.0 < \alpha < 1.0$ ) で,  $\alpha = 0.0$  は flexible な高分子,  $\alpha = 1.0$  は rigid な高分子に対応している.

また, dumbbell の及ぼす応力は式(2.6)から算出する. この応力による力を流体の運動方程式に付加することで, 溶媒と高分子間の相互作用を取り入れる.

$$\tau_{ij} = \frac{3\pi a(1-2a)}{2\tau_s Re} \sum_{n=1}^{N_i} \{ R_i^{(n)} R_j^{(n)} - r_{eq}^2 \delta_{ij} \} \quad (2.6)$$

Beads 同士をつなぐばねとして FENE モデル<sup>(13)</sup>を仮定し, ばねの弾性力が下記の式で与えられるものとする. ここで  $k$  はばね定数,  $f$  はばねの非線形性・有限伸張性を示す FENE 関数(2.7)であり<sup>(14)</sup>, ばねの伸びに対する damping の効果を与える.

$$\mathbf{F}^{(n)} = -kf \left( \frac{|\mathbf{R}^{(n)}|}{r_{max}} \right) \mathbf{R}^{(n)} \quad (2.7)$$

$$f(z) = \frac{1}{1-z^2}$$

dumbbell の重心は必ずしも格子点と一致しないため, 数値計算で発展方程式(2.1),(2.2)を解く際には dumbbell の重心位置に周囲の 8 格子点の速度を線形補間することで  $\mathbf{u}_i^{(n)}$  を求めた.

## 2.2 直接数値計算の概要と計算条件

本研究では非圧縮強制一様等方乱流の数値計算を行った. 支配方程式は Navier-Stokes 方程式(2.8)と連続の式(2.9)である.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.9)$$

$\mathbf{x}$  は空間座標 ( $i = 1, 2, 3$ ),  $\mathbf{u}_i$  は速度ベクトル,  $Re$  はレイノル

ズ数,  $f_i$  は定常状態を維持されるために付加されたソレノイダルな外力項であり,  $f_i$  は式(2.10)のように時間に関してデルタ関数でガウス分布に従うとした<sup>(9)</sup>.

$$f(\mathbf{k}, t) = \sqrt{\frac{E_f(k)}{16\pi k^4 \Delta t}} \{ \mathbf{k} \times (\alpha(\mathbf{k}) + i\beta(\mathbf{k})) \} \quad (2.10)$$

$$E_f(k) = \begin{cases} c_f & (1.0 \leq k \leq 2.5) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2.11)$$

ここに,  $c_f = 0.5$  とした. また,  $\Delta t$  は時間刻み,  $i$  は虚数単位,  $\alpha(\mathbf{k}), \beta(\mathbf{k})$  は独立なガウス乱数ベクトルである. この乱数ベクトルはアンサンブル平均  $\langle \cdot \rangle$  に関し

て,  $\langle \alpha \rangle \langle \beta \rangle = 0, \langle \alpha \rangle \langle \alpha \rangle = \langle \beta \rangle \langle \beta \rangle = 1$  を満たすとし, 8step 毎に値を更新した.

計算領域は全方向に  $2\pi$ , 周期境界条件を適用した. 計算格子点数は  $128^3$  で, 粘性係数は  $\nu = 1/Re = 1/30$  とした.  $\Delta t = 0.001$  とし, Wray による 3 次精度 Runge-Kutta 法を用いた. 空間の離散化にはスペクトル法を用い, aliasing 誤差は 3/2 法則により除去した.

緩和時間  $\tau_s$  は,  $W_i = \tau_s / \tau_\eta$  で定義される Weissenberg 数が, coil-stretch 遷移が生じる下限<sup>(15)</sup>  $W_i = 5.0$  となるように設定し,

$\tau_s = 1.4$  とした. また,  $W_i = 10$  のケースも計算を行い Weissenberg

数による高分子の挙動の違いについても解析を行った. ここで,  $\tau_\eta$  は Kolomogorov 時間で, 同条件で実行した Newton 性 DNS

から得た. dumbbell の平衡長は  $r_{eq} = L_{MAX}/50$  とし, 最大伸長長さを Kolomogorov 長  $\eta$  程度の  $L_{MAX} = \eta = 0.1$ , 粒子半径を

$a = 0.000185$  とした. また, 添加する dumbbell の総数は計算機の能力を考慮し  $N_t = 10^9$  としたが, 十分な強度の高分子応力を得る

ために,  $\tau_{ij}$  にファクター ( $\sim 10^3$ ) を乗じ, 高分子の複製を行った<sup>(9)</sup>.

## 3. 計算結果

### 3.1 各物理量の計算結果

図 3.1 は BDS-DNS によって得られた, エネルギー散逸率の時間発展を表す<sup>(10)</sup>. 黒が Newton 性流体, 赤が反変型高分子 ( $\alpha = 0.0$ ) を添加した流体, 青が共変型高分子 ( $\alpha = 1.0$ ) を添加した流体である. エネルギー散逸率は共変型高分子を添加した流体が最小であり, 抵抗低減率が最大となる. 次に, 反変型高分子と共変型高分子の長さの平均値の時間発展を図 3.2 に示す. この図から反変型高分子と共変型高分子は平均としては同等の伸長を受けていることがわかる. また, Weissenberg 数による比較だが, 高 Weissenberg 数の方が反変・共変型高分子共により大きな抵抗低減が起きてい

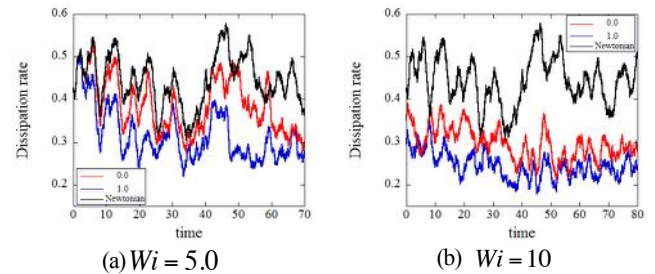


Fig 3.1 Time evolution of energy dissipation

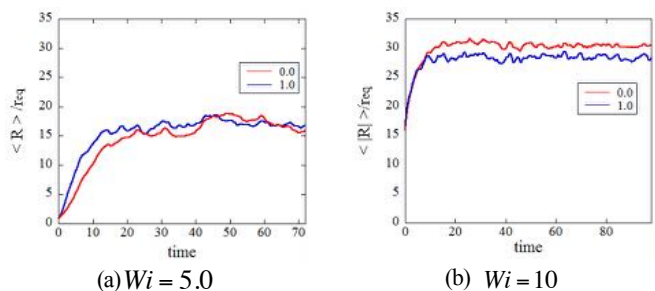


Fig 3.2 Time evolution of dumbbell's length

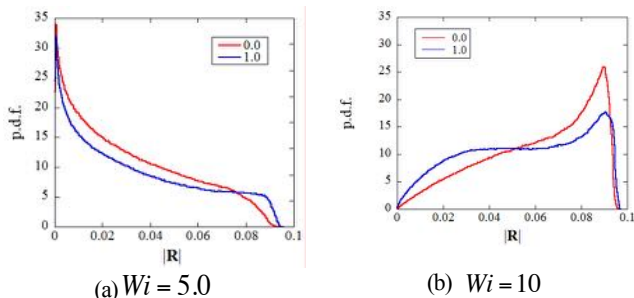


Fig 3.3 P.D.F. of dumbbell's length

ることが分かる。これに関しては、Fig 3.2の平均伸長がより大きくなっていることから、より多くの弾性エネルギーが高分子に蓄えられエネルギー散逸を減少させたものだと結論づけることができる。

Fig 3.3にdumbbellの伸長の確率密度関数 (p.d.f.: probability of distribution function) を示す。(a)の図では、伸長をしていない高分子が多数存在し、(b)の図では伸長していない高分子の数が減少していることが確認できる。また、共変型高分子の方が最大伸長長さを受けているdumbbellの数が多いため、このことから非affine性の強度により大きな粘弾性効果が発生すると推測される。

### 3.2 渦構造とdumbbellの配向について

本研究において渦管を式(3.1)に示す速度勾配テンソルの第二不変量 $Q$ を用いて抽出した。

$$Q = -\frac{1}{2}(S_{ik}S_{ki} - \Omega_{ik}\Omega_{ki}) \quad (3.1)$$

また、渦層及び渦構造の方向を抽出するために式(3.2)で定義されるテンソル $A_{ij}$ を用いた<sup>(5)</sup>。

$$A_{ij} = (S_{ik}\Omega_{kj} + S_{jk}\Omega_{ki}) \quad (3.2)$$

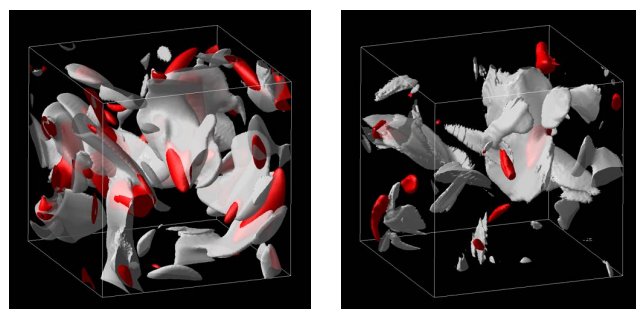
$A_{ij}$ の固有値 $[A_{ij}]_+$ は渦層の中心近傍で大きな値をとるので、渦層のみを選択的に抽出することができる。本研究では固有値のクロスオーバーを避けるために固有ベクトルと渦度の配向に基づく並び替えを行っている。渦度に最も平行なものを $s$ 成分、残りの固有値の大きい方を $+$ 方向、残りを $-$ 方向とした。上述の方法で求めた渦層、渦管を3次的に描画した図がFig 3.4である。Fig 3.4(a)が反変型高分子を添加した場合、Fig 3.4(b)が共変型高分子を添加した場合の図を示す。これらの図から、共変型高分子の方が渦管の形成が抑制されており、このため反変型高分子に比べ大きな抵抗低減を得ることができると考えられる。

また固有値 $[A_{ij}]_s, [A_{ij}]_+, [A_{ij}]_-$ に対応する固有ベクトルを $a_s, a_+, a_-$ とすると、 $a_s$ と $a_-$ が渦層の面を張り、 $a_+$ は渦層に垂直な方向に分布することが示されている<sup>(8)</sup>。

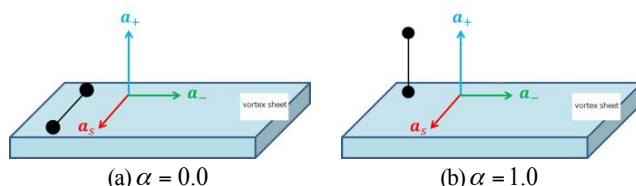
ここで、dumbbellの運動方程式と上述の固有ベクトルとdumbbellの配向を運動方程式の解析解を用いて検証し、BDS-DNSの計算結果<sup>(10)</sup>との整合性を考察する。

まず、 $\alpha = 0.0$ の反変型高分子の場合を考える。式(2.1)の右辺第一項に対してTaylor展開を施し、熱揺動力を無視すると式(3.3)の近似式が求まる。

$$\frac{dR_i}{dt} = R_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\tau_s} R_i \quad (3.3)$$



(a) contravariant ( $\alpha = 0.0$ ) (b) covariant ( $\alpha = 1.0$ )  
Fig 3.4 Visualization of vortex sheets and tubes ( $Wi = 5.0$ )



(a)  $\alpha = 0.0$  (b)  $\alpha = 1.0$   
Fig 3.5 Configuration of  $[A_{ij}]$  eigenvectors on the vortex sheet and dumbbell

これは非圧縮性流体の微小要素の発展方程式、および非粘性の渦度方程式に類似しており、反変型高分子は渦線と同様に線要素として運動することが分かる。

同様の解析を共変型高分子でも行う。まず、運動方程式は式(3.5)のように近似することが出来る。

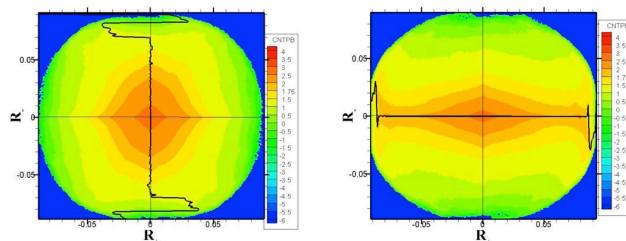
$$\frac{dR_i}{dt} = -R_j \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{1}{\tau_s} R_i \quad (3.5)$$

これは流体の微小面要素を示す面積ベクトル $S$ の発展方程式と類似している。

Fig 3.5に一般的な反変、共変型高分子の渦層に対する配向の模式図を示す。

### 3.3 渦構造の座標系へdumbbellを射影した解析

本節では、dumbbellをO-XYZ基底から前節で記述した二階のテンソル $A_{ij}$ の固有ベクトル $a_s, a_+, a_-$ による基底へ座標変換を行う。Dumbbellの $a_s$ 成分を $R_s$ 、 $a_+$ 成分を $R_+$ 、 $a_-$ 成分を $R_-$ とし、 $R_+$ と $R_-$ の成分の2次元確率密度関数 (joint-p.d.f.) の描画を行った。横軸に $R_+$ 、縦軸に $R_-$ 、コンターは確率を示している。また、図中黒色の実線は確率が極大となる点を連ねた曲線を示す。このjoint-p.d.f.とFig 3.5を比較してみると、多くの高分子は $a_s$ 方向と平行に配向している ( $R_+ \cdot R_- = 0$ )。大きな伸長を有するdumbbellでは $R_+$ と $R_-$ に相関が生じている事が見てとれ、せん断応力の発生要因になっていることが示唆される。このことから、伸長粘度よりもせん断粘度の方が粘弾性効果における重要な役割をする可能性が考えられる。特に伸長の大きな高分子と $A_{ij}$ の固有ベクトルの位置関係をFig 3.7に示す。



(a)  $\alpha = 0.0$  (b)  $\alpha = 1.0$   
Fig 3.6 Joint-p.d.f.  $R_+$  and  $R_-$

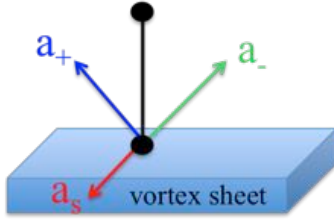


Fig 3.7 Configuration of  $A_{ij}$  eigenvectors on the vortex sheet and highly stretched dumbbell

#### 4. 溶媒と高分子のエネルギー伝達の解明

##### 4.1 高分子応力 $\tau_{ij}$ の解析

P.C.Valente らは高分子は低波数領域から自身が散逸しうるエネルギーよりも多くのエネルギーを受け取るが、高波数帯においては溶媒にエネルギーを戻す高分子起因の運動エネルギーカスケードが発生することを構成方程式を用いたシミュレーションで明らかにした<sup>(11)</sup>。

本節では、高分子添加によって発生する高分子応力について注目をする。高分子応力  $\tau_{ij}$  の支配方程式は Johnson-Segalma によって次式で表された<sup>(16)</sup>。この方程式に  $\alpha = 0.0$ 、 $\alpha = 1.0$  をそれぞれ代入すると Oldroyd-B モデル、Oldroyd-A モデル が導出される。

$$\frac{D\tau_{ij}}{Dt} = (1-\alpha) \left( \tau_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \tau_{kj} \right) - \alpha \left( \tau_{ik} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \tau_{kj} \right) - \frac{1}{\lambda} \tau_{ij} \quad (4.1)$$

(4.1)式を  $t = 0$ 、 $\tau_{ij}(0) = 0$  の初期条件の下で近似解が Bird らによって以下のように求められた<sup>(12)</sup>。

$$\begin{aligned} \tau_{ij}(t) \approx & -\frac{\nu(1-\beta)}{\lambda} \int_0^t e^{-\frac{t-s}{\lambda}} 2S_{ij}(s) ds \\ & + 2\frac{\nu(1-\beta)}{\lambda} (1-\alpha) \int_0^t dr \int_0^r ds e^{-\frac{t-s}{\lambda}} 2 \left( S_{ik}(s) \frac{\partial u_j}{\partial x_k}(r) + \frac{\partial u_i}{\partial x_k}(r) S_{kj}(s) \right) \\ & - 2\frac{\nu(1-\beta)}{\lambda} \alpha \int_0^t dr \int_0^r ds e^{-\frac{t-s}{\lambda}} 2 \left( S_{ik}(s) \frac{\partial u_k}{\partial x_j}(r) + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}(r) S_{kj}(s) \right) \end{aligned} \quad (4.2)$$

この解には時間履歴の影響が含まれているが、この影響を無視して  $\lambda$  の 1 次の項までの解が Horiuti らによって求められた<sup>(8)</sup>。

$$\begin{aligned} \tau_{ij} \approx & -\nu(1-\beta) 2S_{ij} \\ & + 2\lambda\nu(1-\beta) \left\{ -(1-2\alpha) 2S_{ik}S_{kj} + (S_{ik}\Omega_{kj} + S_{jk}\Omega_{ki}) \right\} \end{aligned} \quad (4.3)$$

この式はレイノルズ応力の非線形モデルと類似である。ここで求めた  $\tau_{ij}$  を 3 章で求めた  $A_{ij}$  の固有ベクトル空間へ座標変換を行う。  $E$  は固有ベクトルを縦方向に並べたもの、 $\sigma_+$ 、 $\sigma_+$ 、 $\sigma_-$  は  $S_{ij}$  の固有値、 $\omega_s$  は  $s$  方向の渦度を表している。

$$\begin{aligned} E^T(\tau_{ij})E \approx & \nu(1-\beta) \begin{pmatrix} -\sigma_+ & -(\sigma_+ - \sigma_-) & 0 \\ -(\sigma_+ - \sigma_-) & -\sigma_+ & 0 \\ 0 & 0 & 2\sigma_+ \end{pmatrix} \\ & + 2\nu(1-\beta)\lambda(1-2\alpha) \begin{pmatrix} (\sigma_+^2 + \sigma_-^2) & -(\sigma_+ - \sigma_-)\sigma_+ & 0 \\ -(\sigma_+ - \sigma_-)\sigma_+ & (\sigma_+^2 + \sigma_-^2) & 0 \\ 0 & 0 & 2\sigma_+^2 \end{pmatrix} \\ & + \nu(1-\beta)\lambda \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}(\sigma_+ - \sigma_-)\omega_s & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}(\sigma_+ - \sigma_-)\omega_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.4)$$

この式の対角成分と非対角成分は各々法線およびせん断応力となる。第 3 章で述べたように、せん断応力は、 $R_+R_-$  が大きな値を取る dumbbell から与えられるが、式(4.4)中の  $(\sigma_+ - \sigma_-)\sigma_+$  項は式(4.3)の  $S_{ik}S_{kj}$  項に由来する。この式(4.3)から、高分子の弾性エネルギー生成項  $P_e$  (式(4.5))は、式(4.6)で与えられる。

$$P_e = |1 - 2\alpha| (\tau_{ij} S_{ij}) \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} P_e \approx & 2\nu(1-\beta) |1 - 2\alpha| \\ & [ S_{ij} S_{ji} + 4\lambda(1-2\alpha) S_{ik} S_{kj} S_{ji} \\ & + 8(1-2\alpha)^2 S_{ik} S_{kl} S_{lj} S_{ji} + 2\lambda^2 A_{ij} A_{ji} ] \end{aligned} \quad (4.6)$$

この生成エネルギーの式に渦の伸長を表す  $\Omega_{ik}\Omega_{kj}S_{ji}$  項が現れないが、これは渦度は dumbbell の回転を与えるのみで、伸長には寄与しない事に対応する。

式(4.8)右辺の  $S_{ik}S_{kj}S_{ji}$  項は、負値を取る確率が非常に高いことが知られている。この項は、以下のように、弾性エネルギー生成項と、散逸率を与える  $S_{ij}S_{ij}$  項の時間発展方程式中の生成項となる。

$$P_e = \tau_{ij} S_{ij} \approx 4\lambda\nu(1-2\alpha) S_{ik} S_{kj} S_{ji} \quad (4.7)$$

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{2} S_{ij} S_{ji} \right) = -S_{ik} S_{kj} S_{ji} - \Omega_{ik} \Omega_{kj} S_{ji} + \dots \quad (4.8)$$

ここで、式(4.9)に  $a = 0.0$  の場合、高分子によるエネルギー生成  $P_e$  が負値、散逸エネルギー  $-P_e \approx -S_{ik}S_{kj}S_{ji}$  が正値となることがわかる。このことから、反変型高分子では、高分子に蓄積された弾性エネルギーが溶媒の運動エネルギーに変換されて散逸に寄与するエネルギー伝達が卓越する事がわかる。このため、反変型高分子は伸長が大きい場合、散逸と抵抗低減に寄与しない。これは、Valente et al. の結果<sup>(11)</sup>の実空間での機構を与えるものと考えられる。

一方、 $a = 1.0$  の場合、高分子による弾性エネルギー生成項  $P_e$  が正値、散逸エネルギー  $-P_e \approx -S_{ik}S_{kj}S_{ji}$  が正値となることがわかる。このことから、共変型高分子では溶媒の運動エネルギーの弾性エネルギーへの変換と溶媒の散逸生成の双方が起こり得ると考えられる。

##### 4.2 解析結果と計算結果の検証

前節で検証した、エネルギー伝達機構と本計算結果との比較を本節では行っていく。まずは、dumbbell の伸長と生成項の関係を p.d.f.を用いて見ていく。本節では、より詳細な伸長と生成項の相関を確認するため、p.d.f.を伸長の条件付きで抽出した。まずは、全体を 5 等分、さらに伸長の大きな箇所での影響を見るため最大伸長付近ではさらに分割数を増やし、計 7 つに分割を行った

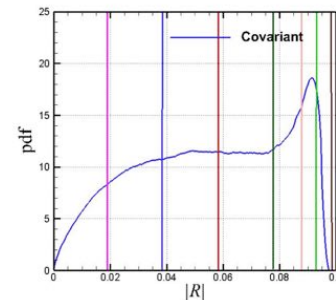


Fig 4.1 Division of the dumbbell length into seven ranges

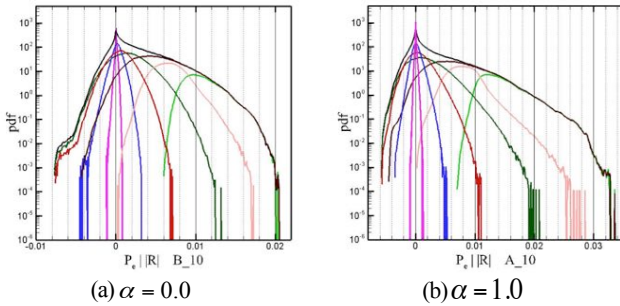


Fig 4.2 P.D.F. production (conditional sampling by the length of dumbbells)

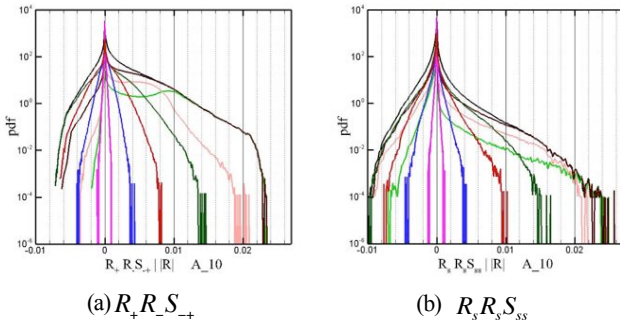


Fig 4.3 P.D.F. decomposition of elastic energy production term  $\alpha = 0.0$  (conditional sampling by length of dumbbells)

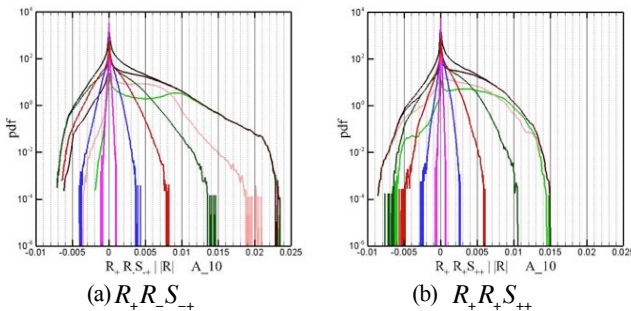


Fig 4.4 P.D.F. decomposition of elastic energy production term  $\alpha = 1.0$  (conditional sampling by length of dumbbells)

(Fig 4.1 参照). Fig 4.2 には伸長を基に条件付けされた生成項の p.d.f.を掲載する. この図から, 伸長が大きな dumbbell ほど大きな弾性エネルギーを生成していること, 共変型高分子の方がより大きな弾性エネルギーを生成していることが確認できる.

次は  $Pe$  項評価のため  $S_{ij}R_iR_j$  で表される生成項を成分分解して考える. それぞれの高分子が配向し, 主応力を発生させている方向と 3.3 節で述べたせん断力を生じさせている  $R_+R_-S_+$  の比較を Fig 4.3, Fig 4.4 で比較を行う. 反変型・共変型に共通している点はより大きな伸長を受けている高分子の方がより大きな弾性エネルギーの生成をしている点である.

一方, 共変型では上記の特徴に加え, 法線応力よりもせん断力による弾性エネルギーの生成が大きいことがわかる. 反変型高分子においても, 法線およびせん断応力による生成は同等の大きさを示しており, 反変と共変の双方においてせん断応力による生成の寄与が大きい事がわかる.

先ほどまでは伸長による条件付きの p.d.f.の描画を行っていたが, 次は derivative skewness ( $-S_{ij}S_{jk}S_{ki}$ ) による条件付き p.d.f.の考察を行う. 分割の方法は Fig 4.5 に示した.  $-S_{ij}S_{jk}S_{ki}$  の値によって条件付けされた, 生成項の p.d.f.を Fig 4.6 に示す. 反変型におい

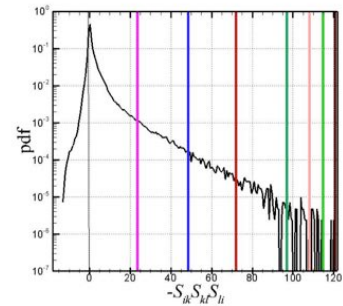


Fig 4.5 Division of the derivative skewness into seven zones

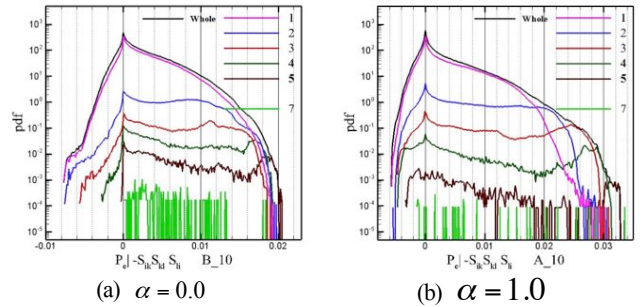


Fig 4.6 P.D.F. decomposition of elastic energy production term (conditional sampling by  $-S_{ij}S_{jk}S_{ki}$ )

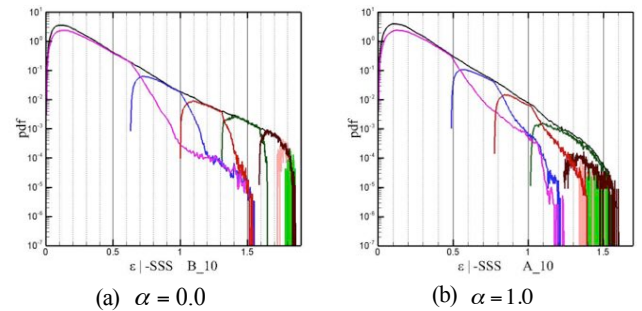


Fig 4.7 P.D.F. decomposition of dissipation rate (conditional sampling by  $-S_{ij}S_{jk}S_{ki}$ )

て  $-S_{ij}S_{jk}S_{ki}$  が最大値近辺を取っている時(緑色)の生成項は小さいが共変型においては非常に大きなエネルギー生成をしていることが確認できる. 伸長による条件付きの p.d.f.と比較を行うと, 大きく伸長した反変型高分子は弾性エネルギーを保持することができず, 溶媒へのエネルギー伝達が生じて散逸の生成が増大する. 一方, 共変型高分子は弾性エネルギーを蓄え, 保持することができる. この差異が共変型高分子の顕著な抵抗低減の要因になっていると考えられる.

Fig 4.7 は散逸率の p.d.f.を  $-S_{ij}S_{jk}S_{ki}$  の条件付きで描画をした図である. 反変型の場合は  $-S_{ij}S_{jk}S_{ki}$  の値の増加につれて散逸率も増加しており,  $-S_{ij}S_{jk}S_{ki}$  項は散逸の生成に寄与していることがわかる. 一方, 共変型においては zone4(深緑)で散逸の生成が飽和に達し, 大きな  $-S_{ij}S_{jk}S_{ki}$  項の値を取る zone の寄与は減少し, 弾性エネルギーの生成が散逸の生成を卓越する. この伝達の発生が, 共変型高分子がより大きな抵抗低減を発生させる要因になっている. したがって, 反変型高分子が伸長の大きな場合に示す特性は, 共変型高分子では解消され, より効率的な抵抗低減が得られる.

## 5. 結言

- 高 Weissenberg 数における, 高分子添加溶液の抵抗低減機構の解明を BDS-DNS 法を用いて行った.

- ・ 反変型高分子は大きく伸長した場合、伸長過程で貯蔵した弾性エネルギーを保持できず、溶媒の運動エネルギーに伝達するため、散逸の生成が増大することを示した。
- ・ 共変型高分子は、最大に伸長した場合においても、伸長過程で貯蔵した弾性エネルギーを保持するため、顕著な抵抗低減が得られることを明らかにした。
- ・ 反変型高分子は抵抗低減において必ずしも効率的な添加物ではない可能性を指摘した
- ・ 本研究の結果は、伸長の大きな高分子が合成を有するという de Genne の仮説と整合するが、実際の高分子における検証が今後の課題となる。

#### 参考文献

- (1) Toms, B.A., Some observations on the flow of linear polymer solutions through straight tubes at large Reynolds numbers, In Proc. 1st Intl Congr. Rheol., 1(1949), 135-141.
- (2) 松本一真, 堀内潔, 粘弾性法線応力差による乱流抵抗低減機構の解明, *ながれ*, 29(2010), 403-410
- (3) Choi, H. J., Lim, P. -Y., S.T. and Chan, C. K. , Turbulent Drag Reduction and Degradation of DNA, *Phys. Rev. Lett.*, 89(2002), 169
- (4) Virk, P.S., Drag reduction fundamentals, *AICHE J.*, 21(1975), 625-656
- (5) J. L. Zakin , J. M. and Chara, Z., New limiting drag reduction and velocity profile asymptotes for nonpolymeric additives systems, *AICHE J.*, 42(1996), 3544.
- (6) Taybor, M. and Gennes, P. G. D., A Cascade Theory of Drag Reduction, *Europhys. Lett.*, 2(7)(1986), 519-522
- (7) W. K. Lee, R. C. Vaseleski and A. B. Metzner, Turbulent Drag Reduction in polymeric Solutions Containing Suspended Fibers, *AICHE J.*, 20(1974), 128-133
- (8) K. Horiuti , K. Matsumoto, K. Fujisawa , *Phys. of Fluids* 25 , 015106 (2103)
- (9) T. Watanabe , T. Gotoh, "Hybrid Eulerian - Lagrangian simulations for polymer-turbulence interactions." *J. Fluid Mech* 717 (2013) : 535-575
- (10) 竹生, 堀内, 増田, "BDS-DNS 法による高分子添加液における抵抗低減機構の解明" 第27回数値流体力学シンポジウム, C10-3, 2013
- (11) P.C. Valente *et al.* "The effect of viscoelasticity on the turbulent kinetic energy cascade" *J. Fluid Mech.* 760 2014
- (12) R. G. Gordon, and Schowalter, *J. Rheology* 16, 79-97(1972)
- (13) Bird, R. B., Curtiss, C.F., Armstrong, R. C. and Hassager, O., Dynamics of polymer Liquids, 2nd ed., Wiley, New York (1987)
- (14) H.R. Warner, Jr., Ph. D. Thesis, University of Wisconsin, Madison (1971), *Ind. Eng. Chem. Fundamentals*, 11, 379-387 (1972)
- (15) T. Gotoh, D. F. and Nakano, T., Velocity field statistics in homogeneous steady turbulence obtained using a high-resolution direct numerical simulation, *Phys. of Fluids*, 14(2002), 1065-1081
- (16) K. Horiuti and Y. Takagi, "Identification method for vortex sheet structures in turbulent flows" *Phys. of Fluids* 17, 121703(2005)
- (17) M.W. Johnson Jr. and D. Segalman, "A model for viscoelastic fluid behavior which allows nonaffine deformation", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* (1997)