

T 型混合流路内乱流温度混合の予測に関する研究

Study for predictions of turbulent thermal mixing in T-junction channel flow

○ 服部博文, 名工大, 名古屋市昭和区御器所町, E-mail : hattori@nitech.ac.jp

筒井研二, 名工大

保浦知也, 田川正人, 名工大

H. Hattori, K. Tsutsui, T. Houra and M. Tagawa,

Department of Mechanical Engineering, Nagoya Institute of Technology,

Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya 466-8555

In this study, in order to improve a heat transfer turbulence model which is useful for a design of equipment in the engineering, Reynolds Averaged Numerical Simulation (RANS) of turbulent thermal mixing and heat transfer in T-junction channel flow is carried out using a two-equation heat transfer model. The base models for improvement are the $S-\Omega$ model (Nagano and Hattori, 2015) for a velocity field and the AKN model (Abe *et al.*, 1994) for the thermal field. The improved model gives good agreement with the wall friction coefficient and the reattachment point on the recirculation region, which is difficult to predict using a two-equation model. As for the thermal field, the mixedness which is inadequately predicted using the zero-equation model for thermal field is well predicted using new proposed heat transfer two-equation turbulence model. Also, almost turbulent quantities in both the velocity and thermal fields in T-junction channel flow are properly predicted by the improvement heat transfer model, but the streamwise turbulent heat flux is not adequately predicted. However, the streamwise turbulent heat flux rarely affects the prediction of thermal field in T-junction channel flow.

1. 緒言

レイノルズ平均乱流モデル (Reynolds-Averaged Navier-Stokes equation model: RANS model) のうち, 特に 2 方程式モデルは, 計算精度が高くかつ計算負荷が低い点から工学上より幅広く利用されている. 筆者らは, 温度混合を伴う T 型混合路において, DNS (Direct Numerical Simulation: DNS) データベース [1] を用い, LES (Large Eddy Simulation: LES) も含めた乱流モデルの予測評価を行ってきた [1, 2]. 速度場 MTS モデル [3] と温度場 MTS モデル [4] を用いた LES においては, DNS の結果をよく予測する評価結果が得られたが, RANS については, 2 方程式非線形モデルの予測値も含めて満足する結果が得られなかった. 特に温度混合場においては, 乱流モデルの改良が必要との認識があった [2].

そこで本研究では, 温度混合を伴う T 型混合路の RANS による予測精度の向上を目指し, 乱流モデルの改良を目的とする. 評価結果によると [2], 線形温度場 2 方程式モデルで予測が難しい流れ方向乱流熱流束は, 温度混合にあまり影響がないことが明らかになったことから, 線形温度場 2 方程式モデルの改良に取り組む. 速度場モデルについては, 衝突やはく離, 再付着を伴う流れをより良く予測する混合時間スケールを用いた $S-\Omega$ モデル [5] をベースモデルとして改良し, 温度場モデルについては, AKN モデル [6] をベースに, 速度場で改良された新 $S-\Omega$ モデルと親和性を踏ったモデルを提案する.

2. 基礎方程式

本研究の RANS で用いる流体と熱の支配方程式は, 非圧縮を仮定し, レイノルズ平均を施した運動方程式 (Navier-Stokes 方程式) と連続の式, およびエネルギー式である [6].

$$\frac{D\bar{U}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{D\bar{\Theta}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j} - \overline{u_j \theta} \right) \quad (3)$$

ここで D/Dt ($= \partial/\partial t + \bar{U}_j \partial/\partial x_j$) は実質微分を表し, テンソルの添え字は総和規約に従う. また, \bar{U}_i は x_i 方向速度, $\bar{\Theta}$ は温度, \bar{P} は圧力, ρ は密度, ν は動粘性係数, α は温度伝導率である. また, 式 (1) 中のレイノルズ応力 $\overline{u_i u_j}$, 式 (3) 中の乱流熱流束 $\overline{u_j \theta}$ は以下のようにモデル化される [6].

$$\overline{u_i u_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - 2\nu_t S_{ij} \quad (4)$$

$$\overline{u_j \theta} = -\alpha_t \left(\partial \bar{\Theta} / \partial x_j \right) \quad (5)$$

ここで, ν_t は運動量の渦拡散係数, α_t は熱の渦拡散係数, k ($= \overline{u_i u_i} / 2$) は乱流エネルギー, S_{ij} [$= (\partial \bar{U}_i / \partial x_j + \partial \bar{U}_j / \partial x_i) / 2$] は速度歪テンソル, δ_{ij} はクロネッカーのデルタである.

3. 速度場乱流モデルの改良

速度場モデルのベースとなった $S-\Omega$ モデル [5] は, 線形 $k-\varepsilon$ 2 方程式モデルにおいて, 乱流エネルギーの生成項が必ず正值を与えるため, 例えば衝突乱流場の衝突領域付近の乱流エネルギーの過大生成を引き起こす問題について, 平均歪と渦度の時間スケールを導入することにより, その過大生成を抑える効果を持つモデルである. しかしながら, 前報 [2] において, T 型混合路内の剥離, 再付着領域での予測精度の低下が確認されたため, モデル関数やモデル定数の見直しを行い, 以下のように改良した.

運動量の渦拡散係数においては, エネルギー保有渦の時間スケールと平均歪と渦度の時間スケールの混合時間スケール τ_m を用いて以下のようにモデル化する.

$$\nu_t = C_\mu f_\mu k \tau_m \quad (6)$$

ここで, 混合時間スケールは, 以下のように定義されて

Tab. 1: Model functions and constants of proposed model for velocity field

f_D		f_t			f_{w1}			f_ε		
$\exp[-(n^*/3.2)^{1.2}]$		$1 + \exp[-(n^*/5)^2]$			$\exp[-(n^*/A_\mu)^{3.6}]$			$1 - 0.3 \exp[-(\tilde{R}_t/6.5)^2]$		
\tilde{R}_t	σ_k^*	σ_ε^*	C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	C_s	A_μ	B_μ
$k/(\nu\tilde{\varepsilon})$	σ_k/f_t	σ_ε/f_t	0.09	1.4	1.9	1.1	1.1	0.3	21	60

Tab. 2: Model functions and constants of proposed model for thermal field

f_E		f_{D1}		f_{D2}		f_{P1}		f_{P2}				
$\exp[-(n^*/7.5)^{1.2}]$		1.0		$(1/C_{D2})(C_{\varepsilon 2}f_\varepsilon - 1)$		1.0		1.0				
f_h		f_ϕ			f_{w2}			f_η				
$1 + 3\exp[-(n^*/5)^2]$		$1 + \exp[-(n^*/5)^2]$			$\exp[-(n^*/A_\lambda)^{1.2}]$			$\exp[-(\tilde{R}_t/150)^2]$				
σ_h^*	σ_ϕ^*	C_λ	C_{P1}	C_{P2}	C_{D1}	C_{D2}	$C_{\varepsilon 2}$	σ_h	σ_ϕ	A_λ	B_λ	C_m
σ_h/f_h	σ_ϕ/f_ϕ	0.1	0.6	0.9	1.0	0.9	1.9	1.8	1.4	18	72	0.7

いる .

$$\tau_m = \tau_u \left(\frac{2R_u}{R_u + C_s} \right) \quad (7)$$

$$R_u = \frac{\tau_{sw}}{\tau_u} = \frac{2/(S + \Omega)}{k/\tilde{\varepsilon}} \quad (8)$$

ここで , $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$, $\Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$ である . また ,

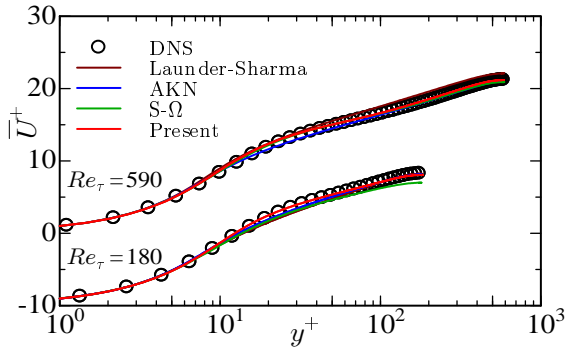


Fig. 1: Mean velocity profiles in fully-developed channel flow

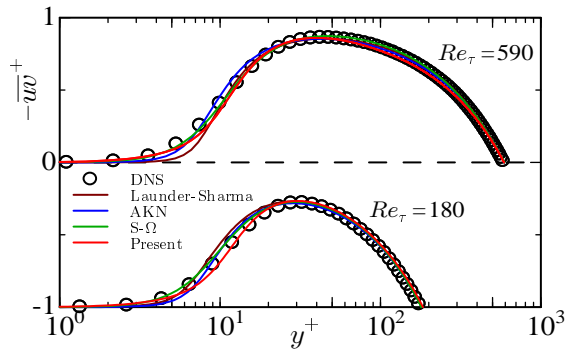


Fig. 2: Distributions of Reynolds shear stress in fully-developed channel flow

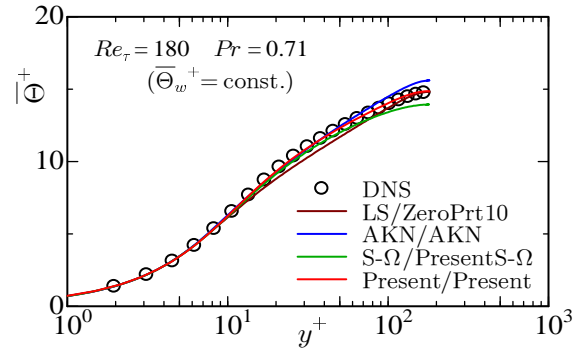


Fig. 3: Mean temperature profiles in fully-developed channel flow

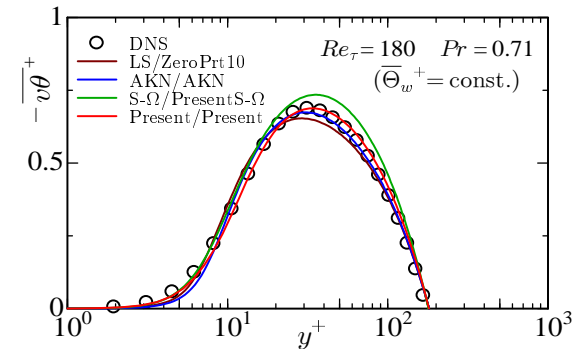


Fig. 4: Distributions of wall-normal turbulent heat flux in fully-developed channel flow

壁面影響関数の f_μ を以下のように与える .

$$f_\mu = \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{n^*}{A_\mu} \right)^3 \right] \right\} \left(1 + \frac{B_\mu}{n^{*3}} \right) \quad (9)$$

壁面影響関数 f_μ 中における $n^*(= nu_\varepsilon/\nu)$ は, 壁面の影響を表す無次元距離であり, n はその場所から壁面までの最短距離, $u_\varepsilon(= \nu\varepsilon)$ はコロモゴロフの速度スケールである .

本モデルにおける, 乱流エネルギーとその散逸率に対する輸送方程式は以下のように与えられる . なお, 計算安定性と散逸率の境界条件の簡便さを考慮し, 式 (11) で与えられる擬似散逸率 $\tilde{\varepsilon}$ の輸送方程式を解き, 式 (10) へ

は式 (12) で計算した散逸率を代入している [7] .

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k^*} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\tilde{\varepsilon}}{Dt} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon^*} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] \\ & - \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} \left(C_{\varepsilon 1} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + C_{\varepsilon 2} f_\varepsilon \tilde{\varepsilon} \right) \\ & + \nu \nu_t f_{w1} \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j \partial x_k} \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j \partial x_k} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\varepsilon = \tilde{\varepsilon} + 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right) f_D \quad (12)$$

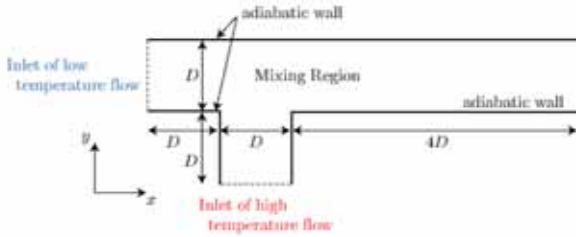


Fig. 5: Computational domain and coordinate system

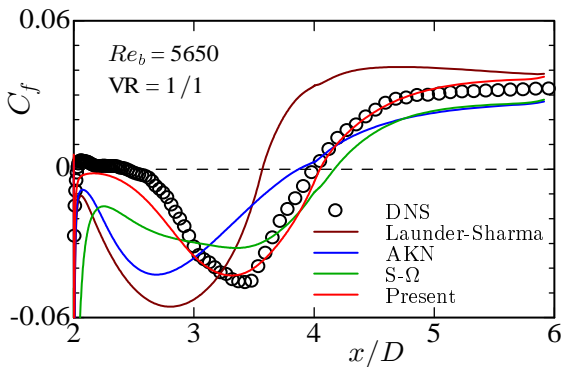


Fig. 6: Predicted wall friction coefficients in T-junction flow

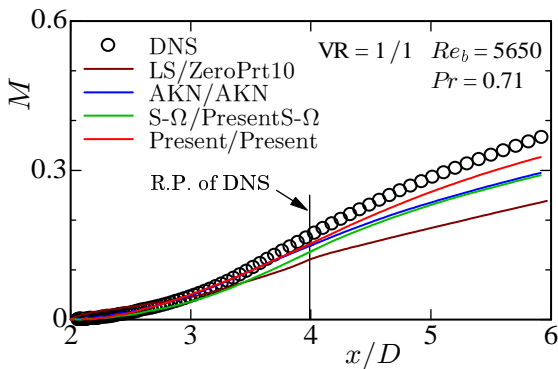


Fig. 7: Predicted mixedness in T-junction flow

改良速度場モデルで使用するモデル関数及びモデル定数を表 1 に示す .

4. 温度場乱流モデルの構築

前節で改良した $S-\Omega$ モデルの概念に対応した温度場モデルは存在しないので, ここでは新たに構築する . まず, 熱の渦拡散係数は以下のように定義される .

$$\alpha_t = C_\lambda f_\lambda k \tau_{m\theta} \quad (13)$$

ここで, 温度場における混合時間スケール $\tau_{m\theta}$ を次式で与える .

$$\tau_{m\theta} = \tau_m \left(\frac{2R_\nu}{R_\nu + C_m} \right) \quad (14)$$

$$R_\nu = \frac{\tau_\theta}{\tau_\nu} = \frac{k_\theta / \tilde{\varepsilon}_\theta}{\tau_\nu} \quad (15)$$

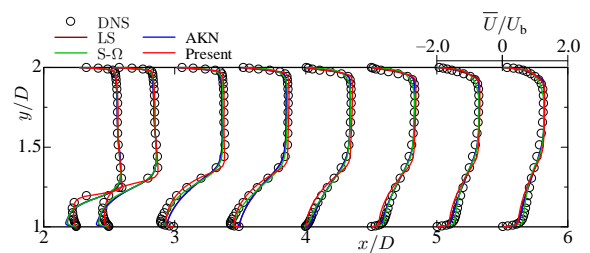


Fig. 8: Streamwise mean velocity profiles in T-junction flow

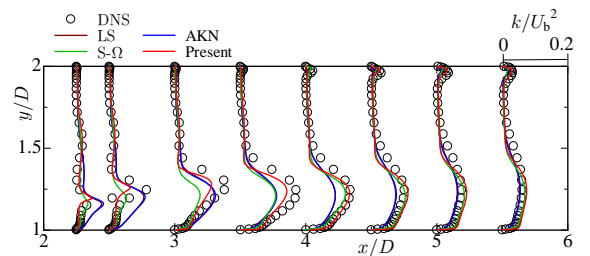


Fig. 9: Distributions of turbulent energy in T-junction flow

Tab. 3: Evaluated turbulence models

Model	Velocity field	Thermal field
LS / ZeroPrt10	Lauder-Sharma [8]	Zero-equation model($Pr_t = 1.0$)
AKN / AKN	Abe, Kondoh and Nagano [9]	Abe, Kondoh and Nagano [6]
S - Ω / Present	Nagano and Hattori [5]	Present
Present / Present	Present	Present

ここで，式 (13) の壁面影響関数 f_λ は次式で与えられる．

$$f_\lambda = \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{n^*}{A_\lambda} \right]^{1.2} \right\} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{\sqrt{Pr} n^*}{A_\lambda} \right]^{1.2} \right\} \times \left(1 + \frac{B_\lambda \sqrt{2R} \nu}{\tau_{m\theta} Pr} f_\eta \right) \quad (16)$$

ここで， R は時間スケール比 ($= k\tilde{\varepsilon}_\theta / \tilde{\varepsilon}k_\theta$) である．

温度場における温度乱れと温度乱れ散逸率に対する輸送方程式は以下のように与えられる．温度場においても，計算安定性と温度乱れ散逸率の境界条件の簡便さを考慮

し，式 (18) で与えられる擬似温度乱れ散逸率 $\tilde{\varepsilon}_\theta$ の輸送方程式を解き，式 (17) へは式 (19) で計算した散逸率を代入している [7]．

$$\frac{Dk_\theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\alpha + \frac{\alpha_t}{\sigma_h^*} \right) \frac{\partial k_\theta}{\partial x_j} \right] - \overline{u_j \theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} - \varepsilon_\theta \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\tilde{\varepsilon}_\theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\alpha + \frac{\alpha_t}{\sigma_\phi^*} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_\theta}{\partial x_j} \right] & - \frac{\tilde{\varepsilon}_\theta}{k_\theta} \left(C_{P1} f_{P1} \overline{u_j \theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} + C_{D1} f_{D1} \tilde{\varepsilon}_\theta \right) \\ & - \frac{\tilde{\varepsilon}_\theta}{k} \left(C_{P2} f_{P2} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + C_{D2} f_{D2} \tilde{\varepsilon} \right) \\ & + \alpha \alpha_t f_{w2} \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_j \partial x_k} \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_j \partial x_k} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\varepsilon_\theta = \tilde{\varepsilon}_\theta + 2\alpha \left(\frac{\partial \sqrt{\Delta k_\theta}}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial \sqrt{\Delta k_\theta}}{\partial x_j} \right) f_E \quad (19)$$

構築した温度場モデルのモデル関数およびモデル定数を表 2 に示す．

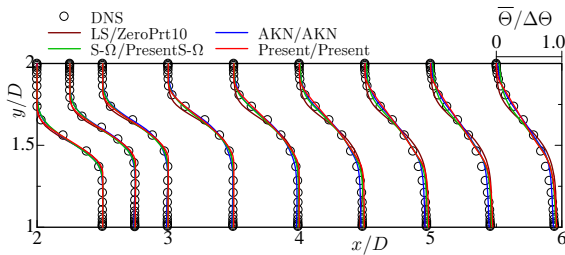
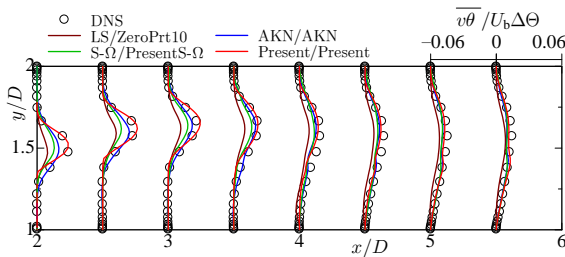
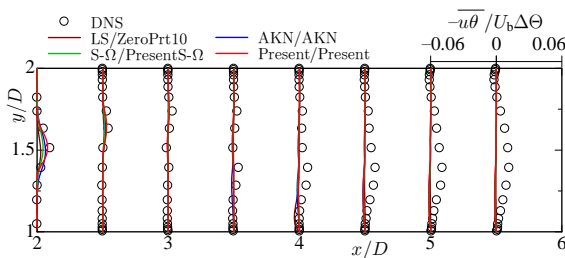


Fig. 10: Mean temperature profiles in T-junction flow



(a) wall-normal direction



(b) streamwise direction

Fig. 11: Distributions of turbulent heat fluxes in T-junction flow

5. 改良乱流モデルの検証

改良したモデルの基本性能を評価するため，発達したチャンネル流れの予測を行い，DNS データベース [10] と比較した．温度場については，内部発熱一定の発達した温度場の予測を行った．比較した DNS は，T 型混合流路の計算でドライバ部として計算した結果 [1] である．また，予測値の比較のために，表 3 で示した乱流モデルによる予測結果も併せて示した．

速度場の検証として，図 1 に平均速度分布を，図 2 にレイノルズせん断応力分布を示した．速度分布については，低レイノルズ数 ($Re_\tau = 180$) の場合に，改良したモデルの基となった $S-\Omega$ モデルが中心付近で若干の過小予測しているが，改良モデルではよりよく予測していることが分かる．また，レイノルズせん断応力の予測についても，どのレイノルズ数においても壁面近傍までよい予測値を与えていることが分かる．

温度場の予測結果を，平均温度分布については図 3，壁面垂直方向乱流熱流束については図 4 に示す．LS モデルについては，乱流プラントル数を標準値の 0.9 ではなく 1 とした方が予測値が良い結果を与えたので，本論文では 1 を採用している．新たに提案した温度場 2 方程式モデルの予測値は，平均温度分布と壁面垂直方向乱流熱流束をよく予測し，提案したモデル形に基本的な問題がないことを示している．

6. T 型流路内の乱流温度混合場の予測

本論文の主題である温度混合を伴う T 型混合路の予測を行う。計算対象場を図 5 に示す。数値解法には OpenFOAM® [11] の有限体積法を用い、数値粘性の影響を考慮して 2 次精度 QUICK 法を使用した。また圧力解法は SIMPLE 法を用いた。流入条件は、速度場については各モデルに対する $Re_b = 5650$ の発達したチャンネル乱流結果を 2 つの入口から入れ、温度場については乱れのない一様温度場を主管側を低温、枝管側を高温として流入させている。また、作動流体は空気としてプラントル数 Pr を 0.71 とした。

T 型流路内の主管と枝管が合流する下流下面における再循環領域から下流にかけての壁面摩擦係数を図 6 に示す。ここで、再付着点は DNS [1] が $x/D = 3.99$ に対して、本モデルが $x/D = 4.05$ 、LS モデルが $x/D = 3.57$ 、AKN モデルが $x/D = 3.87$ 、 $S-\Omega$ モデルが $x/D = 4.17$ であり、本モデルの予測値がより良いことが分かる。また、壁面摩擦係数分布の予測については、再循環領域から下流にかけて DNS の結果を、ほかのモデル予測値と比較してよく捉えている。特に再循環領域 ($2 < x/D < 4$) において、ほかのモデル予測値が過小予測しているのに対し、本モデルは定量的にもより良い予測値を与えていることが分かる。しかしながら、 $x/D \sim 2$ 付近の壁面摩擦係数が正となっている、再循環領域の 2 次渦領域については予測が完全ではなく、モデルのさらなる改良が必要と考えられる。

次に、温度の混ざり具合を示す次式で定義される混合度 M についての予測値の結果を図 7 に示す。

$$M = 1 - \frac{\int_1^2 |\Theta - \Theta_b|}{\int_1^2 |\Theta_s - \Theta_b|} \quad (20)$$

本モデルの予測値は、再循環領域から下流にかけて若干の過小予測が見られるが、ほかのモデルと比較すると定量的には最もよく予測値を与えている。また、乱流プラントル数一定の温度場ゼロ方程式モデルでは、混合度の予測値の低下が著しいことも分かる。

図 8~11 に、T 型流路内の乱流諸量の予測結果を示す。提案したモデルは、どの乱流量もより良く予測しているが、図 11(b) に示した流れ方向乱流熱流束が予測されない。これは、線形 2 方程式モデルの限界であり、この流れ方向乱流熱流束を予測するためには、非線形 2 方程式モデル [12] や乱流熱流束モデルを用いるしかないが、本研究の対象とした T 型流路内乱流温度混合については、DNS の結果からも流れ方向乱流熱流束は温度混合にはそれほど寄与していないことが明らかになっていることから、対象場の予測には問題ないと考えられる。

7. 結言

T 型流路内の乱流温度混合場の予測向上を目指し、線形 2 方程式モデルの改良を行った。本研究で改良、提案された速度場、温度場乱流モデルは、基本的な乱流場から複雑な T 型流路内の乱流温度混合場も適切に予測できることが分かった。今後は、さらに評価対象乱流熱伝達場の予測を行い、本モデルに対する予測精度の高さを立証する必要がある。

謝辞

本研究の一部は、学術研究助成基金助成金（基盤研究 (C)）(No.26420144, 26420143) の成果である。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- [1] H. Hattori, M. Iwase, T. Houra, and M. Tagawa. *Proceeding of 10th International ERCOFTAC Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements -ETMM10-*, 6 pages in CD-ROM, 2014.
- [2] 筒井研二, 服部博文, 保浦知也, 田川正人. 日本機械学会 2015 年度年次大会講演論文集, 2015.
- [3] M. Inagaki. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. Volume 32, Issue 1, February 2011, pp. 26–40, 2011.
- [4] M. Inagaki, H. Hattori, and Y. Nagano. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 34, pp. 47–61, 2011.
- [5] Y. Nagano and H. Hattori. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 51, pp. 221–228, 2015.
- [6] K. Abe, T. Kondoh, and Y. Nagano. *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 38, pp. 1467–1481, 1995.
- [7] Y. Nagano, H. Hattori, and K. Abe. *Fluid Dynamics Research*, Vol. 20, pp. 127–142, 1997.
- [8] Launder B. E. and Sharma B. I. *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol. 1, No. 2, pp. 131 – 137, 1974.
- [9] K. Abe, T. Kondoh, and Y. Nagano. *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 139–151, 1994.
- [10] R. D. Moser, J. Kim, and N. N. Mansour. *Physics of Fluids*, Vol. 11, pp. 943–945, 1999.
- [11] OpenFOAM. <http://www.openfoam.com/>.
- [12] H. Hattori, A. Morita, and Y. Nagano. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 27, No. 4, pp. 671–683, August 2006.