第 29 回数値流体力学シンポジウム
F04-4

全球計算格子「イン=ヤン=ゾン」

Yin-Yang-Zhong grid: A grid system for a full sphere

◯ 陰山 聡, 神戸大学 計算科学専攻, 神戸 657-8501, E-mail: kage@port.kobe-u.ac.jp
Akira Kageyama, Department of Computational Science, Kobe University, Kobe 657-8501, Japan

For numerical simulations inside a sphere, an overset grid system, Yin–Yang–Zhong grid, is proposed. The Yin–Yang–Zhong grid is an extension of the Yin–Yang grid, which is widely used in various simulations in spherical shell geometry. The Yin–Yang grid is itself an overset grid system with two component grids, and a new component grid called Zhong is placed at the center of the Yin–Yang grid. The Zhong grid component is constructed on Cartesian coordinates. Parallelization is intrinsically embedded in the Yin–Yang–Zhong grid system because the Zhong grid points are defined with cuboid blocks that are decomposed domains for parallelization. The computational efficiency approaches the optimum as the process number increases.

1. はじめに

球は単純だが、計算機で扱うにはたいへんやっかいな形でもある。その難しさの根源は、球座標 (r, ϑ, φ) でいえば、極軸 $(\vartheta = 0, \pi)$ と原点 $(r = 0)$ に座標特異点が存在することにある（Fig. 1)。［ここで r は半径、ϑ は北極から測った余緯度、φ は経度である。］地球科学や天体物理においては（多くの天体は丸いので）球での計算が不可欠であるし、工学においても球のもつ対称性の高さから様々な計算需要がある。我々は、球座標の座標特異点を回避し、球内全体を離散化する新しい計算格子 “イン=ヤン=ゾン（Yin-Yang-Zhong）格子” を考案した [1]。

極軸上の座標特異点を回避するために我々は 2004 年、イン=ヤン格子という手法を提案した [2, 3]。イン=ヤン格子は、「イン」と「ヤン」という二つの要素格子を重合格子（overset grid）手法を用いて組み合わせたものである（Fig. 2)。後述するようにイン=ヤン格子は様々な分野で広く採用されている。だが、イン=ヤン格子は、原点 $(r = 0)$ の座標特異点は回避できないので、イン=ヤン格子を用いたほとんどの計算機シミュレーションでは、球の中心部分に解けない領域、つまり「穴」が空いている。本研究で提案するイン=ヤン=ゾン格子（Fig. 3）は、この「穴」を埋める第 3 の要素格子を導入するものである。

球内部の流体ソルバで現在よく使われている空間離散化手法には、スペクトル法、スペクトル要素法、非構造格子、重合格子などがある。（本研究では主に流体系への応用を想定している。）イン=ヤン=ゾン格子は重合格子法の一種であり、中でも大規模並列計算に適しているという特徴がある。地球ダイナモ、太陽ダイナモ、マントル対流の 3 つの分野において、現在世界最高クラスの解像度での計算は全てイン=ヤン格子でなされており、イン=ヤン=ゾン格子も同様の性能が期待できる。

2. イン=ヤン=ゾン格子

Fig. 4 にイン=ヤン=ゾン格子の断面を示す。左の球が計算対象である。このうち shell と記された外側部分（灰色）はイン=ヤン格子で解く。core と書かれた中心部分の球領域（白色）はゾン（Zhong, 中国語で中心を意味する）格子で解く。図 4 左に core の球を取り囲む立方体（Large cube, L-cube）をカーテシアン格子で離散化し、重合格子手法でイン=ヤン格子と接続するのがイン=ヤン=ゾン格子手法の基本である。L-cube 全体をゾン格子としても計算を進めることはできる。しかし、そのような方法は重複（=無駄な計算）が大きい。（立方体の体積と、それに内接する球の体積比は 1.91 である。）しかし、大規模並列化をする場合は、この無駄が以下のようにして自然に解消される。

並列計算では L-cube の領域を分割する。3 次元の領域分割をする場合、分割した一つの領域は小さな立方体（Small cube, S-cube）になる。完全に core の外にある領域（図 4 の S-cube 1）には MPI のプロセスを割り当てない。この方法により、並列数プロセス数が多くなればそれだけ計算する S-cube の範囲が core の形状（理想的

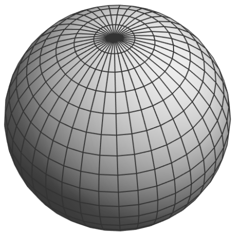

Fig. 1: 球座標

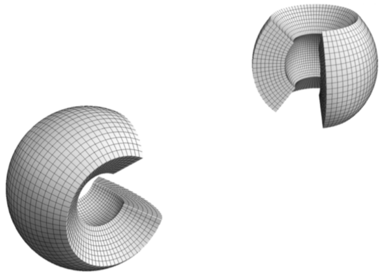

Fig. 2: イン=ヤン格子.

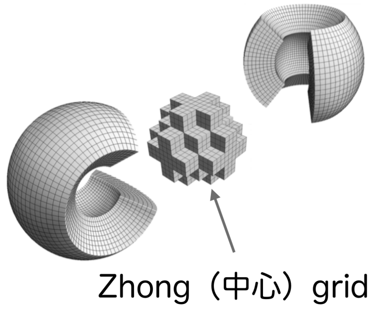

Fig. 3: イン=ヤン=ゾン格子

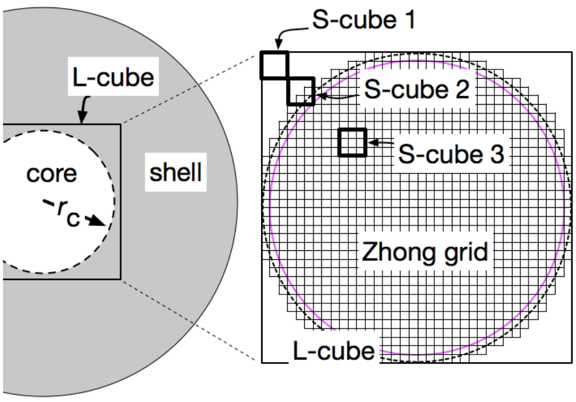

Fig. 4: ゾン格子のプロセス配置

な効率）に近づく。これがイン=ヤン=ゾン格子の特徴である。

3. まとめ

球内部に適合した新しい計算格子イン=ヤン=ゾン格子を提案した。この格子を使った二つの応用計算（球殻 MHD ダイナモと単位球内部の MHD 緩和計算）については、本シンポジウムにおいて古園（C02-2）と山本（C02-3）が発表する。

参考文献

(1) Hiroshi Hayashi and Akira Kageyama. Yin-Yang-Zhong grid: An overset grid system for a sphere. *submitted to J. Comput. Phys.*

(2) Akira Kageyama and Tetsuya Sato. “Yin-Yang grid”: An overset grid in spherical geometry. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 5, 2004.

(3) Kageyama Akira. Dissection of a sphere and Yin-Yang Grids. *J. Earth Simulator*, 3:20–28, 2005.