

LES によるせん断流れ中の粒子と乱流の相互作用の数値解析

Interaction of droplets and turbulence in a shear flow by LES

- 金 一銘, 島根大院, 〒690-8504 松江市西川津町 1060, E-mail: s179608@matsu.shimane-u.ac.jp
 新城 淳史, 島根大, 〒690-8504 松江市西川津町 1060, E-mail: jshinjo@ecs.shimane-u.ac.jp
 JIN, Yiming, Shimane University, 1060, Nishikawatsu, Matsue, 690-8504, Japan
 SHINJO, Junji, Shimane University, 1060, Nishikawatsu, Matsue, 690-8504, Japan

Abstract: The objective of this research is to evaluate the interaction of droplets and turbulence in a shear flow. For this purpose, large eddy simulation (LES) of a shear flow with droplets has been performed. It is found that the droplet dispersion increases with non-dimensional time t^* in the established shear layer of each case, and at the Stokes number of 0.341, droplet dispersion has an irregular increase, for the bigger Stokes number of 1.36 and 3.07, droplet dispersion becomes relatively smaller. And there are larger number of droplets in the region of low vorticity and high strain, therefore the preferential concentration of droplets can be seen. For the gas phase, as the droplets are injected, the magnitude of velocity rms will increase due to the interaction with the droplets, and velocity rms is not much affected by the droplet diameter.

1. 緒言

現在, 航空機の普及により, 環境問題の観点から燃焼器の高効率・クリーン化が強く求められている. 航空エンジンの燃焼器内では, 高速気流を用いて液体燃料を多数の微細液滴からなる噴霧に微粒化させる噴霧燃焼が用いられている. 良い噴霧状態を作成することは燃焼効率や排ガステ性に直接影響してくるため, 非常に重要である. また, 噴霧の形成過程は, 噴霧内の液滴と乱流の干渉に強く依存することが知られており⁽¹⁾, 良い噴霧状態を作成するためには噴霧液滴と乱流の相互作用を如何に理解するかが重要な課題となる. しかし, 実スケールの燃焼器内はほとんど乱流状態であり, 噴霧内の液滴の挙動と乱流特性は相互に関連するため非常に複雑な現象であり, 現在でも未解明な点が多々ある.

近年, 計算機及び数値解析技術の発展により, 乱流と液滴の相互作用を数値シミュレーションで解析する研究が多く行われている⁽¹⁻⁸⁾. 例えば, Shinjo & Umemura⁽⁵⁾は直接数値解析(Direct Numerical Simulation, DNS)を用いて, 燃料噴射孔付近の液滴と乱流の相互作用の詳細現象について解析した. 液滴は液ジェットの前頭部の気体の再循環領域のエッジに集中する傾向が見られ, また液滴の周りに小さい渦を形成し, その渦が蒸気の混合を促進する現象が確認できた. しかし, DNSは現時点ではごく小さいスケールの計算領域に限られ, 実スケールの燃焼器の計算はおよそ非現実的である. したがって, DNSに比べ計算コストが低いLES(Large Eddy Simulation)による実スケールの計算が主流になっている⁽⁹⁾. LES法は計算格子より小さいサブグリッドスケールの乱れをモデル化し, 大きい乱れ構造を直接解く方法である.

Bellan & Radhakrishnan⁽¹⁾は, 蒸発液滴を含む混合層のLESによる数値解析を行った. そこでは, 流れ場の乱流エネルギースペクトル, 蒸気質量分率, また液滴の分布特性, 確率分布関数とストークス数の関係を調べた. しかし, Bellan & Radhakrishnan⁽¹⁾で想定されている流れ場のレイノルズ数は実エンジンより小さいため, 実エンジンに対して必ずしも適用できるわけではない. また, 液滴は乱流との干渉により, 乱流変動を起こすことが確認されているという報告もある^(6,7).

本研究では, 航空エンジンに向け, LESにより実スケールの計算を行い, 乱流と液滴の相互作用を調べることを目的にしている. 航空エンジンは高速気流により, 液体燃料を分裂させ, 形成された液糸・液滴は高速気流に乗って, 燃料の噴霧状態を作っている. そのため, 本研究では速度差を持つ高速気流を流し, 流れ場に乱れが発生する時にせん断領域に液滴を注入することで, 乱流と液滴の干渉を解明することとする. 特に, 液滴の流量と液滴径を変えることにより, 液滴の分散や数密度, 確率分布関数から液滴の分布特性を調べ, また流れ場の速度変動の二乗平均の大きさから流れ場への影響を調べる.

2. 計算方法

本研究では, LESにより実航空エンジンスケールのせん断流れを模擬し, 気流を連続相としてオイラー的に解く. また噴霧液滴はDDM(Discrete Droplet Model)を用い, 粒子とみなしてその運動をtwo-way couplingによってラグランジュ的に計算する.

2.1. 流れ場の支配方程式

気体側の支配方程式はフィルターを施した質量保存式, 三次元ナビエ・ストークス方程式であり, 以下の式で表される⁽¹⁰⁻¹²⁾.

$$\frac{\partial \bar{\rho}_g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{g,i}} (\bar{\rho}_g \tilde{u}_{g,i}) = 0 \quad (1)$$

$$\bar{\rho}_g \left[\frac{\partial \tilde{u}_{g,i}}{\partial t} + \tilde{u}_{g,j} \frac{\partial \tilde{u}_{g,i}}{\partial x_{g,j}} \right] + \frac{\partial \bar{p}_g}{\partial x_{g,i}} - \frac{\partial}{\partial x_{g,j}} [\tilde{\tau}_{ij} - \tau_{ij}^{sgs}] = \frac{1}{V_c} \sum_l^N m_{p,l,i} \frac{du_{p,l,i}}{dt} \quad (2)$$

上記の式において, $\bar{\rho}_g$ と $\bar{p}_g$ は密度 ρ_g と圧力 p_g (下付き文字 g は気体に関する項) に空間平均を施したもの, $\tilde{u}_{g,i}$ と $\tilde{\tau}_{ij}$ は速度 $u_{g,i}$ と粘性応力テンソル τ_{ij} に Favre フィルターを施したものであり, τ_{ij} は以下の式で表される.

$$\tilde{\tau}_{ij} = \mu_g \left(\frac{\partial \tilde{u}_{g,i}}{\partial x_{g,j}} + \frac{\partial \tilde{u}_{g,j}}{\partial x_{g,i}} \right) \quad (3)$$

ここで、 μ_g は気体の粘性係数である。また、 V_c は格子の体積、 u_p (下付き文字 p は液滴に関する項)は液滴の速度、 m_p は液滴の質量、 I と N はそれぞれ液滴の番号と液滴の総数である。

支配方程式に含まれる上付き小文字 sgs はフィルター操作に伴い生じる解像できないサブグリッドスケール(sub-grid scale, SGS)応力の項であり、ここでは Smagorinsky モデルにより式(4)とモデル化している⁽¹³⁾。

$$\tau_{ij}^{sgs} = -2\bar{\rho}_g(C_s\Delta)^2|\tilde{S}_{ij}|\tilde{S}_{ij} \quad (4)$$

ここで、 C_s はモデル定数であり、 $C_s = 0.1677$ とした。 Δ はフィルター幅であり、 $\Delta = \sqrt[3]{\Delta_x\Delta_y\Delta_z}$ とした⁽¹⁴⁾。また、 $\tilde{S}_{ij}$ はひずみ速度テンソルであり、以下の式で表される。

$$\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_{g,i}}{\partial x_{g,j}} + \frac{\partial \tilde{u}_{g,j}}{\partial x_{g,i}} \right) \quad (5)$$

支配方程式の速度の移流項 CIP(Cubic Interpolated Pseudo-particle) 法に基づいて計算した⁽¹⁵⁾。

液滴側の計算は式(6)および式(7)を解くことにより、液滴の位置と速度を求める^(16,17)。本研究では、液滴の質量が非常に小さいと考え、重力、揚力の項は無視している。

$$\frac{dx_{p,i}}{dt} = u_{p,i} \quad (6)$$

$$m_p \frac{du_{p,i}}{dt} = -C_D A_p \frac{\rho_g(u_{p,i} - \tilde{u}_{g,i})(u_{p,i} - \tilde{u}_{g,i})}{2} \quad (7)$$

ここで、 A_p は液滴の投影面積である。 C_D は液滴の抗力係数で、式(8)で表される。

$$C_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) \quad (8)$$

また、液滴のレイノルズ数 Re_p は以下の式で表される。

$$Re_p = \frac{\rho_g |\mathbf{u}_p - \tilde{\mathbf{u}}_g| d}{\mu_g} \quad (9)$$

ここで、 d は液滴の直径、 $\mathbf{u}_p$ と $\tilde{\mathbf{u}}_g$ はそれぞれ液滴と気体の速度ベクトルである。

3. 流れ場の設定と計算条件

図 1 に流れ場の設定を示す。計算領域は流れ方向、垂直方向、スパン方向それぞれ 270, 120, 50(mm)とし、境界条件は自由境界、滑り壁、周期境界に従う。本研究では非等間隔直交格子を用い、総格子点数は約 780 万となり、最小格子幅は $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0.5(\text{mm})$ である。時間刻み幅は $\Delta t = 0.5 \times 10^{-6}$ 秒とした。流れ場の計算条件を表 1 に示す。また、流れ場の Re_g は計算領域の流れ方向の長さ L を代表長さ、相対速度 $\Delta U = U_2 - U_1$ を代表速度として評価し、また無次元時間 $t^* = L/\Delta U$ を基準

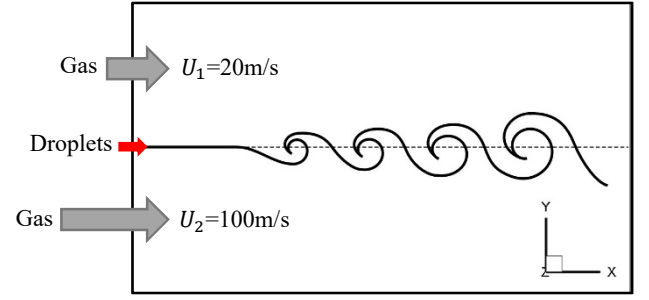


Fig. 1 Shear flow configuration.

とした。液滴側について、本研究では、液滴の質量流量と気体の質量流量との比がそれぞれ $\phi = 0.1 \times 10^{-3}$, 0.2×10^{-3} , 0.4×10^{-3} となる三つのケースを行った (表 2)。また、液滴の密度 $\rho_p = 1000 \text{kg/m}^3$ 、直径は $d = 20 \mu\text{m}$ 、ストークス数は $S_t = 0.341$ とした。ここで、 S_t は液滴の流れへの追従性を表す無次元数である。 $S_t \ll O(1)$ の時、液滴の挙動は流れに追従し、 $S_t \approx O(1)$ の時、液滴の挙動は流れと自身の慣性力に支配される⁽²⁾。 S_t は以下の式で表される。 t_p は液滴の緩和時間、 t_f は液滴の特性時間である。

$$S_t = \frac{t_p}{t_f} \quad (10)$$

$$t_p = \frac{\rho_p d^2}{18\mu_g} \quad (11)$$

$$t_f = \frac{L}{\Delta U} \quad (12)$$

更に、ケース b-1 の液滴の流量と同じで、液滴径が異なるケース b-2 と b-3 を行った (表 3)。液滴の注入は流れ場に乱れが生成されている時 ($t^* = 5$) に始める。なお、液滴の初期速度は $u_p = 20 \text{m/s}$, $v_p = w_p = 0 \text{m/s}$ とした。

Table.1 Calculation conditions of gas phase

Ambient pressure p	Air density ρ_g	Air viscosity μ_g	Reynolds number Re_g
3Mpa	35.1kg/m ³	19.3×10 ⁻⁶ N·s/m ²	6 × 10 ⁶

Table.2 Calculation conditions of droplets

Case	a-1	b-1	c-1
Mass flow rate ϕ	0.1×10^{-3}	0.2×10^{-3}	0.4×10^{-3}

Table.3 Calculation conditions of droplets

Case	b-2	b-3
Diameter d	40μm	60μm
S_t	1.36	3.07

4. 計算結果及び考察

4.1. 液滴の分布

各ケースにおいて、時間 $t^* = 6.5$ における測面から見た液滴の分布、数密度と渦構造 (灰色) を図 2, 図 3 に示す。ここ

で、図 2 は同じ液滴径の異なる液滴流量のケース(a-1), (b-1), (c-1)の結果であり、図 3 はケース(b-1)と同じ液滴流量の異なる液滴径のケース(b-2), (b-3)の結果である。なお、液滴は可視化の関係上実際のサイズの 10 倍で表示している。また、時間 $t^* = 6.5$ におけるケース(a-1), (b-1), (c-1)の液滴の数はそれぞれ 144 万, 297 万, 623 万となり、ケース(b-2), (b-3)は 39 万, 12 万となる。流れ場の渦構造は速度勾配テンソルの第 2 不変量 $\tilde{Q}$ 値の正の領域 ($\tilde{Q}^* = 100$) で可視化したものであり、 $\tilde{Q}$ 値は以下の式で表される⁽¹⁸⁾。

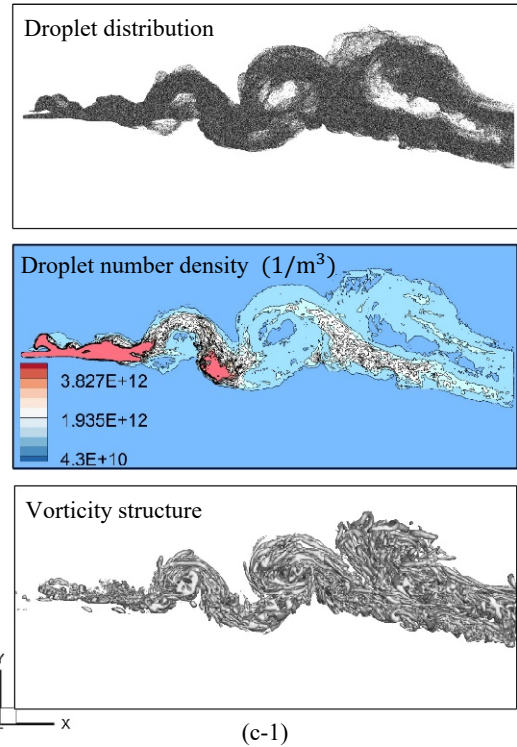
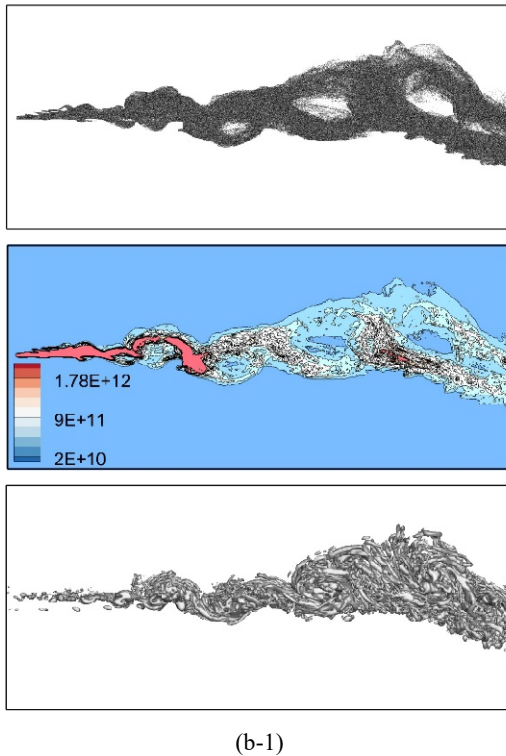
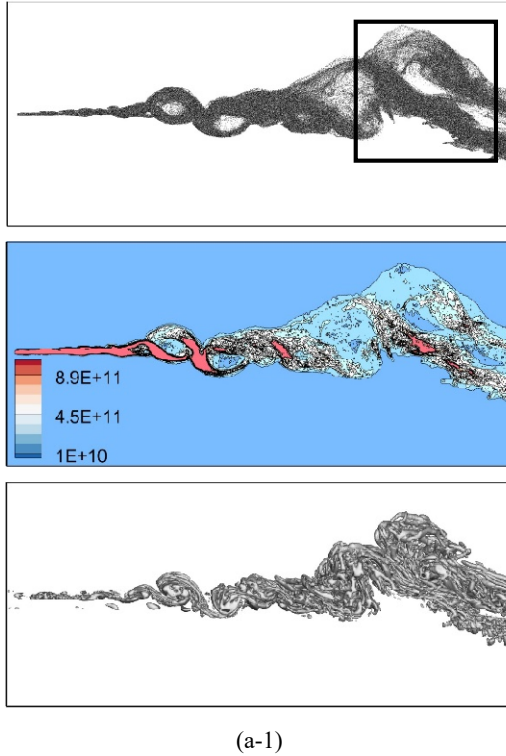


Fig.2 Droplet distribution, number density and vorticity structure at different mass flow rates. (a-1) $\Phi = 0.1 \times 10^{-3}$, (b-1) $\Phi = 0.2 \times 10^{-3}$, (c-1) $\Phi = 0.4 \times 10^{-3}$.

$$\tilde{Q} = -\frac{1}{2}(\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij} - \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}) \quad (13)$$

$\tilde{Q}^*$ は $\tilde{Q}$ を無次元したものであり、 $\tilde{Q}^* = \tilde{Q}(L/\Delta U)^2$ とした。ここで、ひずみ速度テンソル $\tilde{S}_{ij}$ は式(5)に示すものであり、渦度テンソル $\tilde{\Omega}_{ij}$ は以下の式で表される。

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_{g,i}}{\partial x_{g,j}} - \frac{\partial \tilde{u}_{g,j}}{\partial x_{g,i}} \right) \quad (14)$$

図 2 と図 3 より、いずれのケースでも液滴は初期位置から分散して行く現象が見られる。ここで、液滴の数密度に着目すると、初期位置付近は液滴の数密度が最も大きく、下流にはせん断領域から形成された大きい乱れの周りに液滴の数密度が比較的に大きいことが確認できる。なお、局所的な液滴の分布について、図 4 に示す。図 4 は各ケースに対し、スパン方向の中心位置(0.25mm)における液滴が最も拡散した領域(ケース a-1 の黒い四角形、他のケースも同様)の液滴の分布と $\tilde{Q}^*$ 値を示す。ここで、液滴は可視化の関係上実際のサイズの 20 倍で表示している。図 4 より、いずれのケースでも液滴分布の不均一性が見られ、また液滴はひずみ速度テンソルの強い領域に多く分布し、液滴の挙動が完全に渦構造に支配されていないことがわかる。その理由はストークス数が1のオーダー付近のため、液滴が遠心力により渦度テンソルの強い領域からはじき出されてしまうと考えられる。

定量的な解析として、液滴を注入する時間 $t^* = 5$ から $t^* = 6.5$ 経過までのせん断領域からの分散量の時間平均を式(15)より定量化した⁽²⁾。

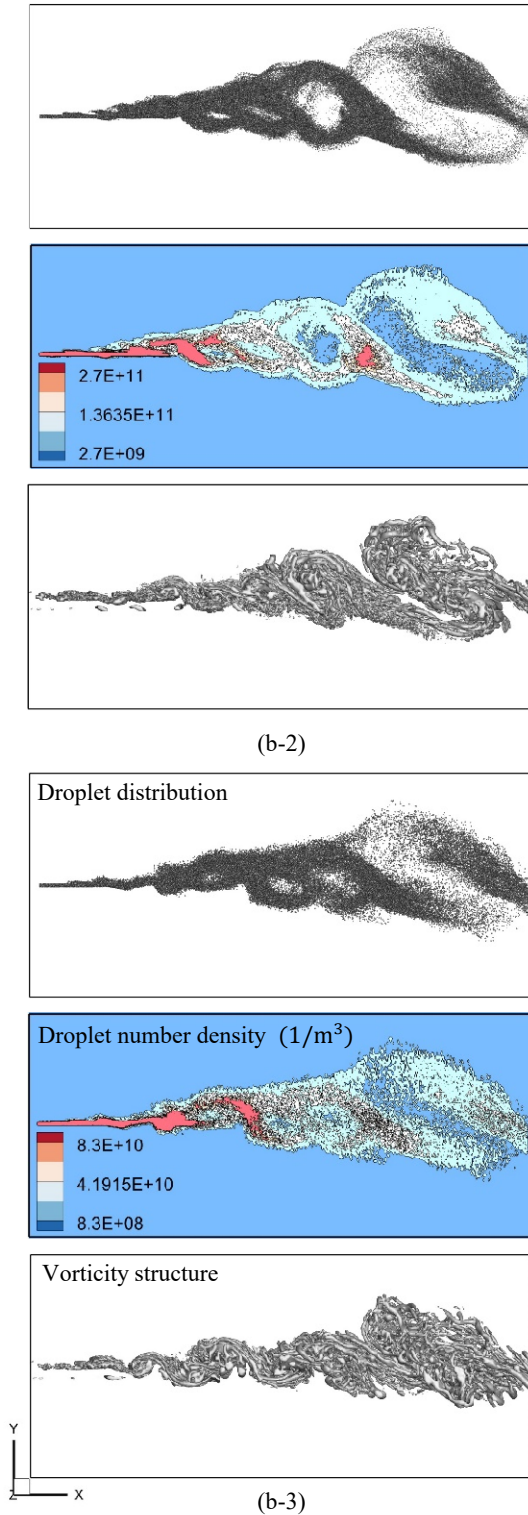


Fig.3 Droplet distribution, number density and vorticity structure at different droplet diameter. (b-2) $d = 40\mu\text{m}$, (b-3) $d = 60\mu\text{m}$.

$$D(t^*, N) = \left\{ \sum_{i=1}^N \frac{[(y_i(t^*) - y_0)]^2}{N} \right\}^{1/2} \quad (15)$$

ここで、 D は液滴の分散量、 y_i は*i*番目の液滴の垂直方向の座標位置、 y_0 はせん断層の中心位置の垂直方向の座標位置である。その分散量 D と無次元時間 t^* の関係を図 5 に示す。その結果より、いずれのケースの分散量についても、時間とともに増大する傾向が見られる。ケース(a-1), (b-1), (c-1)に着目すると、各ケ

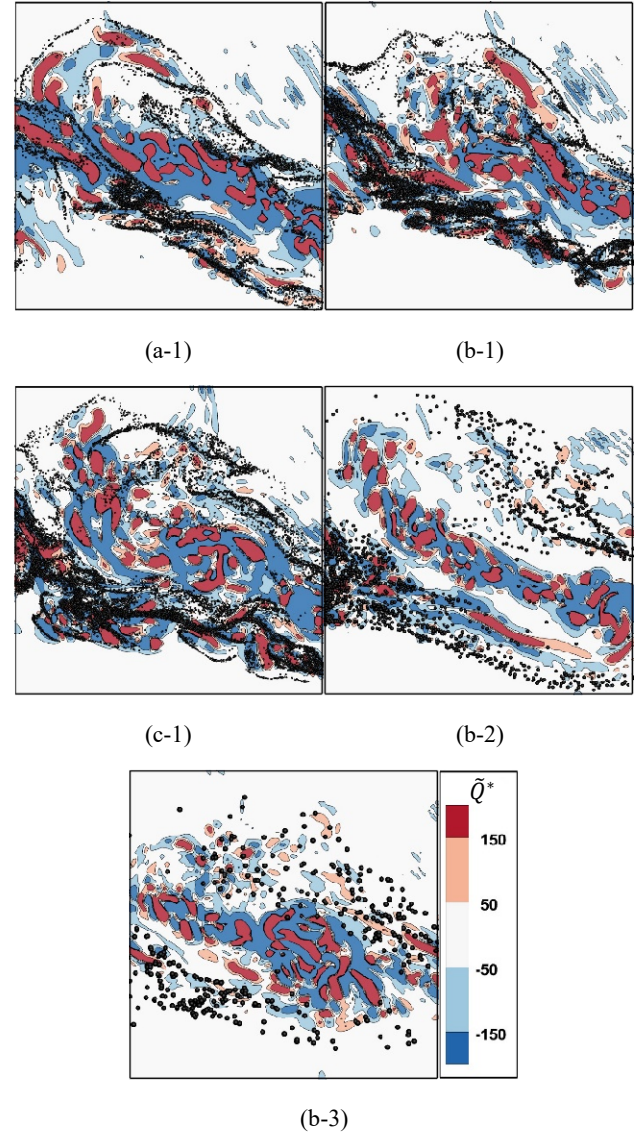


Fig.4 Local distribution of droplets. (a-1) $\Phi = 0.1 \times 10^{-3}$, (b-1) $\Phi = 0.2 \times 10^{-3}$, (c-1) $\Phi = 0.4 \times 10^{-3}$, (b-2) $d = 40\mu\text{m}$, (b-3) $d = 60\mu\text{m}$.

ースの液滴分散量が非単調的な増加傾向が見られる。ここで、液滴の流量が最も大きいケース(c-1)の分散量の増加傾向は他のケースと明らかに違うことが確認できる。その原因として、ケース(c-1)では液滴数が多いため、せん断層に与える影響が比較的に大きいことがある。特に前半のせん断領域において、液滴と気流の相対速度により大きい乱れが発生した現象が図 2 から見られる。更に生成された乱れは液滴の挙動に影響を与えるため、液滴の拡散を促進すると考えられる。一方、ケース(b-1), (b-2), (b-3)に着目すると、ストークス数が大きいほど流れへの追従性が悪くなるため、ケース(b-2)より、ケース(b-3)の液滴の分散量が減少する傾向が見られる。しかし、ストークス数が最も小さいケース(b-1)の分散量は、液滴と乱流の相互作用により非単調的な増加傾向が見られる。したがって、ケース(b-1)の分散量はケース(b-2), (b-3)と比較すると、大きくなる場合と小さくなる場合がある。

より明確な液滴の集中傾向を調べるため、すべてのケースに対し $t^* = 6.5$ における粒子の分布について、 $\bar{Q}^*$ 値により解析した。その結果を図 6 に示す。図 6 より、いずれのケースにも $\bar{Q}^*$ 値が負となる領域の液滴数が正となる領域の液滴数より明ら

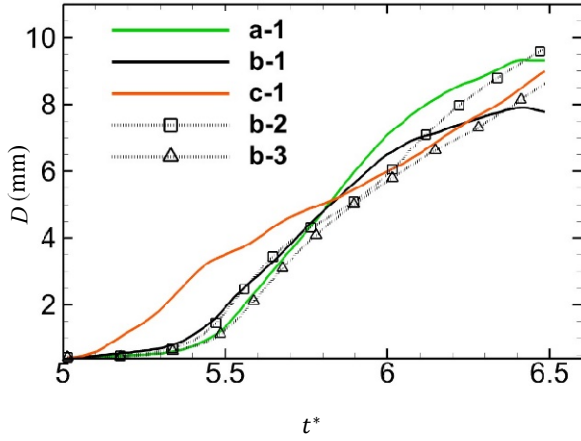


Fig.5 Dispersion of droplets with non-dimensional time t^* .
(a-1) $\phi = 0.1 \times 10^{-3}$, (b-1) $\phi = 0.2 \times 10^{-3}$, (c-1) $\phi = 0.4 \times 10^{-3}$, (b-2) $d = 40\mu\text{m}$, (b-3) $d = 60\mu\text{m}$.

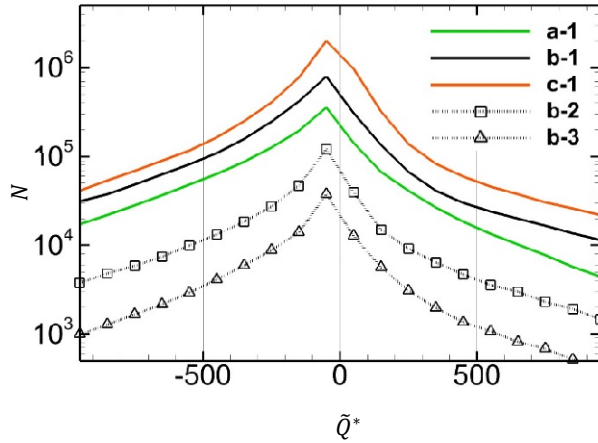


Fig.6 Number of droplets as a function of $\tilde{Q}^*$ at $t^* = 6.5$.
(a-1) $\phi = 0.1 \times 10^{-3}$, (b-1) $\phi = 0.2 \times 10^{-3}$, (c-1) $\phi = 0.4 \times 10^{-3}$, (b-2) $d = 40\mu\text{m}$, (b-3) $d = 60\mu\text{m}$.

かに多いことが見られ、最も液滴数が大きい領域は $\tilde{Q}^*$ 値が負となる側の0に近いところであることがわかる。そのため、液滴は渦度テンソルが小さく、ひずみ速度テンソルが強い領域に集めることがわかった。

4.2. 流れ場の変動

各ケースにおいて、時間 $t^* = 6.5$ における側面から見た渦構造は図2と図3に示されている。ケース(a-1), (b-1), (c-1)に着目すると、液滴の流量が多いほど、流れ場に大きな影響を及ぼす現象が見られる。特に、液滴数が最も多いケース(c-1)の上流領域に大きい乱れが形成されたことがわかる。一方、ケース(b-1), (b-2), (b-3)の渦構造に着目すると、明らかな違いがないことがわかる。ここで、流れ場への影響を明確にするため、速度変動の二乗平均の大きさ $|\tilde{u}'_{g,rms}|$ を図7に示す。ここで、 $|\tilde{u}'_{g,rms}|$ は以下の式で定義される。

$$|\tilde{u}'_{g,rms}| = \left[\frac{1}{t^*} \int_0^{t^*} |\tilde{u}'_g|^2 dt^* \right]^{1/2} \quad (16)$$

横軸 x^* は流れ方向の座標位置 x と解析領域長さ L で無次元化し

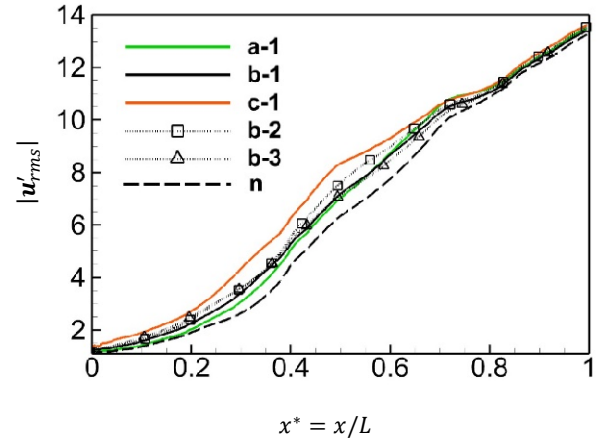


Fig.7 $|\tilde{u}'_{rms}|$ with non-dimensional location in streamwise.
(n) $\phi = 0.0$, (a) $\phi = 0.1 \times 10^{-3}$, (b) $\phi = 0.2 \times 10^{-3}$, (c) $\phi = 0.4 \times 10^{-3}$, (b-2) $d = 40\mu\text{m}$, (b-3) $d = 60\mu\text{m}$.

たものである。ケース(n)は液滴の流量が0とした計算である。その結果、各ケースに対し下流に進むと、流れ場の速度変動が大きくなり、また液滴を入ると流れ場の速度変動が大きくなることがわかる。特にケース(c-1)の速度変動が最も大きいことがわかる。ケース(a-1), (b-1)について、流れ場の速度変動が明らかな違いが見られない。一方、ケース(b-1), (b-2), (b-3)の流れ場の速度変動に着目すると、明らかな違いがないことがわかる。そのため、液滴の流量が同じ場合に、液滴径を変えることが流れ場に大きな影響に及ばないことがわかった。

5. まとめ

本研究では、航空エンジンに向けてせん断流れ中の液滴と乱流の相互作用について解析を行った。特に液滴の流量と液滴径を変えることにより、液滴の分布特性と流れ場の速度変動について調べた。その結果、液滴は初期位置付近に最も数が多く、下流に行くと拡散していくこと及び分布の不均一性があることがわかった。また、ストークス数が大きくなると、液滴の分散量が減少する傾向が見られた。更に、液滴の流量及び液滴径とは関係がなく、液滴はひずみ速度テンソルが強い領域に集中することがわかった。一方流れ場への変動について、下流領域に行くと、流れ場の速度変動が大きくなる。また、液滴を入れることにより、流れ場の速度変動が大きくなることがわかった。特に液滴流量が多いケースに対し、速度変動が大きいことがある。更に、液滴径を変えることが流れ場に大きな影響に及ばないことがわかった。ただし、これらの結果から、液滴と乱流の相互作用が全てわかったわけではない。そのため、今後の課題として流れ場の乱流エネルギー Spektral の変動を調べる予定である。また、個々の液滴が乱流へ与える影響を調べるため、液滴と乱流の相互作用による乱流変動について調べ、乱流特性への影響より明確にする。

参考文献

1. J. Bellan, S. Radhakrishnan, "Influence of computational drop representation in LES of a mixing layer with evaporating drops," *Computer & Fluids* 58 (2012) 15-26
2. S. K. Aggarwal, J. B. Yapo, F. F. Grinstein, K. Kailasanath, "Numerical simulation of particle transport in planar shear layers," *Computers & Fluids* Vol. 25, No. 1, pp. 39-59, 1996
3. K. Luo, M. Klein, J. R. Fan, K. F. Cen, "Effects on particle dispersion by turbulent transition in a jet," *Physics Letters A* 357

- (2006) 345-350
4. J. K. Eaton, "Two-way coupled turbulence simulations of gas-particle flows using point-particle tracking," *International Journal of Multiphase Flow* 35 (2009) 792-800
 5. J. Shinjo, A. Umemura, "Droplet/turbulence interaction and early flame kernel development in an autoigniting realistic dense spray," *Proceedings of the Combustion Institute* 34 (2013) 1553-1560
 6. J. Shinjo, J. Xia, A. Umemura, "Droplet/ligament modulation of local small-scale turbulence and scalar mixing in a dense fuel spray," *Proceedings of the Combustion Institute* 35 (2015) 1595-1602
 7. V. Sankaran, S. Menon, "Vorticity-scalar alignments and small-scale structures in swirling spray combustion," *Proceedings of the Combustion Institute* 29 (2002) 577-584
 8. C. M. Winkler, Sarma L. Rani, S. P. Vanka, "Preferential concentration of particles in a fully developed turbulent square duct flow," *International Journal of Multiphase Flow* 30 (2004) 27-50
 9. 稲垣昌英, "LES による工学問題の解明," 日本流体力学会数値流体力学部門 Web 会誌, 第 11 巻 第 2 号 2003 年 5 月
 10. A. Umemura, "Turbulent atomization subgrid model for two-phase flow large eddy simulation (theoretical development)," *Combustion and Flame* 165 (2016) 154-176
 11. 渡部潤也, 河内俊憲, 滝田謙一, 升谷五郎, "超音速流中における噴流の乱流混合の LES 解析," 宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2010 論文集
 12. U. Piomelli, "Large-eddy simulation: achievements and challenges," *Progress in Aerospace Science* 35 (1999) 335-362
 13. 小林敏雄, 登坂宣好, 川原睦人, 久保田弘敏, 宮田秀明, 村上周三, 吉澤徹, "乱流解析", 東京大学出版会 (1995)
 14. 木田重雄, 柳瀬眞一郎, "乱流力学", 朝倉書店 (2000)
 15. H. Takewaki, A. Hishiguchi, T. Yabe, "Cubic Interpolated Psedopartical Method (CIP) for solving hyperbolic-type equations," *Journal of Cumputional Physics* 61 (1985) 261-268
 16. 森北博巳, "アトマイゼーション・テクノロジー", 森北出版 (2011)
 17. Y. Ling, S. Zaleski, R. Scardovelli, "Multiscale simulation of atomization with small droplets represented by a Lagrangian point-particle model," *International Journal of Multiphase Flow* 76 (2015) 122-143
 18. 店橋護, 宮内敏雄, "乱流の微細渦構造の普遍性" 乱流の構造と統計 ながれ 17 (1998) 417-425