

## 大変形する 2 つの気液界面を持つ液膜の 3 次元 CFD 解析

### Three dimensional CFD analysis of large deformation of thin liquid film with two gas-liquid interfaces

- 登丸賢太, 横浜国大院, 横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-2, tomaru-kenta-xg@ynu.jp  
 白崎 実, 横浜国大院, 横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-2, shirazak@ynu.ac.jp  
 西永和弘, 横浜国大院, 横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-2  
 Kenta TOMARU, Yokohama National University, 79-2, Tokiwadai, Hodogaya-ku, Yokohama  
 Minoru SHIRAZAKI, Yokohama National University, 79-2, Tokiwadai, Hodogaya-ku, Yokohama  
 Kazuhiro NISHINAGA, Yokohama National University, 79-2, Tokiwadai, Hodogaya-ku, Yokohama

This study aims at qualitative analysis about the behavior of thin liquid film with two gas-liquid interfaces like a soap bubble. Three dimensional CFD analysis in two models is worked as a soap bubble is growing by blowing. The authors use the level set method in the Cartesian grid to capture large deformation. The numerical result have shown that air flow near thin liquid film affect the behavior of the film and that influence of spreading air flow is one of reasons why the thickness of liquid film become nonuniform. Dynamic motion of thin liquid film influenced by air flow is mainly written in this paper.

#### 1. 緒言

液膜で形成された, 両側に 2 つの気液界面を持つ泡は日常的にも産業的にも様々な場面で見られる. 日常的には中性洗剤での食器洗い時や, 石鹸使用時などにこのような泡は見られる. 産業的には製造ラインで発生した泡は吹きこぼれによる充填効率の低下や, 製品の不良化率の上昇, 配管ポンプの摩耗促進の原因となることが知られている<sup>(1)</sup>. また, 近年ではこのような泡の性質を産業的に利用しようと, 消化活動に応用する研究もなされている<sup>(2)</sup>が, 2 つの気液界面を持つ液膜の挙動に関する研究はあまり多くは見られない. その理由の 1 つとしては, 気液界面, すなわち自由表面を持つ液膜の性質が挙げられる.

液膜は, 変形の絶対量は小さくても, 膜の厚さと比較すれば大変形となることから非線形性が強く現れる. 更に, そこへ液体の粘性による散逸効果や界面の乱れによる非一様な表面張力が加わるため, 一般に液膜は複雑な挙動を示す<sup>(3)</sup>. 片側だけが自由表面となっている液膜よりも, 両側に自由表面を持つ液膜の方が, この性質はより顕著に見られる.

このような両側に 2 つの気液界面を持つ液膜を有する代表的なものとして, シャボン玉が挙げられる. シャボン玉は流入する空気によって大変形し, 膜厚が薄くなりながらも, 非常に安定して成長する. このように, シャボン玉の成長や変形は身近な現象でありながらも, その液膜の力学的挙動は非常に複雑である. その挙動の詳細を実験のみによって明らかにするのは困難であると考えられるため, 数値計算による解析は有力な手段であると言える.

シャボン玉の数値解析を行った先行研究としては, アニメーションのために数学的モデルを取り入れたもの<sup>(4)</sup>や, 視覚的に興味深いものの 1 つとして現象を再現したもの<sup>(5)</sup>も見られるが, これらのものは液膜の挙動について, 力学的側面からの数値的な考察はされていない. 2 つの気液界面を持つ液膜の解析まで調査対象を広げても, 水中からの気泡上昇による泡の集合体の解析<sup>(6)</sup>や, 複数の泡の併合の解析<sup>(7)</sup>はされているものの, どちらも液膜が破断しないというモデル化がされており, 力学的側面からは液膜について述べられていない. 著者らは流入する気体により変形するシャボン玉の数値解析を行い, 表面張力係数の違いによる影響を調査した<sup>(8)(9)</sup>が, 格子解像度が不十分であることが課題として挙げられていた. また, 液膜付近の空気の流動について十分な議論はされていなかった. そこで, 本報告では空気の流れによってシャボン玉

が成長する現象の解明を最終的な目標として, これまでより細かな格子分割での 2 つの気液界面を持つ 3 次元の薄い液膜が大変形する様子について CFD 解析を行い, 液膜付近の空気の流動に着目し, その力学的挙動について報告する.

#### 2. 計算条件

界面追跡法では液膜を適切に表現しやすいという利点があるが, トポロジーの大きな変化を取り扱うことが難しいとされている. そのため, 本報告では界面捕捉法を採用し, 完全直交格子による有限差分法での離散化を行った. 差分格子には Staggered 格子を用いた. 直交格子上での気液二相流の界面捕獲には Level Set 法<sup>(10)</sup>や VOF 法が広く用いられている. シャボン玉の挙動においては表面張力による影響が大きいため, 界面の法線ベクトルや曲率を精度よく算出することができるという利点を持つ Level Set 法を採用した. 支配方程式には次の式(1)-(3)に示す連続の式, 3次元非圧縮性 Navier-Stokes 方程式と Level Set 関数の移流方程式を用いた.

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{v}) + \frac{\mathbf{F}_s}{\rho} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \phi = 0 \quad (3)$$

ここで  $\mathbf{v}$  は流速,  $t$  は時間,  $\rho$  は流体の密度,  $p$  は圧力,  $\mu$  は流体の粘性係数,  $\mathbf{F}_s$  は表面張力,  $\phi$  は Level Set 関数である.

表面張力の算出には CSF モデル<sup>(11)</sup>を採用した. CSF モデルでは以下の式(4)のように, 表面張力を体積力として評価する.

$$\mathbf{F}_s = \sigma \kappa \delta(\phi) \mathbf{n} \quad (4)$$

$$\kappa = \frac{1}{|\mathbf{n}|} \left[ \left( \frac{\mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} \cdot \nabla \right) |\mathbf{n}| - (\nabla \cdot \mathbf{n}) \right] \quad (5)$$

$$\delta(\phi) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \cos\left(\frac{\pi\phi}{\alpha}\right) \right] & \text{if } |\phi| \leq \alpha \\ 0 & \text{if } |\phi| > \alpha \end{cases} \quad (6)$$

$\sigma$  は表面張力係数,  $\kappa$  は曲率,  $\delta$  は近似デルタ関数,  $\mathbf{n}$  は界面での法線ベクトル,  $\alpha$  は仮想界面幅である. 仮想界面幅は 3 次元直交格子の対角成分を捉えられるように格子分割幅の 1.8 倍とした.

非圧縮性流体の解法として Fractional Step 法を用いた. 移流項には 5 次精度 WENO 法<sup>(2)</sup>, 粘性項には 2 次精度中心差分法, 圧力 Poisson 方程式の解法には BiCGStab 法, 時間進行には 3 次精度 TVD Runge-Kutta 法<sup>(3)</sup>を用いた. 計算の高速化のために MPI 並列での並列計算を行った.

### 3. 計算モデルと計算条件

本報告では, 2つの現象を想定した, 2つのモデルでの解析を行った. 1つは Fig.1 に示されるような, ストローから息を吹き込み, 初期形状が半球型のシャボン玉を膨らませることを想定したモデルである. これを Case1 とする. もう 1つは Fig.2 に示されるような, リング形状の物体に液膜を張ったものを一定速度で一方方向に動かした場合にシャボン玉が膨らむことを想定したモデルである. これを Case2 とする.

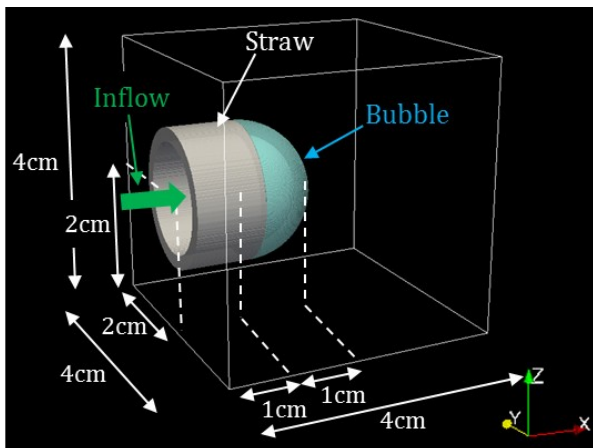


Fig. 1 Computational model (Case1)

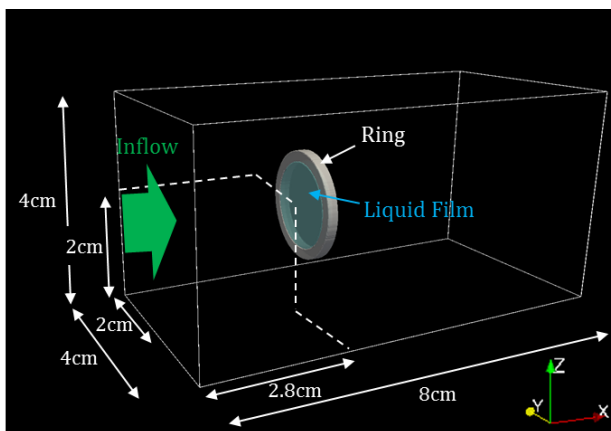


Fig. 2 Computational model (Case2)

Case1 では, 計算領域を各方向 400 分割することで, 格子分割幅を  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.01\text{cm}$  とした. ストロー形状は内径 1.6cm, 厚さ 0.2cm, 長さ 1cm とし, シャボン玉の初期形状は半径 1cm, 膜厚

0.2cm の半球状とした. また, 固着条件としてストロー壁面から  $x$  軸正方向に 5 格子分だけ流速をゼロにすることで, シャボン液がストロー先端から離れないような処理を施した. 流速境界条件として,  $x=0$  での  $yz$  平面ではストロー内側に流入条件, それ以外には no-slip 条件, もう一方の  $yz$  平面には自由流出条件, その他の  $xy$  平面と  $xz$  平面には no-slip 条件を課した. ストロー壁には各方向全て no-slip 条件を課した. 圧力境界条件は全ての面において法線方向勾配ゼロとした. 流入条件には, 流入口から最大流入速度 0.25m/s の Poiseuille 流を Fig.1 の矢印の方向に与えた. この際, 時刻 0.01s まで滑らかに流速を加速させ, 時刻 0.01s 以降は最大流入速度 0.25m/s の Poiseuille 流となるような加速スタートとした.

Case2 では計算領域  $x$  方向を 400 分割,  $y, z$  の各方向には各 200 分割することで,  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.02\text{cm}$  とした. リング形状の物体は内径 1.6cm, 厚さ 0.2cm, 長さ 0.2cm とし, シャボン玉の初期形状は半径 0.8cm, 膜厚 0.2cm の円盤型の液膜とした. Case2 についてもリング形状の物体からシャボン液が離れないよう, 物体内側の 5 格子分に流速ゼロを課している. 流速境界条件として,  $x=0$  での  $yz$  平面では流入条件, もう一方の  $yz$  平面には自由流出条件, その他の  $xy$  平面と  $xz$  平面には slip 条件を課した. ストロー壁には各方向全て no-slip 条件を課した. 圧力境界条件は全ての面において法線方向勾配ゼロとした. 流入条件には, 流入口から一様流を Fig.2 の矢印の方向に与えた. この際, 時刻 0.01s まで滑らかに流速を加速させ, 時刻 0.01s 以降は最大流入速度で一様流となるような加速スタートとした. 最大流入速度は(a)2m/s の場合と(b)3m/s の場合の 2 種類の計算を行った.

Case1, Case2 共に時間刻み幅を  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-6}\text{s}$  とした. 物性値としては, 気相には  $20^\circ\text{C}$  の空気を想定し, 密度  $\rho = 1.2\text{kg/m}^3$ , 粘性係数  $\mu = 1.8 \times 10^{-5}\text{Pas}$  とした. 液相には表面張力を低下させた界面活性剤であるシャボン玉溶液を想定し,  $20^\circ\text{C}$  の 20%グリセリン水溶液の物性値, 密度  $\rho = 1045.9\text{kg/m}^3$ , 粘性係数  $\mu = 1.769 \times 10^{-3}\text{Pas}$  を用いた<sup>(4)</sup>. 表面張力係数は  $0.02\text{N/m}$  とした<sup>(4)</sup>. また, 今回の計算においてはシャボン膜中の界面活性剤濃度は常に一定とし, 重力は考慮していない.

### 4. 計算結果

Fig.3 に Case1 でのシャボン玉が膨らむ様子と,  $y=2\text{cm}$  での  $xz$  平面での断面図を 0.02s ごとに示す. 流入する空気により, 液膜が主に  $x$  軸正方向に伸びていく様子が捉えられている.  $y=2\text{cm}$  での  $xz$  平面での断面図においての各時間の膜厚の変化を見てみると,  $t=0.02, 0.04, 0.06$  ではほぼ一様な膜厚であるのに対して,  $t=0.08$  以降では膜厚が若干不均一になっていることが分かる. 空気の流入や表面張力の影響により, 液膜内での流動が発生したためだと考えられる. Fig.4 は液膜の各方向の最大到達点の変位の時間変化を示したグラフである.  $x$  軸正方向に大きく伸びているが, 流入速度が一定であるのに対して, 液膜が伸びる速度は一定ではないことが分かる. また, Fig.5 は  $t=0.12$  での,  $y=2\text{cm}$  の  $xz$  平面での断面図において, ストロー, シャボン液の他に流速ベクトルを可視化したものである. この図より, シャボン玉先端付近では空気が広がることによって  $x$  方向流速が非常に小さくなっていることが分かる. Fig.3 において,  $t=0.10$  まで比べて  $t=0.12$  ではシャボン玉先端付近での膜厚が厚くなっていることや, Fig.4 において,  $t=0.12$  付近では  $x$  方向の膜厚の変位の時間変化が小さくなっていることも, シャボン玉先端付近での  $x$  方向流速が非常に小さくなっていることが原因の 1 つだと考えられる. 本報告の計算条件である最大流入速度 0.25m/s の場合, シャボン玉が破断するより前の段階で空気が  $y$  方向や  $z$  方向に広がってしまい, 液膜を  $x$  方向に押し出す力が弱まると推測される.

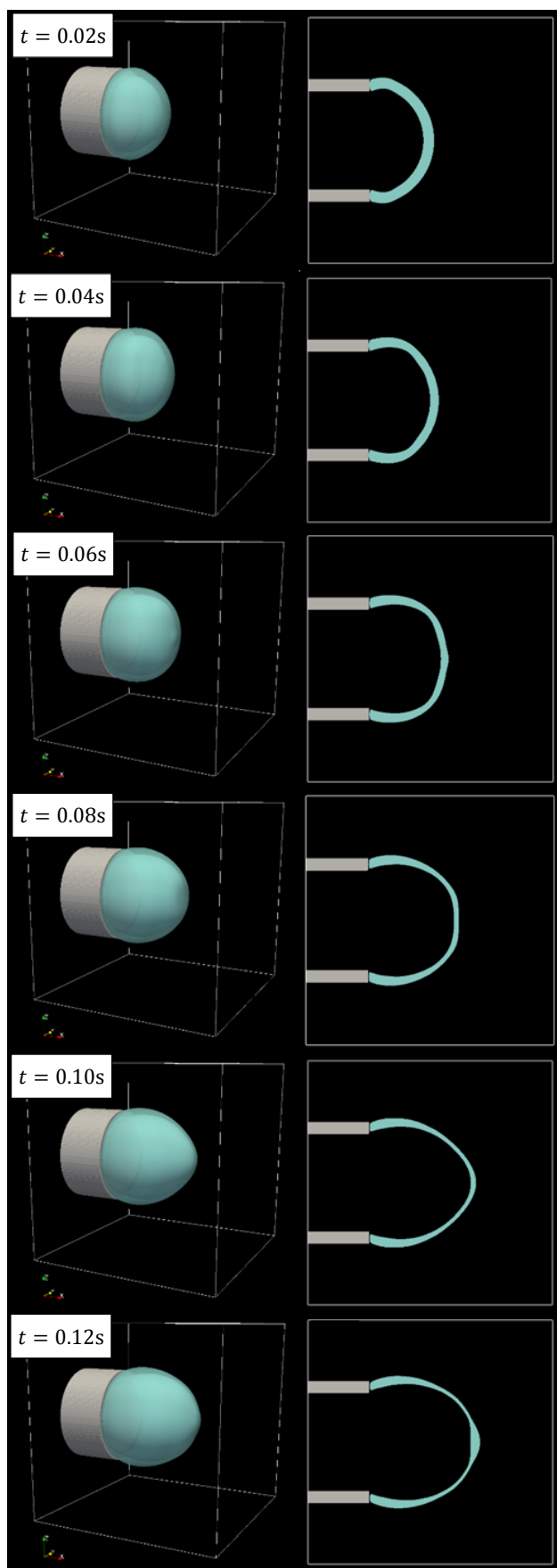


Fig. 3 Deforming liquid film and its cross section (Case1)

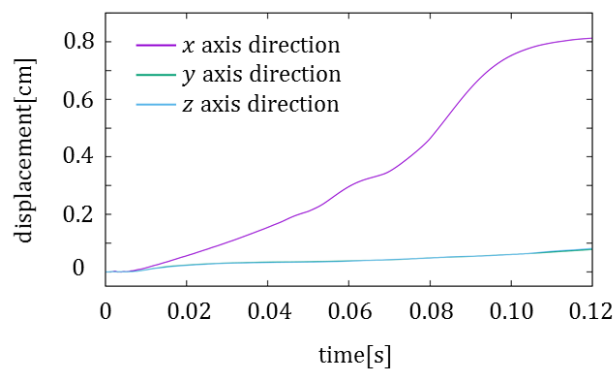


Fig. 4 Displacement of liquid film on each axis direction (Case1)

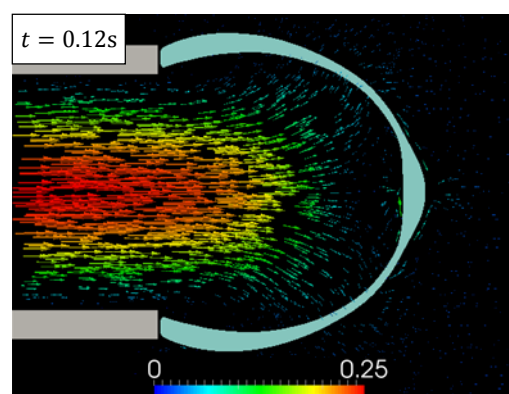


Fig. 5 liquid film and velocity vectors (Case1)

Fig.6はCase2における(a)最大流入速度2.0m/sの場合でのシャボン液の様子である。  $t = 0.06$  では半楕円状に膨らみ始めているが、  $t = 0.08$  ではシャボン膜が押し潰されたような形になり、  $t = 0.14$  では破断し、しぼみ始めている。 Fig.7は(a)の  $t = 0.08$  での、  $y = 2\text{cm}$  の  $xz$  平面での断面図において、リング状の物体、シャボン液、流速ベクトルを可視化したものである。 空気の一部はリング状物体の外側から回り込み、シャボン膜を押し戻すような流れを作っていることが分かる。 このように物体付近で空気が渦を作ることにより、シャボン玉の成長を妨げるような流れが発生していることが分かる。

Fig.8はCase2での(b)最大流入速度3.0m/sの場合でのシャボン液の様子である。 最大流入速度を(a)より大きくしたことが起因し、  $t = 0.03$  の時点でシャボン膜は膨らみ始めていることが分かる。 シャボン膜は  $t = 0.05$  程度まで成長する様子が見られるが、その後破断してしまう。 これについても(a)と同様に、シャボン膜を押し戻すような流れができていることが Fig.9 から分かる。

Case2(a), (b)のいずれの計算でも、リング状の物体とその側面までの距離の近さがシャボン玉の挙動に影響している可能性があるため、今後、より広い計算領域での検証を行う必要がある。 しかしながら、別途行った2次元計算では計算領域を広く取ってもこのような液膜を押し戻すような流速が生じていることを付け加えておく。

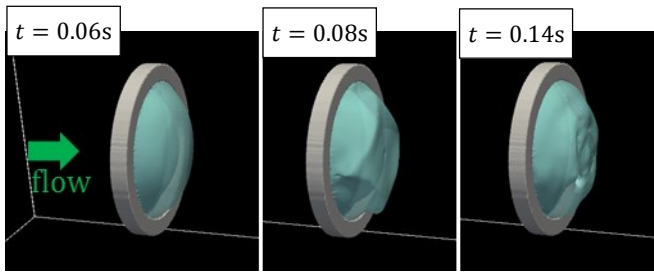


Fig. 6 Deforming liquid film (Case2(a))

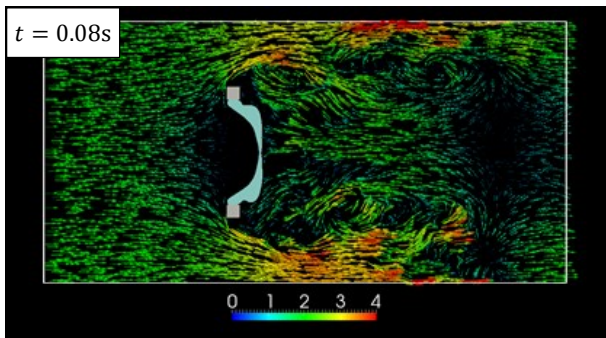


Fig. 7 liquid film and velocity vectors (Case2(a))

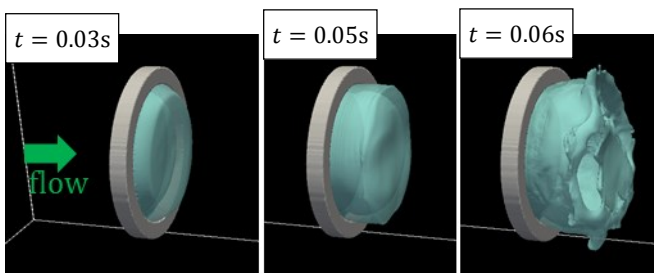


Fig. 8 Deforming liquid film (Case2(b))

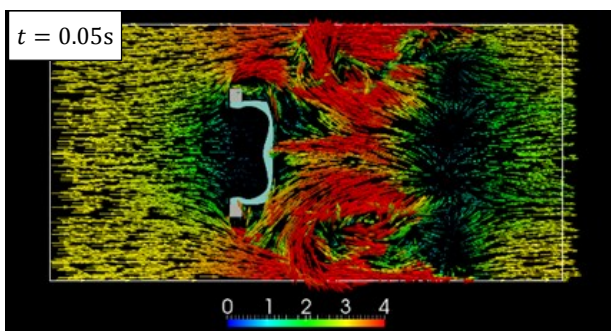


Fig. 9 liquid film and velocity vectors (Case2(b))

## 5. 結言

流入する空気によって大変形する 2 つの気液界面を持つ液膜の 3 次元 CFD 解析を完全直交格子にて行った。ストロー形状から流入される空気によって膨らむシャボン玉では、流入速度が一定であっても液膜が膨らむ速度は一定ではなく、空気の広がりや影響が膜厚の不均一さを生じさせる原因の 1 つになるという結果が得られた。また、リング状の物体を一定速度で動かすことを模したモデルでは、リング状物体周囲の流れが液膜の成長に大きな影響を与えることが確認できた。どちらのモデルに対しても、液膜付近の空気の流動によって液膜の挙動が変化するという妥当な結果

が得られた。今後の課題としては格子解像度をさらに上げたうえでシャボン玉の膜厚をより薄くすることや、空気の流れがシャボン玉の成長に与える影響をさらに詳細に調べること、液膜内部の流れによる界面活性剤の濃度分布まで考慮した計算を行うことなどが挙げられる。

## 6. 謝辞

本研究の一部は、HPCI システム利用研究課題(課題番号: hp150204)の成果によるものであり、計算には京都大学学術情報メディアセンターおよび東北大学サイバーサイエンスセンターのスーパーコンピュータを利用した。ここに記して謝意を表す。

## 参考文献

- (1) 石井淑夫, 『泡のエンジニアリング』, テクノシステムズ, (2005).
- (2) T. Murashita, H. Torikai and A. Ito, "FLOW VISUALIZATION OF EXTINGUISHING GAS RELEASED FROM BURSTING SOAP BUBBLES", Visualization of Mechanical Processes: An International Online Journal, Vol.2 Issue 2, (2012).
- (3) 吉永隆夫, 数理解析研究所講義録, 1271 巻, (2002), pp. 135-144.
- (4) R. Durikovic, "Animation of Soap Bubble Dynamics, Cluster Formation and Collision", Computer Graphics Forum, Vol.20 Issue 3, (2001), pp. 67-76.
- (5) B. Zhu, E. Quigley, M. Cong, J. Solomon and R. Fedkiw, "Codimensional Surface Tension Flow on Simplicial Complexes", ACM Transactions on Graphics (TOG), Vol.33 Issue 4, (2014), Article No. 111.
- (6) B. Kim, Y. Liu, I. Llamas, X. Jiao and J. Rossignac, "Simulation of Bubbles in Foam With The Volume Control Method", ACM Transactions on Graphics (TOG), Vol.26 Issue 3, (2007), Article No. 98.
- (7) Robert I. Saye and James A. Sethian, "Multiscale Modeling of Membrane Rearrangement, Drainage, and Rupture in Evolving Foams", Science, Vol.340 Issue 6133, (2013), pp. 720-724.
- (8) 西永和弘, 白崎実, "流入する気体により変形するシャボン玉界面の 3 次元解析", 第 26 回数値流体力学シンポジウム 講演予稿集 (USB メモリ収録), (2012).
- (9) 西永和弘, 白崎実, "吹き込まれた空気によって変形するシャボン玉における表面張力の影響の数値解析", 日本流体力学学会年会 2013 講演予稿集 (USB メモリ 収録), (2013).
- (10) M. Sussman, P. Smereka and S. Osher, "A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow", *J. Comput. Phys.*, Vol. 114, (1994), pp. 146-159.
- (11) J. U. Brackbill, D. B. Kothe and C. Zemach, "A Continuum Method for Modeling Surface Tension", *J. Comput. Phys.*, Vol.100, (1992), pp. 335-354.
- (12) G. S. Jiang and C. W. Shu, "Efficient Implementation of Weighted ENO Schemes", *J. Comput. Phys.*, Vol.126, (1996), pp. 202-228.
- (13) C. W. Shu and S. Osher, "Efficient Implementation of Essentially Non-oscillatory Shock-Capturing Schemes", *J. Comput. Phys.*, Vol.77, (1988), pp. 439-471.
- (14) 日本機械学会, 『流体の熱物性値集: 技術資料』, 日本機械学会, (1983), pp. 477-478.