

一様等方性乱流場において粒子形状が粒子の分散挙動に与える影響

An investigation of effects of particle's shape on particle dispersion in an isotropic turbulent flow

- チョウイ, 九大院, 福岡県福岡市西区元岡 744
 丹野賢二, 電中研, 神奈川県横須賀市長坂 2-6-1
 武藤昌也, 京都大, 京都府京都市西京区京都大学桂
 渡邊裕章, 九州大, 福岡県福岡市西区元岡 744, E-mail: whiroaki@mech.kyushu-u.ac.jp
 北川敏明, 九州大, 福岡県福岡市西区元岡 744
 Wei ZHANG, Kyushu University, 744 Motooka, Nishi-ku, Fukuoka
 Kenji TANN0, CRIEPI, 2-6-1 Nagasaka, Yokosuka-shi, Kanagawa
 Masaya MUTO, Kyoto University, Kyoto daigaku-Katsura, Nishikyo-ku, Kyoto
 Hiroaki WATANABE, Kyushu University, 744 Motooka, Nishi-ku, Fukuoka
 Toshiaki KITAGAWA, Kyushu University, 744 Motooka, Nishi-ku, Fukuoka

This paper reports a numerical investigation of effects of particle's shape on particle dispersion in an isotropic turbulent flow. A new $C_D - Re$ relation considered particle's oscillation and rotation is developed and applied to the point approximation particle's motion calculation. A statistic method is used to quantify particles dispersion after the particles sufficiently dispersed in space. As a result, particles' dispersion motion is affected by particle's sphericity markedly. For a particle with relatively small sphericity, dispersion behavior is quite different compared with the sphere's, and furthermore this difference may lead to a significant influence on particle's ignitionability or flammability which should be discussed in detail.

1. 緒言

近年, 計算機性能の飛躍に従い, 数値シミュレーションが盛んである。微粉炭燃焼分野では, 実験による微粉炭ボイラや石炭ガス化炉内部の燃焼場の観察が困難であるため, 数値シミュレーションは有力なツールになり, 利用は拡大しつつある。しかしながら, 一般的に固気混相流シミュレーションでは, 粒子の形状を無視して球形と仮定して取り扱い, 乱流中の分散挙動を評価している¹⁾。工業的に大量に利用される粉体の複雑な形状効果を調べた研究例は少ない。また, 乱流において, 粒子の非均質分布は粒子の燃焼特性に影響を及ぼすことが知られている²⁾³⁾。これらのことから, 粒子形状効果が乱流場の粒子分布に与える影響を調べる必要がある。そこで本研究では, 一様等方性乱流場に分散する粒子運動について, 粒子形状効果を考慮した直接数値計算を行い, 非球形粒子の分散挙動を調べた。

2. 研究手法

2.1 支配方程式

本研究の計算領域は $2\pi * 2\pi * 2\pi \text{cm}^3$ の立方体で, 一様等方性乱流場の支配方程式は以下のように表される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + S_{u_i} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j e}{\partial x_j} = S_{e_i} \quad (3)$$

ここで, ρ , u_i , p , e はそれぞれ流体側の密度, 流速, 圧力とエネルギー, S_{u_i} と S_{e_i} は相間カップリング項であり, 以下の式で計算する。

$$S_{u_i} = -\frac{1}{\Delta V} \sum_N \frac{m_p f_D}{\tau_p} (u_i - u_{p,i}) \quad (4)$$

$$S_{e_i} = -\frac{1}{\Delta V} \sum_N \frac{1}{2} (m_p u_{p,i} u_{p,i}) \quad (5)$$

$$\tau_p = \frac{d_p^2 \rho_p}{18\mu} \quad (6)$$

ここで, m_p , $u_{p,i}$, τ_p は粒子の質量と速度と応答時間, ΔV は流体側のコントロールボリュームである。 f_D は粒子に作用する流体抗力で, 粒子の $C_D - Re$ 関係式で求められる。粒子の支配方程式は以下になる。

$$\frac{\partial x_{p,i}}{\partial t} = u_{p,i} \quad (7)$$

$$\frac{\partial u_{p,i}}{\partial t} = \frac{f_D}{\tau_p} (u_i - u_{p,i}) \quad (8)$$

一様等方性乱流場を維持するため, Chen ら⁴⁾ の方法により, 乱流強度を維持する。また, 重力は無視する。

2.2 粒子分布の定量化

三次元空間において, 乱流と粒子の相互作用により, 粒子の空間分布は均質ではない。これを粒子の空間クラスタリングと呼ぶ³⁾。クラスタリング強度はストークス数により変化する。

$$Stk = \frac{\tau_p}{\tau_k} \quad (9)$$

ストークス数は粒子応答時間と流体のコルモゴロフ時間スケールの比である。一般的に, クラスタリングは, ストークス数が 1 よりも小さい粒子はよく流体に追随するため生じず, ストークス数が 1 前後で顕著に起こることが知られている。粒子の分布を考察するために, クラスタリングの定量化が必要である。ここで, Fessler ら⁵⁾ の統計的方法を用い

る。粒子の空間分布に対し、空間を幾つかの格子に区別、各格子中の粒子数を数える。本研究ではこういう格子を scanner と呼ぶ。また、三次元空間中粒子のランダムな分布は Poisson 分布で定義する。

$$F(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad (10)$$

ここに、 λ は 1 セルあたりの平均粒子数、 $F(k)$ は各セルに k 個粒子がある確率を表す。この Poisson 分布を用いて、粒子分布の定量化を行う。

$$D = \frac{\sigma - \sigma_{Poisson}}{\lambda} \quad (11)$$

σ と $\sigma_{Poisson}$ はそれぞれ分析目標分布と Poisson 分布の標準偏差である。パラメータ D は大きければ大きいほど、粒子がクラスタ分布、0 に近ければランダムな分布、マイナスの方には平均分布を意味する。ただし、scanner の大きさに注意を要する。粒子のクラスタ分布を確実に区別するために、scanner 格子のサイズは慎重に選択しなければならない。本研究では、 $2\pi * 2\pi * 2\pi$ の計算領域に粒子を 137000 個投入し、 $24 * 24 * 24$ の scanner で粒子の分布状態を定量化する。この場合、 $\sigma_{Poisson}$ は 3.1379 になる。

2.3 粒子 $C_D - Re$ 関係式

既報の非球形単一粒子の 6 自由度運動計算⁶⁾の結果から、図 1 が示すように、楕円体粒子の C_D 曲線はある最大値と最小値の間で振動する。この振動の PDF を書くと、sine カーブの PDF に一致する。すなわち、楕円体の C_D と Re の関係は sine カーブの PDF で表現が可能と考えられる。そこで、本研究では、以下の様な式を使い粒子の動きをモデル化する。

$$\begin{aligned} \log_{10} C_D &= \log_{10} C_{Dmin} \\ &+ (\log_{10} C_{Dmax} - \log_{10} C_{Dmin}) \\ &* \frac{\sin(2\pi Ran) + 1}{2} \end{aligned} \quad (12)$$

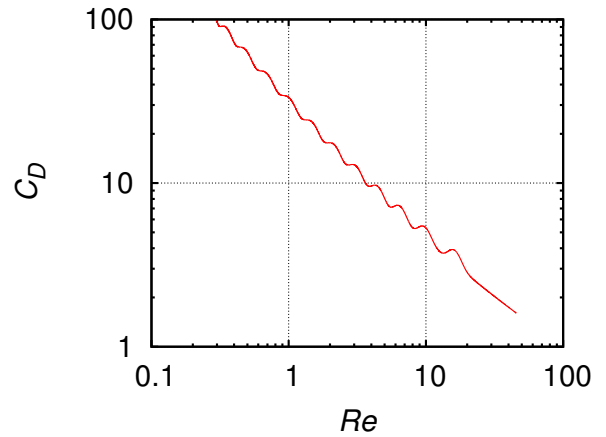
ここで、 C_{Dmin} と C_{Dmax} はそれぞれ楕円体の最小・最大 C_D 曲線、楕円体の形状により決まる。 Ran は乱数、ステップごとに生成する。 C_{Dmin} と C_{Dmax} は非球形単一粒子の 6 自由度運動計算の結果に基づき近似する。使用する近似式は Clift ら⁷⁾ が提案した関係式の基に作成したものである。

$$C_D = \frac{24}{Re} (1 + a * Re^{b-c*\log_{10} Re}), \quad 0.01 < Re \leq 10 \quad (13a)$$

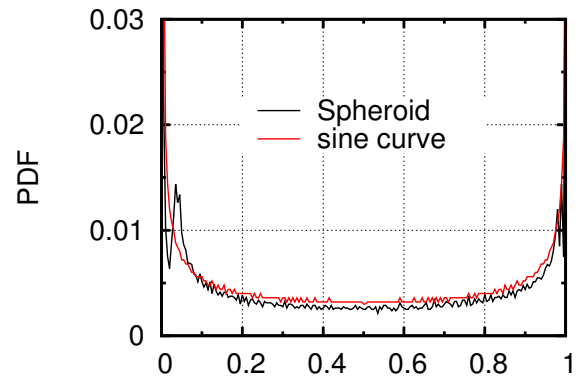
$$= \frac{24}{Re} (1 + x * Re^y), \quad 10 < Re \leq 100 \quad (13b)$$

2.4 計算条件

本研究において、計 2 種類の粒子を使用する。粒子は表 1 に示す。



(a) Drag coefficient of a spheroid.



(b) PDF of drag coefficient. 0 means minimum, 1 means maximum

Fig. 1: Drag coefficient of a spheroid and its PDF curve.

Tab. 1: Particle data obtained from a single particle calculation.

Case	Volume[m ³]	Sphericity		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>x</i>	<i>y</i>
CASE01	3.961*10 ⁻¹⁴	0.85	min	0.307209	0.347656	0.091022	0.254914	0.514022
			max	0.696824	0.268462	0.174612	0.498645	0.562824
CASE02	3.961*10 ⁻¹⁴	1.00	-	-	-	-	0.310915	0.527794

表中の *a*, *b*, *c*, *x* および *y* は, 式 13 のパラメータである. 球形度 (sphericity) は次式により定義する.

$$\phi = \frac{S_{sphere}}{S_p} = \frac{\pi^{\frac{1}{3}}(6V_p)^{\frac{2}{3}}}{S_p} \quad (14)$$

球形度は対象粒子と同じ体積をもつ球の表面積と対象粒子の表面積との比であり, 大きければ大きいほど粒子形状が球に近づく.

CASE02 は真球で, CASE01 は CASE02 と同じ体積をもつ楕円体, 球形度は 0.85 である. 既報の非球形単一粒子の 6 自由度運動計算⁶⁾ から, 各ケースの $C_D - Re$ 特性を抽出し, *a*, *b*, *c*, *x* および *y* を導いた.

なお, 本研究では粒子は質点近似されるが, 支配方程式に粒子の直径が必要である. そこで, 各ケースに対し, ストークス数にあわせた粒径を見積もり, それぞれ 128 回, 10000 ステップまで計算を行う. ストークス数範囲はおおよそ 0~5 になる. 計算は, 初期に乱流場を生成し, 1000 ステップ計算し乱流場を発達させ, 1001 ステップから粒子を投入する. 2001 ステップからパラメータ *D* とストークス数の時的平均値を取る. 時間ステップは CFL 条件に応じて計算中に変化させる. 計算領域は $2\pi * 2\pi * 2\pi cm^3$ であり, 格子数 $128 * 128 * 128$ を有する.

3. 結果及び考察

図 2 に CASE01 における流れ場の $Q_2 = 10000$ 等値面を示す. ただし, Q_2 は速度勾配テンソルの第二不変量であり, 正の値をもつ領域は渦を表すと考えられる⁸⁾. 図には, 一様等方性乱流場に特有の管状渦構造が確認できる. そこで, 粒子投入する際に等方性乱流場が十分発達していることが分かる.

図 3(a) に, CASE01 においてストークス数が 2.2 の場合のある粒子の各ステップの $C_D - Re$ 分布を示す. 図から, 粒子の C_D 分布は最大値と最小値の間で両側に密集しており中央部は疎らである. これの PDF は (図 3(b)), 図 1(b) のように sine カーブの PDF 曲線に一致する. すなわち, 式 12 は, 楕円体の $C_D - Re$ 特性を表していることがわかる.

図 4 に, CASE01 のストークス数が 2.2 時の時の変化を示す. 粒子の平均パラメータ *D* と平均ストークス数を取り始める際に, 粒子の分布は概ね安定している. また, 粒子の瞬間パラメータ *D* と瞬間ストークス数は振動しているが, 平均値はほぼ一定で安定している. そこで, 各ケースに対して 10000 ステップの値を代表として取り出し解析を行った.

図 5 に, ストークス数に従いパラメータ *D* の変化を示す. 各ケースのパラメータ *D* は, 0 から増大し, 1.5~2 の間で最大値に達した後, 小さくなる. 小ストークス数領域では粒子はよく流体に追従するため, 空間的には均質な分布になる傾向があり, パラメータ *D* の値は小さくなる. ストークス数が大きくなると, 粒子の応答時間が

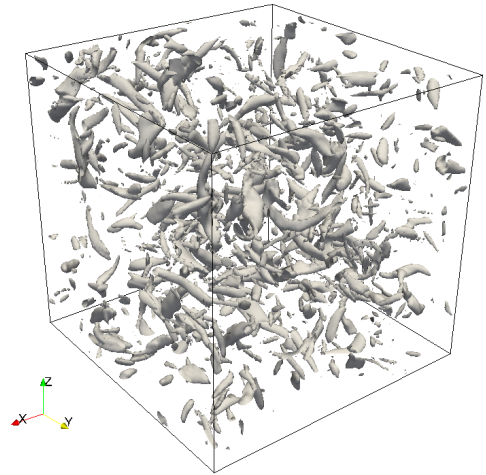


Fig. 2: Visualization of vortex defined by $Q_2 = 10000$ for CASE01.

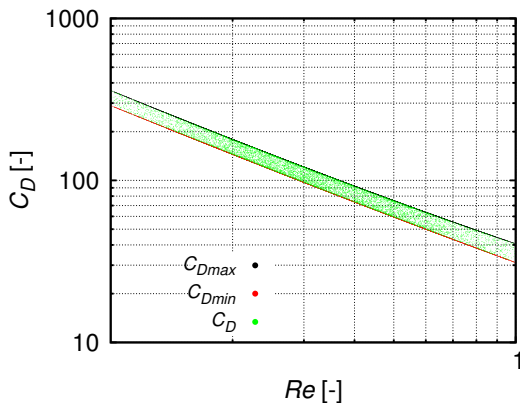
長くなるとともに流体に対する追従性が弱くなり, 粒子の分布には偏りが強くなりため, パラメータ *D* は大きくなる. ストークス数が更に大きくなると, 粒子はほぼ慣性に支配されるため, 流体に追従しなくなり, パラメータ *D* は再び小さくなる. ただし, 球であろうと楕円体であろうと, パラメータ *D* の最大値は同じであり, 粒子の形状と関係がない.

両ケースを比較すると, ピーク時のストークス数を境界線として, 小ストークス数領域と大ストークス数領域の挙動が異なる. 小ストークス数領域に球はクラスタリング傾向があり, 楕円体の方はランダム分布に向かう. パラメータ *D* の差異はおおよそストークス数が 0.8 前後に最大になる. 一方, 大ストークス数領域では, 逆の傾向にある. すなわち, 楕円体の方はクラスタリング傾向があり, 球の方はランダムな分布になる. ストークス数の増大に従い, 安定するまで両者のパラメータ *D* の差異も大きくなる. これらの差異により, 粒子周囲に高温により粒子から噴出された燃焼性ガスの分布も変わり, 粒子の燃焼挙動の差異に繋がる可能性がある.

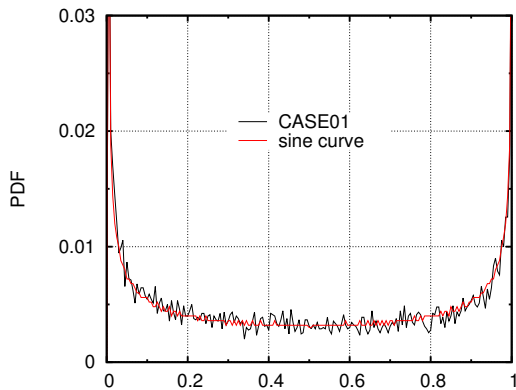
4. 結語

本研究では, 一様等方性乱流場において粒子形状が粒子の分散挙動に与える影響を考察した. その結果, 以下の知見を得た.

- 粒子のクラスタリングはおおよそストークス数が 1-2 の間に顕著に発生する. この場合, 球と楕円体の *D* の最大値は同一であり, 粒子形状に依存しない.
- *D* の挙動は, 小ストークス数領域と大ストークス数領域で差異がある. 小ストークス数領域では, 球形



(a) C_D and Re variation during simulation of a particle for CASE01 while $stk \approx 2.2$.



(b) PDF of the particle's C_D value.

Fig. 3: Drag coefficient of a spheroid and its PDF curve.

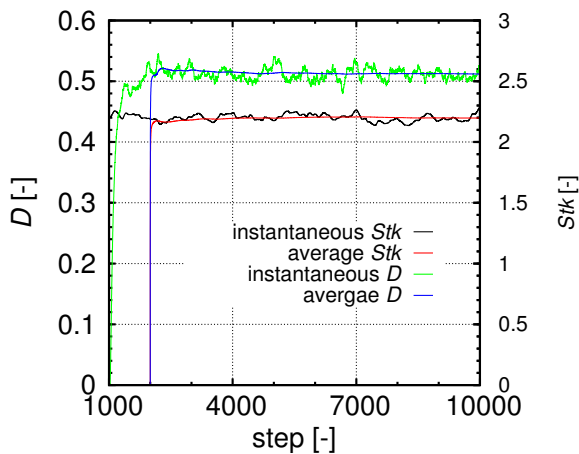


Fig. 4: Parameter D and Stokes number variation during calculation for CASE01.

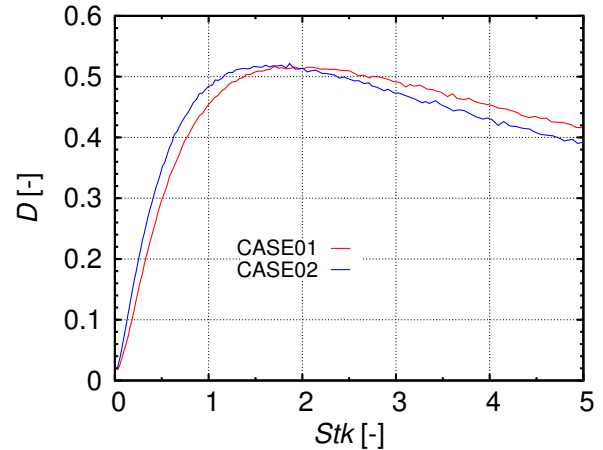


Fig. 5: Comparison of parameter D between each case.

度が小さい粒子がよりランダムな分布の傾向にあり、大ストークス数領域では逆の傾向を示す。

以上より、 D の最大値はほぼ同じだが、広いストークス数範囲では、粒子の形状は分散挙動に影響を与えることがわかる。すなわち、粒子周りの揮発ガス、燃料蒸気の濃度や、粒子の着火性や燃焼特性にも影響を及ぼし得る。

謝辞

本研究の一部は、JSPS 科研費 25420173, ならびに (公財) ホソカワ粉体工学振興財団からの研究助成により実施された。

参考文献

- (1) H. Watanabe, R. Kurose, M. Hayashi, T. Kitano and S. Komori, Effects of ambient pressure and precursors on soot formation in spray flame, *Advanced Powder Technology*, Vol.25(2014), pp.1376-1387.
- (2) 馬場, 赤松, “等方性乱流における噴霧燃焼の群燃焼形態” *日本機械学会論文集 B 編*, 71 (2005), pp. 3060-3067.
- (3) 丹野, 渡邊, 牧野, “等方性乱流場における粉体の固気反応特性” *粉体工学会誌*, 51 (2014), pp. 808-815.
- (4) S. Chen, G. Doolen, R. Kraichnan, Z. She, “On statistical correlations between velocity increments and locally averaged dissipation in homogeneous turbulence” *Phys. Fluids A*, 5 (1993), pp. 458-463.
- (5) J. Fessler, J. Kulick, and J. Eaton, “Preferential concentration of heavy particles in a turbulent channel flow” *Phys. Fluids*, 6 (1994), pp. 3742-3749.
- (6) チョウ, 武藤, 堀, 渡邊, 北川, “非球形粒子運動の数値解析 (一様流中の粒子運動に対する湧き出しの影響)” *日本機械学会論文集*, 81 (2015), DOI: 10.1299/transjsme.15-00068
- (7) R. Clift, J. Grace and M. Weber, “Bubbles, drops, and particles”, Academic Press (1978).
- (8) J. Jeong and F. Hussain, “On the identification of a vortex”, *Journal of fluid mechanics*, 285 (1995), pp. 69-94.