

# 球周り流れの LES において非等方 SGS モデルが 予測精度に与える影響に関する研究

## Effects of an anisotropy-resolving SGS model on the prediction accuracy of LES for flow fields around a sphere

- 林 隼也, 九大院, 〒819-0395 福岡市西区元岡 744, E-mail: hayashi-j@aero.kyushu-u.ac.jp  
安倍 賢一, 九大, 〒819-0395 福岡市西区元岡 744, E-mail: abe@aero.kyushu-u.ac.jp  
木原 尚, 九大, 〒819-0395 福岡市西区元岡 744, E-mail: kihara@aero.kyushu-u.ac.jp

Junya Hayashi, Kyushu University, 744, Motooka, Nishi-ku, Fukuoka 819-0395, Japan  
Ken-ichi Abe, Kyushu University, 744, Motooka, Nishi-ku, Fukuoka 819-0395, Japan  
Hisashi Kihara, Kyushu University, 744, Motooka, Nishi-ku, Fukuoka 819-0395, Japan

An anisotropy-resolving subgrid-scale (SGS) model for large eddy simulation (LES) that introduced anisotropic effects based on a scale-similarity modeling concept was investigated. To discuss the SGS model performance for a flow field with massive separation and flow transition from a laminar to a turbulent boundary layers, LES using this SGS model was performed for flow fields around a sphere at the Reynolds numbers ranging from subcritical to supercritical conditions. Although the SGS model showed a general feature of drag reduction, the transition Reynolds number was shown to be a little too low. As a result, it was found that there was necessity to achieve further improvement of the model performance for predicting turbulent phenomena in the boundary layer.

### 1. 研究背景

近年の計算機の急速な発展によって CFD の適用範囲は拡大し、今後乱流現象の解明や流体機械の設計・開発においてますます重要な位置を占めることが予想される。乱流解析手法の 1 つである LES は、DNS よりもはるかに小さい計算負荷で高精度かつ非定常な乱流解析が可能であり、工学的に重要な複雑乱流場への適用が期待されている。しかし、工学上重要な流れ場は高レイノルズ数の乱流場であることが多く、渦構造のスケールが小さくなる壁近傍における LES 解析は計算コストの観点から現在の計算機をもってしても困難であることも多い。そのため、高レイノルズ数の乱流場では今なお RANS も多用されているが、大規模な非定常現象を含むような複雑乱流場に対して LES 程の高精度な解析を行うことは難しい。

これまで当研究室では、壁近傍の格子解像度不足による予測精度低下の問題を改善するため、LES の SGS モデルにスケール相似則の特徴を反映した非等方性効果を導入することにより、従来の SGS モデルと比較して、粗い格子解像度での予測精度をより向上させた非等方 SGS モデルの開発および研究が進められてきた。過去の研究における壁乱流等へ適用した実際の計算では、格子解像度が粗い場合においても予測精度の大幅な向上が確認でき、その有用性が示された。

一方で、複雑形状物体周りで発生する剥離や遷移を伴う流れに対する CFD の信頼性や予測精度に関しては、今なお議論の余地が多分に残されている。本研究で対象とする球周りの流れ場は、物体形状は単純であるが、球周りで発達する流れ場は複雑で、例えば層流から乱流への遷移、剥離、乱流後流への大スケールの渦励振等の予測が難しい物理現象を多く含んでいる<sup>1)</sup>。本研究では、当研究室で開発してきた非等方 SGS モデルを球周り流れの LES に適用し、この種の流れ場に対する計算コストや、モデルの予測精度について議論する。

### 2. 計算手法

本研究における数値解析には、非構造格子用 CFD ソフト“FrontFlow/red”<sup>2)</sup>を用いた。このプログラムは接点中心の有有限体

積法に基づいている。本研究で用いる非圧縮粘性流体に対する LES の支配方程式は以下の通りである。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \tau_{ij} \right\} \quad (2)$$

ここで $\bar{(\quad)}$ は、LES におけるフィルター操作であり、SGS 応力は以下のように表される。

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3)$$

以下では、まず Abe<sup>3)</sup>により提案された非等方 SGS モデルの概略を示す。一般的に、LES の線形渦粘性モデルは、以下の式で表すことができる。

$$\tau_{ij}^a = \tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} \quad (5)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

$$\tau_{ij}^a = -2\nu_{SGS} S_{ij} \quad (7)$$

一方、Bardina<sup>4)</sup>のモデルで知られているスケール相似則モデルでは、SGS レイノルズ応力は以下の式で表される。

$$\tau_{ij} = C_B \left( \overline{u_i - \bar{u}_i} \overline{u_j - \bar{u}_j} \right) \quad (8)$$

$$k_{SGS} = \frac{1}{2} \tau_{ii} = \frac{1}{2} C_B \left( \overline{u_i - \bar{u}_i} \right)^2 \quad (9)$$

本研究では、式(8)から得られる情報を用いることにより SGS 成分の非等方性を考慮する。ここで便宜上、式(8)のスケール相似則モデルを以下の記号で改めて表現することにする。

$$\tau'_{ij} = C_B \left( \overline{u_i - u_i} \overline{u_j - u_j} \right) \quad (10)$$

式(10)に関する等価渦粘性を以下の式で求める。

$$\tau'_{ij} S_{ij} = -2\nu' S_{ij} S_{ij} = -2\nu' S \quad (11)$$

$$\nu' = -\frac{\tau'_{ij} S_{ij}}{2S^2} \quad (12)$$

ここで、SGS 成分の非等方性を表現するためのモデル表式として、スケール相似則モデルから等価渦粘性による線形渦粘性モデルを差し引いた以下のようなモデル項を考える。

$$R'_{ij} = \tau'_{ij} - (-2\nu' S_{ij}) \quad (13)$$

従来の線形モデルである式(7)に式(13)の効果を導入することにより、計算の安定性を確保しながら SGS 成分の非等方性の予測精度の向上を目指す。本研究で用いる非等方 SGS モデルの具体的な表式は以下の通りである。

$$\tau_{ij} = \frac{2}{3} k_{SGS} \delta_{ij} - 2\nu_{SGS} S_{ij} + 2k_{SGS} b_{ij}^{SGS} \quad (14)$$

$$b_{ij}^{SGS} = \frac{\tau'_{ij} - (2\nu' S_{ij})}{\tau'_{kk} - (2\nu' S_{kk})} - \frac{1}{3} \delta_{ij} = \frac{R'_{ij}}{\tau'_{kk}} \quad (15)$$

なお、今回新たに導入された式(14)の第 3 項の付加項を、以下で EAT(extra anisotropic term)と呼ぶことにする。

また、式(14)の線形 SGS モデルについては、Inagaki<sup>(6)</sup>により提案された 1 方程式 SGS モデルを導入する。ここで、 $k_{SGS}$ 、 $\varepsilon_{SGS}$  に関しては以下の式(16)、(17)を用いる。

$$\frac{Dk_{SGS}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left( \nu + C_k f_{SGS} \sqrt{k_{SGS} \Delta} \right) \frac{\partial k_{SGS}}{\partial x_j} \right\} - \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \varepsilon_{SGS} \quad (16)$$

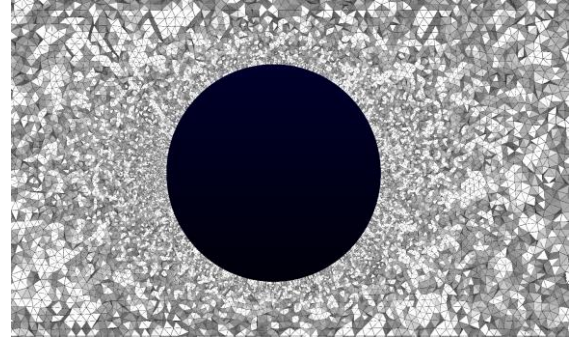
$$\varepsilon_{SGS} = C_\varepsilon \frac{k_{SGS}^{3/2}}{\Delta} + \frac{2\nu k_{SGS}}{y^2} \quad (17)$$

ここで、 $C_k = 0.1$ 、 $C_\varepsilon = 0.835$  である。

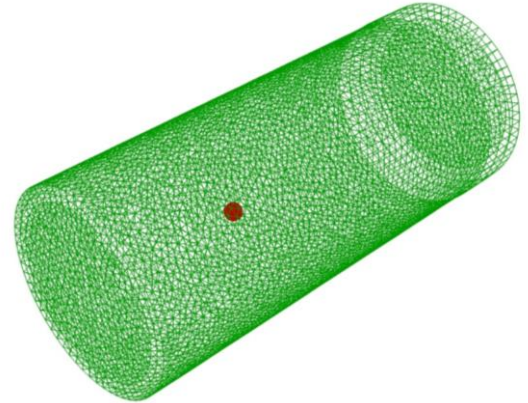
### 3. 球周り流れ場への適用

本研究では、計算対象として球周り流れを扱った。直径  $d$  を代表長としたレイノルズ数  $Re=10^4$ 、 $2.0 \times 10^5$ 、および  $1.14 \times 10^6$  についてそれぞれ計算を行った。使用した計算格子について、球周りの断面図を Fig.1 (a) に、全体図を Fig.1 (b) に示す。ここで、 $Re=10^4$  の計算では球表面の格子解像度が  $0.04d$ 、第一格子点が  $0.001d$  の計算格子を、また  $Re=2.0 \times 10^5$ 、および  $1.14 \times 10^6$  については球表面が  $0.002d$  (淀み点)  $\sim 0.01d$ 、第一格子点が  $2.0 \times 10^{-5}d$  の計算格子を使用した。なお、高  $Re$  に対して用いた計算格子は  $Re=10^4$  のものよりもかなり細かいが、対象としているレイノルズ数においては必ずしも十分な格子解像度ではない。

本計算では、乱流モデルとして前述の非等方 SGS モデルと、比較対象として EAT を導入していない等方 SGS モデルを用いた。壁面境界条件として、球表面に no-slip 条件を適用した。NS 式の流れ項の離散スキームには 2 次精度中心差分法(95%)と一次精度風上差分法(5%)のブレンディングスキーム、時間発展スキームはクランク-ニコルソン法を用いた。ただし、 $k_{SGS}$  については、流れ項の離散スキームには 2 次精度風上差分を用い、時間発展は一次精度 Euler 陰解法を用いた。



(a) 断面図



(b) 全体図  
Fig.1 計算格子

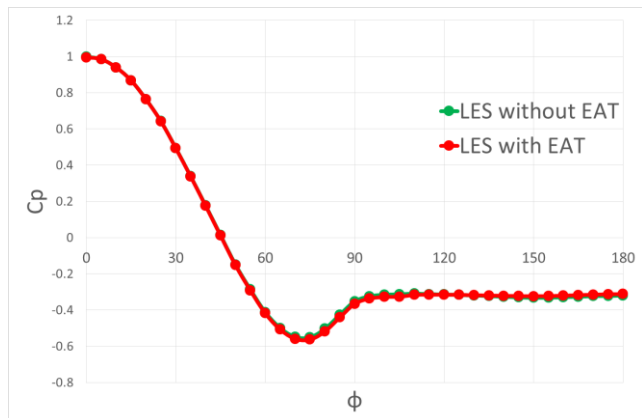
### 4. 計算結果および考察

Fig.2 (a), (b), (c) に、それぞれ  $Re=10^4$  における  $C_p$  (圧力係数) 分布、 $C_f$  (表面摩擦係数) 分布および  $C_d$  (抗力係数) の各モデルの予測結果を比較して示す。これらの図から非等方 SGS モデルと等方 SGS モデルの結果はほとんど一致していることがわかる。また抗力係数はともに実験値<sup>(9)</sup>の約 0.4 と良い一致を示した。このレイノルズ数領域では層流剥離に基づく流れとなることから SGS モデルによる違いがほとんど現れなかったと考えられる。

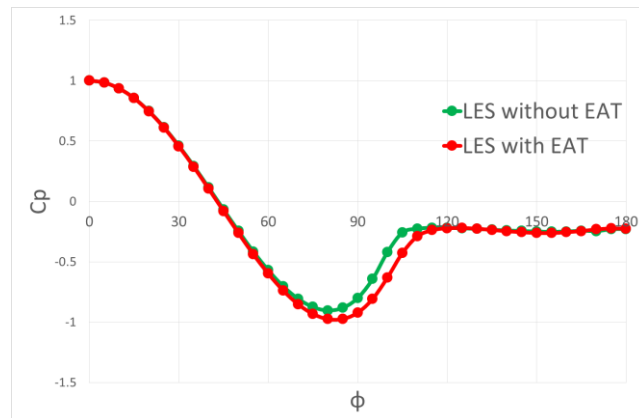
Fig.3 (a), (b), (c) は  $Re=2.0 \times 10^5$  における  $C_p$  分布、 $C_f$  分布および  $C_d$  の各モデルの予測結果を比較して示す。 $C_f$  分布の比較から非等方 SGS モデルの方が等方モデルに比べて剥離点が 5 度程度後退した。このレイノルズ数は実際には抗力係数が急激に減少する臨界レイノルズ数より前の亜臨界レイノルズ数であるが、抗力係数が約 0.5 である実験値<sup>(9)</sup>と両モデルとも大きな差があり、球周りですでに乱流が発達した状態となった。

Fig.4 (a), (b), (c) は  $Re=1.14 \times 10^6$  における  $C_p$  分布、 $C_f$  分布および  $C_d$  の各モデルの予測結果および実験値を比較して示す。 $C_f$  は淀み点付近のみ実験値と一致するがその後は大きく過大評価している。ここで、非等方 SGS モデルによる計算結果は、等方 SGS モデルによるものよりもさらに過大評価しており、これは非等方効果が強く現れていることが考えられる。実験では 90 度以降に遷移するのに対し、計算では淀み点以降すぐに乱流境界層となったことが、ここで見られた大きな差の原因であると考えられる。

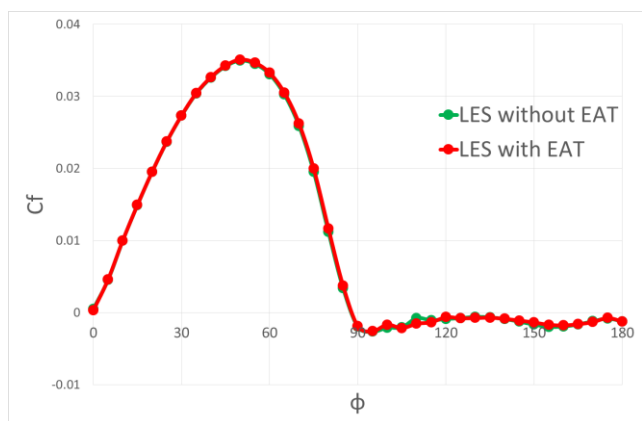
Fig.5 に示されるレイノルズ数に対する抗力係数の推移から見られるように、実験値と比較すると数値計算では緩やかな抗力係数の現象が見られた。この特徴は主流の乱流レベルが高いときに起きる現象と似ており、球表面の境界層内で乱れが過大評価されていることが考えられる。



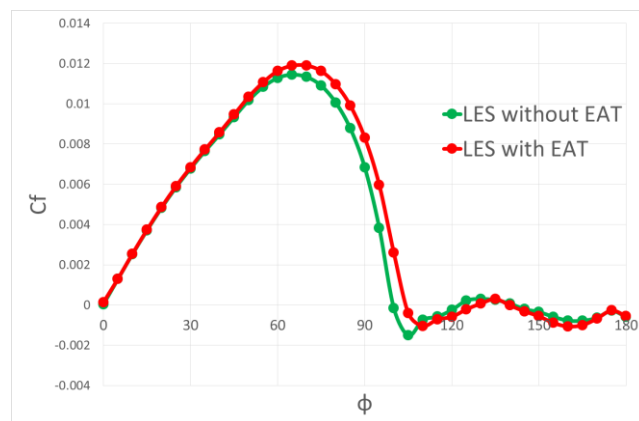
(a)  $C_p$  分布の比較



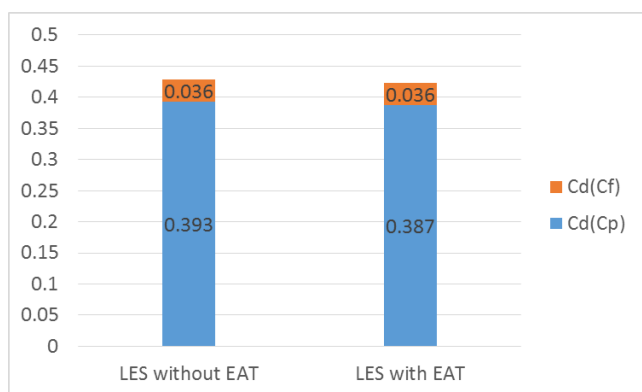
(a)  $C_p$  分布の比較



(b)  $C_f$  分布の比較



(b)  $C_f$  分布の比較



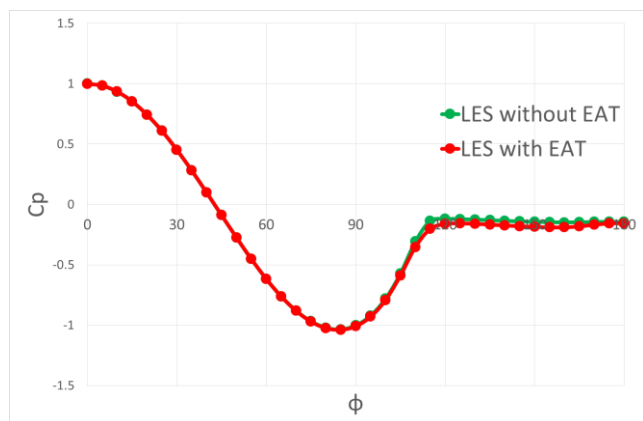
(c)  $C_d$  の比較

Fig.2  $Re=10^4$  の計算結果

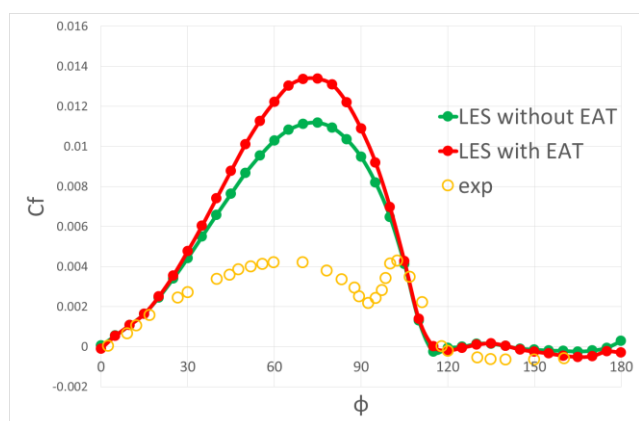


(c)  $C_d$  の比較

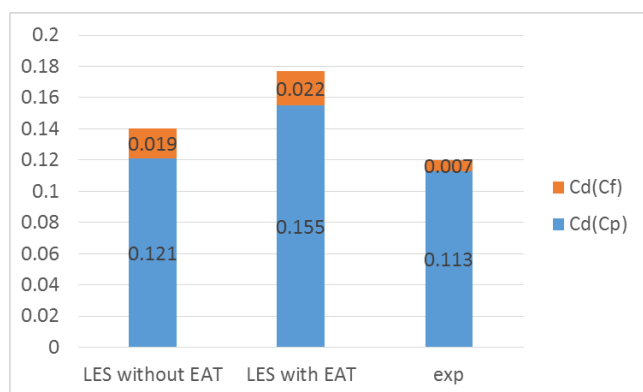
Fig.3  $Re=2.0 \times 10^5$  の計算結果



(a)  $C_p$  分布の比較



(b)  $C_f$  分布の比較



(c)  $C_d$  の比較

Fig.4  $Re=1.14 \times 10^6$  の計算結果

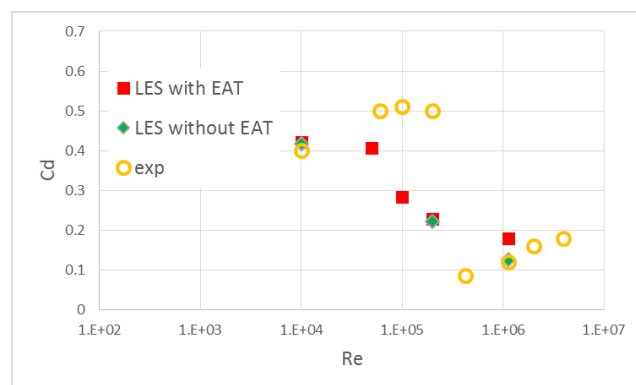


Fig.5 レイノルズ数に対する抗力係数の推移

#### 4. 結論

非等方 SGS モデルおよび等方 SGS モデルを球周りの流れ場に適用した。流れ場が層流剥離を伴う  $Re=10^4$  の計算では、壁面摩擦抵抗の予測に関して、両モデルともに乱流モデルによる影響はほとんどないことを確認した。一方で、抗力係数減少前の  $Re=2.0 \times 10^5$  および遷移を伴う  $Re=1.14 \times 10^6$  の計算では、両モデルとも淀み点付近の早い段階で乱流境界層の様相を呈した。また非等方 SGS モデルの結果では、等方モデルのものに比べて剥離点がより後方となり、 $C_f$  もより大きな値となることが示され、乱れを維持、増幅しやすい非等方項の特徴が逆に強く反映され過ぎていることが示唆された。今回の調査から、現在の非等方 SGS モデルは境界層の遷移に対してまだ解決すべき課題が残されており、この問題に対する予測精度向上の必要性が示された。今後は格子依存性についても調査しつつ、モデルの改良について考える予定である。

#### 謝辞

本研究は、九州大学情報基盤研究センターの研究用計算機システムを利用しました。また、本研究の一部は九州大学情報基盤研究センターの平成 26 年度先端的計算科学研究プロジェクトの助成を受けて行われました。

#### 参考文献

- (1) G. Constantinescu, K. Squires, Numerical investigations of flow over a sphere in the subcritical and supercritical regimes. *Physics of Fluids*, 16, 1449, 2004.
- (2) Muto, M., Tsubokura, M., and Oshima, N., *Physics of Fluids*, 24, 014102, 2012.
- (3) Abe, K., An improved anisotropy-resolving subgrid-scale model with the aid of a scale-similarity modeling concept. *Int. J. Heat Fluid Flow* 39, 42–52 (2013)
- (4) Bardina, J., Ferziger, J.H., and Reynolds, W.C. Improved subgrid scale models for large eddy simulation. *AIAA Paper*, 80-1357(1980)
- (5) Inagaki, M, A new wall-damping function for large eddy simulation employing Kolmogorov velocity scale. *Int. J. Heat Fluid Flow* 32, 26–40 (2011)
- (6) H. Schlichting, K. Gersten, *Boundary Layer Theory*. 8th ed. Springer, Berlin, 2000
- (7) E. Achenbach, Experiments on the flow past spheres at very high Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* 54, 565(1972)