

粘弾性流体の回転平面クエット流に関する DNS 解析: ロールセル不安定性の変化 DNS study on rotating plane Couette flow of viscoelastic fluid: change in roll-cell instability

戸倉 彰太, 東理大, 千葉県野田市山崎 2641, E-mail: 7512079@ed.tus.ac.jp

石田 貴大, 東理大院, 千葉県野田市山崎 2641, E-mail: 7514701@ed.tus.ac.jp

○ 塚原 隆裕, 東理大, 千葉県野田市山崎 2641, E-mail: tsuka@rs.tus.ac.jp

Shota TOKURA, Tokyo University of Science, Yamazaki 2641, Noda-shi, Chiba 278-8510

Takahiro ISHIDA, Tokyo University of Science, Yamazaki 2641, Noda-shi, Chiba 278-8510

Takahiro TSUKAHARA, Tokyo University of Science, Yamazaki 2641, Noda-shi, Chiba 278-8510

Rotating plane Couette flow (RPCF) of Newtonian fluid is known to exhibit various structures including roll cells even in low Reynolds-number region due to the Coriolis force. The roll cells are longitudinal vortices aligned along the spanwise direction with regularity and would change their forms dependently on the Reynolds number and the rotation number. We have performed a series of direct numerical simulations (DNS) of RPCF of viscoelastic fluids. We investigated the roll-cell instability of RPCF affected also by the fluid viscoelasticity. We observed promotes, restraints, and modulations of roll cells and additional periodicities of unsteady roll cells as viscoelastic effects. In addition, we recognized the relationship between the structure of roll cells and the frictional coefficient.

1. 序論

粘弾性流体は水などの溶媒に高分子化合物や界面活性剤を微量添加することによって生成され, 乱流摩擦抵抗を低減させる効果がある。これは粘弾性効果の一つであり, 壁乱流の準秩序構造における低速ストリーク崩壊と縦渦生成の非線形相互作用を抑えることで, 縦渦の成長が抑制されるためである⁽¹⁾。また, 低ワイゼンベルグ数 (無次元緩和時間) 下においては, 弾性が準秩序構造を逆に促進させる働きをすることが報告されている⁽¹⁾。Tsukahara & Kawaguchi⁽²⁾ は実験により, ニュートン流体において観測された大規模な間欠構造が粘弾性流体において存在しないこと, ニュートン流体が層流状態になる低レイノルズ数条件でも粘弾性流体では特有の乱れを伴う弾性乱流になることを示している。これらの研究より, 粘弾性効果が流れ場の構造に影響を与えることは明らかだが, 流れと流体の時間スケール比に応じた構造や不安定性の変化について, 十分な理解には至っていない。

本研究では, 回転平面クエット流を対象として, 粘弾性効果と流れ不安定性の系統的調査を行う。当該対象は, 平行平板の相対運動によるせん断力とスパン方向回転によるコリオリ力が作用している流れ場である。回転方向に応じてコリオリ安定・不安定が定まり, 不安定方向回転では静止系では見られない秩序的な縦渦構造を伴うロールセル不安定性が低レイノルズ数で生じる⁽³⁾。Tsukahara ら⁽⁴⁾ は様々なレイノルズ数 $Re_w = U_w \delta / \nu$ と無次元回転数 $\Omega = Re_w Ro$ ($Ro = 2\Omega \delta / U_w$, ν : 流体の動粘度, Ω : スパン方向軸の回転数) において実験を行い, 両パラメータの相空間における流れ構造の状態遷移図をまとめている。この実験により, 2次元性や非定常性を持つロールセルへと遷移する過程が明らかになっている。

本研究では, DNS (直接数値シミュレーション) により粘弾性流体における回転平面クエット流の解析を行う。特に, 粘弾性効果

によるロールセルの変化を調査し, ニュートン流体の構造と比べることで, 流れの構造と安定性つまりロールセル不安定性に与える粘弾性の影響について考察する。本報告では, ニュートン流体で 2 次元または 3 次元的な定常ロールセル, 及び準乱流状態の非定常なロールセルが発現する条件下において粘弾性流体流れに見るロールセル不安定性や変化について取り扱う。

2. 計算条件

解析対象となる流れ場は, 十分に発達した粘弾性流体の平面クエット流である (図 1)。流れは上下壁の相対運動 (U_w) により駆動されているものとする。また, スパン方向 ($x_3: z$) 軸に対して系の回転を伴う。境界条件は上下壁面上で滑り無しとし, 流れ方向 ($x_1: x$ 軸) 及び z 方向には周期境界条件を適用した。支配方程式は以下に示す無次元化された連続の式及び Navier-Stokes 方程式を用いる。粘弾性流体の取り扱いには構成方程式として非線形粘弾性モデルである Giesekus モデル⁽⁵⁾を適用する。

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{\beta}{Re_w} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} + \frac{1-\beta}{Wi} \frac{\partial c_{ij}^*}{\partial x_j^*} - Ro \varepsilon_{ijk} u_k^* \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_{ij}^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u_m^* c_{ij}^*}{\partial x_m^*} - \frac{\partial u_i^* c_{mj}^*}{\partial x_m^*} - \frac{\partial u_j^* c_{mi}^*}{\partial x_m^*} \\ + \frac{Re_w}{Wi} [c_{ij}^* + \alpha(c_{im}^* - \delta_{im}^*)(c_{mj}^* - \delta_{mj}^*) - \delta_{ij}^*] = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

式(2)の右辺第 3 項及び第 4 項はそれぞれ粘弾性とコリオリ力による寄与項であり, c_{ij} は無次元化した構成テンソルの要素である。添え字 (*) はチャンネル半幅 δ と壁面速度 U_w による無次元化を表しており, δ_{ij} , ε_{ijk} はそれぞれクロネッカのデルタ, エディントンのイプシロンを意味する。式(1), (2)のカップリングには Fractional-Step 法を用い, 時間的離散化には壁面垂直方向 ($x_2: y$) の粘性項に対して 2 次精度 Crank-Nicolson 法を, その他の項に 2 次精度 Adams-Bashforth 法を用いた。空間的離散化には, 有限差分法を用いた。差分精度として, 主流方向, スパン方向には 4 次精度中心差分を用い, 壁垂直方向は不等間隔格子を用いており 2 次精度で扱った。

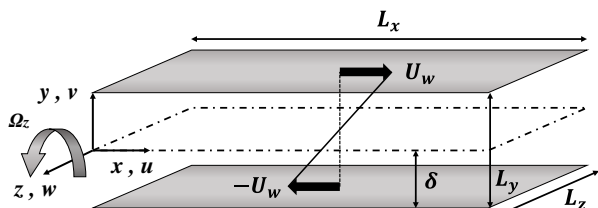


Fig. 1 Configuration of rotating plane Couette flow.

Table 1 Computational conditions for rotating plane Couette flow: L_i and N_i represent the computational box size and the number of grids, and h is the gap width between the two parallel plates.

	COU2D	COU2Dh	COU3D	QTR3D
Re_w	25	50	100	250
L_x	15δ	20δ	15δ	20δ
L_z	4.0δ	8.4δ	6.0δ	6.4δ
(N_x, N_y, N_z)	(128, 128, 128)			

表 1 に計算条件を示す。表中における N_i と L_i は各方向の格子数と計算領域を表す。本解析では粘弾性効果を調査するため、ニュートン流体中の流れ場を $\Omega = 10$ と固定し、 Re_w を変更させた流れ場を基準とする。その後、 $Wi = \lambda U_w^2 / \nu$ (λ :緩和時間) を徐々に増加させることで、流れ場の変化を調査した。基準とした流れ場は Tsukahara ら⁽⁴⁾に従い、次の 4 パターンとする。

- $Re_w = 25$: 2 次元ロールセルを伴う層流 (COU2D)
- $Re_w = 50$: 高回転時の 2 次元ロールセルを伴う層流 (COU2Dh)
- $Re_w = 100$: 3 次元ロールセルを伴う層流 (COU3D)
- $Re_w = 250$: 準乱流 3 次元ロールセル (QTR3D)

3. 結果

解析結果の可視化方法として、壁垂直方向速度 v のチャンネル中央 x - z 平面における 2 次元コンター図、およびチャンネル中央の任意 x 方向位置における v の Space-Time Diagram (STD) を用いてロールセルの変化を示す。STD では、横軸が時間、縦軸がスパン方向位置となる。2 次元コンター図によりロールセルの形態を分類・評価し、STD ではロールセルの変化の周期性を調査する。

図 2, 3 に、 $Re_w = 25$ におけるニュートン流体と $Wi = 1000$ での粘弾性流体の 2 次元コンター図と STD を示す。ニュートン流体では流れ方向に伸びた一對のロールセルがみられ、時間的に定常である。粘弾性流体においてもニュートン流体と同様なロールセルを確認できた。しかし、粘弾性流体での構造は非定常となる。時間変化によってロールセルが消失し完全な層流状態となり、再びロールセルが出現するという周期的な変化を呈する(図 3)。弾性が加わっても瞬間的なロールセルの最大強度 (v や w の法線速度) はニュートン流体のものと同程度であるから、この解析条件では粘弾性が安定化の作用をしていることが分かる。この様にロールセルが抑制され層流化する現象が現れたのは $Re_w = 25$ のみであり、2 次元ロールセル (大規模縦渦構造) は非常に強固な構造で、完全な層流化には至らないことが分かった。また、図 3 の STD より粘

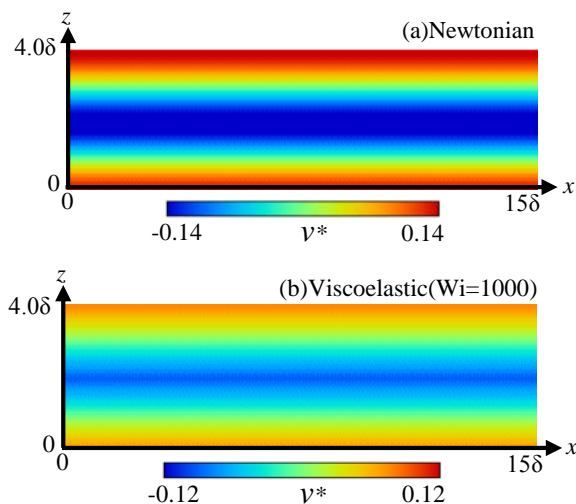


Fig. 2 Wall-normal velocity distribution in the channel central plane for Newtonian and viscoelastic fluid ($Wi = 1000$) at $Re_w = 25$.

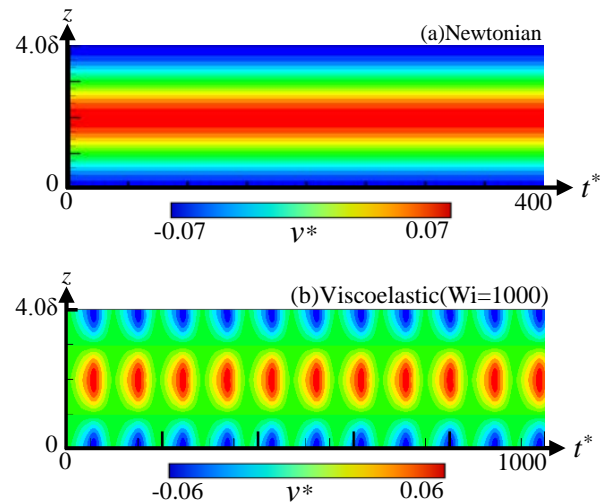


Fig. 3 Space-time diagram of wall-normal velocity for Newtonian and viscoelastic fluids ($Wi = 1000$) at $Re_w = 25$.

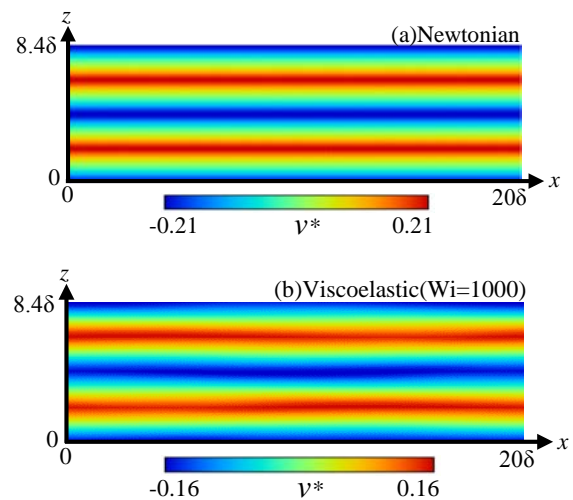


Fig. 4 Wall-normal velocity distribution for Newtonian and viscoelastic fluids ($Wi = 1000$) at $Re_w = 50$.

弾性流体におけるロールセルの変化には一定の周期性があることも分かる。周期はおおよそ $T^* = 100$ である。

$Re_w = 50$ におけるニュートン流体と $Wi = 1000$ での粘弾性流体の結果として、図 4, 5 にコンター図と STD を示す。 $Re_w = 25$ の時と同様、ニュートン流体では流れ方向に伸びた定常なロールセルを確認でき、粘弾性流体でのロールセルもニュートン流体のものと大きな変化はない。しかし、STD より粘弾性流体ではニュートン流体と異なりロールセルの揺動が存在していることが分かる。従ってこの解析条件では粘弾性が不安定化の作用を有し、2 次元のロールセルを揺動させ非定常化させていると考えられる。

$Re_w = 100$ におけるニュートン流体と $Wi = 160, 1000, 4000$ での粘弾性流体の結果として、図 6, 7 にコンター図と STD を示す。ニュートン流体では図 6(a)のように蛇行した 3 次元ロールセルが見られる。この条件下の流れ場では、 Wi の変化に応じて様々な挙動を示した。 $Wi = 1000$ の粘弾性流体ではニュートン流体と同様、時間的に定常だが、図 6(c)の様にロールセルが直線状に変化する。このようにロールセルの形状が変化することにより、ロールセルのスパン方向サイズが小さくなり、同じ計算領域でありながらニュートン流体では 2 個、粘弾性流体では 4 個、と縦渦の数が異なる。 $Wi = 160$ の粘弾性流体では、ロールセルは時間に依存して直線状 (2 次的) と蛇行状 (3 次的) の状態を周期的に繰り返す。

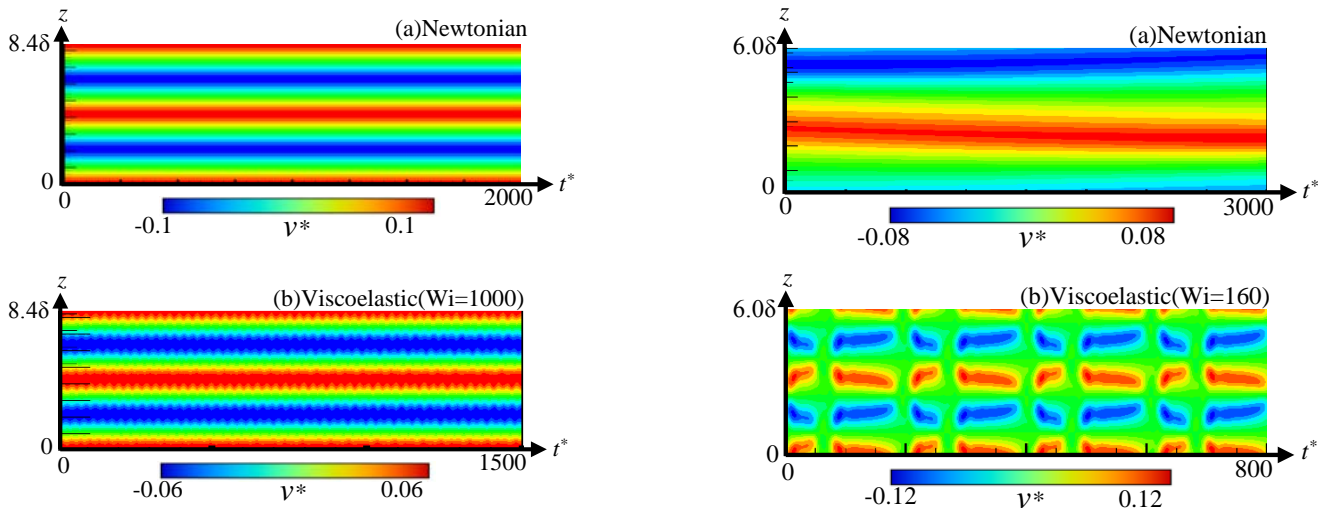


Fig. 5 Space-time diagram of wall-normal velocity for Newtonian and viscoelastic fluids ($Wi = 1000$) at $Re_w = 50$.

直線状から徐々に曲率を有していき、最終的にロールセルが局所的に分断される(図 6(b)). ロールセルが分断された後は再び直線状に戻る(図 6(c)). 図 7(b)の STD より、これらの変形(直線状態→曲線状態→分断→直線状態)は周期的に繰り返されることが分かった. $Wi=4000$ の粘弾性流体では、ロールセルの揺動がみられた

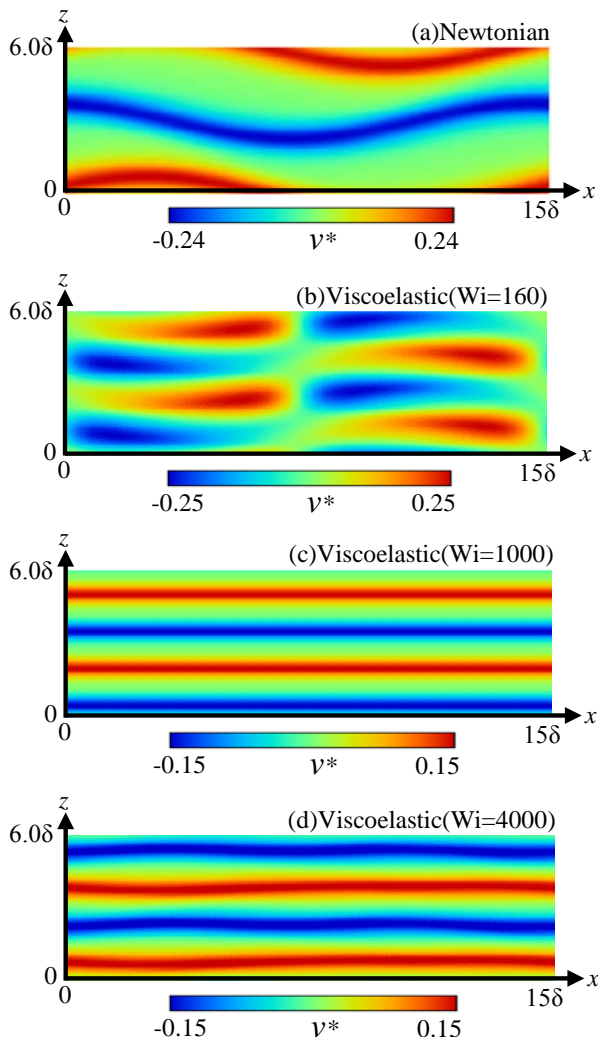


Fig. 6 Wall-normal velocity distribution in the channel center for Newtonian and viscoelastic fluids ($Wi = 160, 1000, 4000$) at $Re_w = 100$.

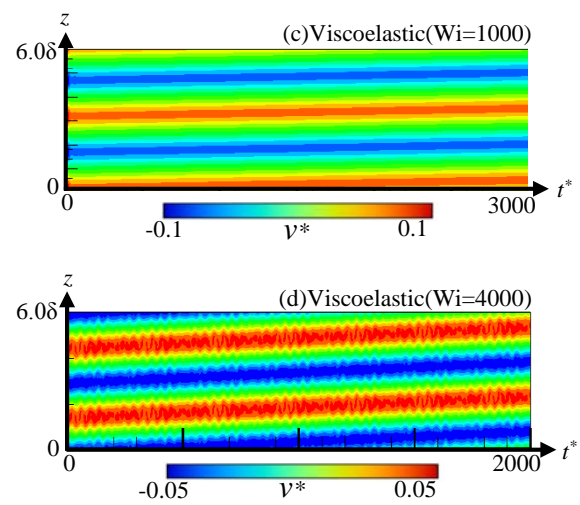


Fig. 7 Space-time diagram of wall-normal velocity for Newtonian and viscoelastic fluids ($Wi = 160, 1000, 4000$) at $Re_w = 100$.

(図 7(d)). 従って、この解析条件では粘弾性が $Wi = 1000$ までの変化において安定化の作用を有し、更に Wi が高くなるに連れ、スパン方向の揺動を生じる不安定化の作用をしていることが分かる.

$Re_w = 250$ におけるニュートン流体と $Wi = 1000, 4000$ での粘弾性流体の結果として、図 8, 9 にコンター図と STD を示す. ニュートン流体では準乱流を伴う 3 次元ロールセルが確認できる. $Wi = 1000$ の粘弾性流体では、ニュートン流体でのロールセルと大きな違いはみられなかった. $Wi = 4000$ の粘弾性流体(図 8(c), 9(b))では、ロールセルの揺動が大きく、局所的にロールセルが崩壊する現象がみられた. この崩壊現象の基本的な変化の過程は、図 7(b) に示す $Re_w = 100, Wi = 160$ と同様であるが、その周期性は定性的にも異なる. つまり、3 次元ロールセル崩壊後に新たなロールセルが同位置に発生するが、その各ロールの回転方向は図 7(b) の場合 ($Re_w = 100, Wi = 160$) は逆になるのに対して、図 9(c) では一定方向の回転を維持する. この特徴は、ニュートン流体に見る非定常な 3 次元ロールセルと同様である. しかし、同レイノルズ数のニュートン流体に見る時間変動の周期よりも長い、大きな変動が粘弾性流体の場合には観察でき、粘弾性特有の現象と考えられる.

以上の様に、緩和時間(ワイゼンベルグ数)増加に従って、粘弾性効果はロールセルの抑制、安定化、さらには異なるロールセルへの不安定化をもたらす効果へと遷移していく. しかし、各閾値(遷移ワイゼンベルグ数)については未調査であり、今後の課題となる.

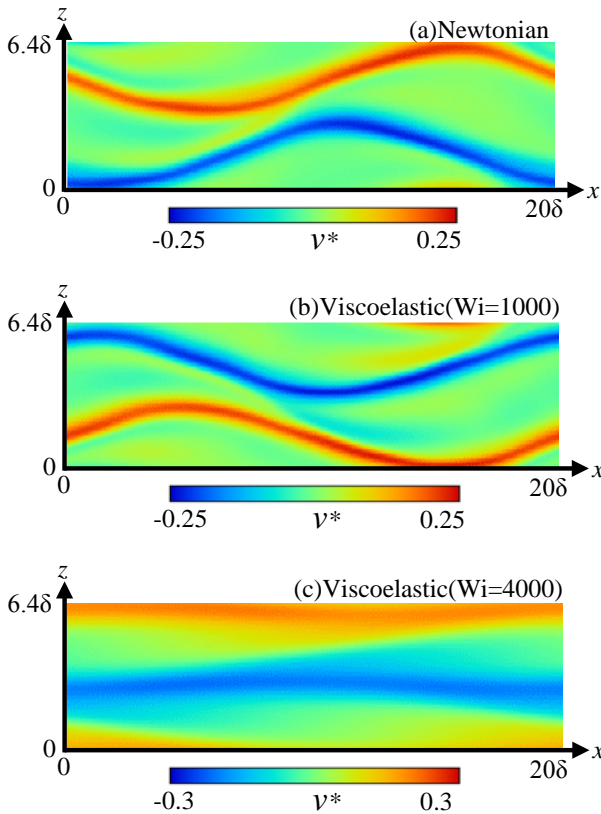


Fig. 8 Wall-normal velocity distribution in the channel central plane for Newtonian and viscoelastic fluids ($Wi = 1000$ and 4000) at $Re_w = 250$.

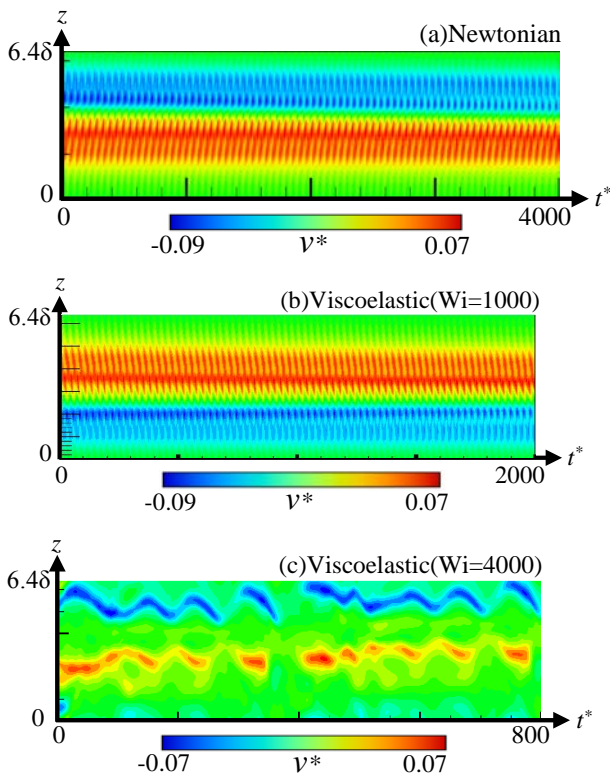


Fig. 9 Space-time diagram of wall-normal velocity for Newtonian and viscoelastic fluids ($Wi = 1000$ and 4000) at $Re_w = 250$.

表 2 に各解析対象の流れ場において得られたニュートン流体と $Wi = 1000$ の粘弾性流体における壁面摩擦係数を示す。

$Re_w = 50$ 及び $Re_w = 250$ においてニュートン流体と粘弾性流体の

壁面摩擦係数に大きな違いはみられなかった。これらの場合、図 4(a), (b)と 図 8(a), (b)から分かるように、これらの条件下のニュートン流体と粘弾性流体のロールセルには大きな違いが見られない。一方、 $Re_w = 25$ 及び $Re_w = 100$ においてニュートン流体と粘弾性流体の壁面摩擦係数に大きな変化が見受けられるが、図 2(a), (b)と 図 6(a), (b)より、これらの条件下のニュートン流体と粘弾性流体のロールセルにおいても違いがみられる。これらの結果より、壁面摩擦係数の変化の一つの要因としてロールセルの変化による影響が関わっていると考えられる。

Table. 2 Frictional coefficient in each case. ($C_f = 8 \times (U_t/U_w)^2$)

	Newtonian fluid	Viscoelastic fluid ($Wi = 1000$)
$Re_w = 25$	0.403 (COU2D)	0.484 (intermittent COU2D)
$Re_w = 50$	0.326 (COU2Dh)	0.321 (COU2Dh)
$Re_w = 100$	0.190 (COU3D)	0.225 (intermittent COU3D)
$Re_w = 250$	0.094 (QTR3D)	0.094 (QTR3D)

4. 結論

粘弾性流体の回転平面クエット流の流れ場の DNS 解析を実施し、ニュートン流体と粘弾性流体におけるロールセルの変化を調査することにより、粘弾性効果によるロールセル不安定性の変化について以下の点を見出した。

粘弾性効果により各レイノルズ数においてニュートン流体とは異なる特有のロールセル不安定性の変化（抑制，促進，崩壊）が生じる。

- 粘弾性効果にはスパン方向の変動を強める不安定化の作用と 3 次元ロールセルを 2 次元ロールセルへと変化させる安定化の作用があり、安定化に従って局所的にロールセルが崩壊する現象が生じる。
- 粘弾性効果により生じたロールセル不安定性の変化による流れ場の変化には周期性がある。
- 壁面摩擦係数の変化の一つの要因としてロールセル構造の変化による影響が関わっている。

謝辞：本研究は、科学研究費補助金（基盤研究 C, #25420131）の助成を受けた。DNS による計算結果の一部は、東北大学サイバーサイエンスセンター及び大阪大学の大規模科学計算システムを利用して得られた。

参考文献

- Roy, A., Morozov, A., van Saarloos, W., and Laeson, R.G., "Mechanism of polymer drag reduction using a low-dimensional model," *Physical Review Letters*, 97, (2006), 234501.
- Tsukahara, T. and Kawaguchi, Y., "Flow visualization experiment on elasto-inertial turbulence in transitional channel flow," *The 12th Int. Symp. on Fluid Control, Measurement and Visualization*, (2013), OS8-4-3, 6 pages.
- Tsukahara, T., Tillmark, N., and Alfredsson, P.H., "Flow regimes in a plane Couette flow with system rotation," *J. Fluid Mech.*, 648, (2010), pp. 5-33.
- Lezius, D.K. and Johnston, J.P., "Roll-cell instabilities in rotating laminar and turbulent channel flows," *J. Fluid Mech.*, 77, (1976), pp. 153-174.
- Giesekus, H., "A simple constitutive equation for polymer fluids based on the concept of deformation-dependent tensorial mobility," *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, 11, (1982), pp. 69-109.