

# 多相流界面での Regular reflection と Irregular reflection の遷移における不確かさの影響評価

Uncertainty quantification of shock reflection transitions at multiphase interfaces.

- ジン ジョンフン, 東京工業大学, 東京都目黒区大岡山 2-12-1 石川台 6 号間, E-mail : jin.j.ab@m.titech.ac.jp  
 宮川 直, 東京工業大学, 東京都目黒区大岡山 2-12-1 石川台 6 号間, E-mail : miyakawa.t.ab@m.titech.ac.jp  
 肖 鋒, 東京工業大学, 東京都目黒区大岡山 2-12-1 石川台 6 号間, E-mail : xiao.f.aa@m.titech.ac.jp  
 Jonghoon Jin, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 ishikawadai 6-Building Ōokayama, Meguro, Tokyo  
 Tadashi Miyakawa, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 ishikawadai 6-Building Ōokayama, Meguro, Tokyo  
 Feng Xiao, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 ishikawadai 6-Building Ōokayama, Meguro, Tokyo

In this research, we have implemented the polynomial chaos expansion based non-intrusive collocation method to evaluate the effects of uncertainty resulted from gas contaminant on weak shock/interface interactions. We have quantified the effects of the uncertainty on four representative shock/interface interaction structures which are generated from incident shocks of different angles. We show the statistics on the pressure field to clarify the effects of the uncertainty resulted from gas contaminant on each typical structure of the shock/interface interaction phenomena. It is revealed that the precursor of the transmitted wave front along the interface plays a crucial role in transferring the uncertainty effect, and there exist some stable regions where the effect of the uncertainty is very inconspicuous.

## 1. はじめに

多相物質の境界での衝撃波・界面の相互作用は圧縮性多相流問題の基礎的かつ重要な現象である。衝撃波が多相物質の境界に入射するとき、衝撃波と界面のなす角度によって衝撃波の反射構造や界面を跨いで伝播する衝撃波との速度関係により複雑な反射・屈折構造を持つ。衝撃波の反射構造やその遷移に関しては様々な議論がなされている。衝撃波と壁面との相互作用は相互作用によりできた構造の形状により Regular reflection と Irregular reflection に分かれる。その二つの構造の遷移は理論的に Regular reflection の可能な最大の反射角条件 (the detachment criterion) と理論的に Irregular reflection が可能な最小の反射角条件 (the mechanical equilibrium criterion) が提言されている。しかし、二つの criterion の間には両方の総合作用構造が存在することができる領域 (Dual solution domain) がある。Kudryavtsev ら<sup>(2)</sup> は Dual domain での Regular reflection と Irregular reflection の間での遷移現象ではそれぞれの構造の安定性が重要となることを提言した。Sudani ら<sup>(3)</sup> は風洞実験で水蒸気を用いて反射構造を遷移させることで構造の安定性が重要となることを確認した。このように、衝撃波構造の安定性はその遷移において重要である。

多相物質の界面での相互作用構造においては Henderson ら<sup>(4)</sup> の研究がよく知られている。彼らは多相物質の境界での衝撃波・界面の相互作用の構造を分類し、入射角による各構造の間での遷移があることを明確にした。彼らは界面での衝撃波の屈折現象が一般的な屈折の法則に従うか否かを基準として Regular refraction と Irregular refraction として Fig.1 に示したように衝撃波と界面の相互作用構造を分類した。弱い衝撃波 (Weak shock<sup>(1)</sup>) の場合、Regular refraction は界面で反射された衝撃波が Expansion fan となるか衝撃波構造を維持するのかわけ RRE と RRE で分類した。Irregular refraction は 2 つの媒質でのインピーダンスの差により生じる Precursor と衝撃波との位置関係により BPR と FPR を分類し、さらに界面で Mach reflection が形成される場合を FNR として分類した。各構造の詳細に関しては「結果と考察」で数値シミュレーションの結果を用いて詳しく説明する。

Henderson らは実験結果とシミュレーション結果を比較することにより、ガスの浸透による不純物の影響を考慮した範囲で実験とシミュレーションの結果が一致することを示し、数値シミュレーションを用いて相互作用構

造同士に遷移に関して議論した。しかし、各構造の安定性に関する議論は十分とは言えない。

本研究は衝撃波・界面の相互作用の遷移域周辺における不純物の影響を不確かさ定量化手法である Stochastic collocation method を用いて評価することで衝撃波・界面の相互作用における知見を得ることを目的とする。

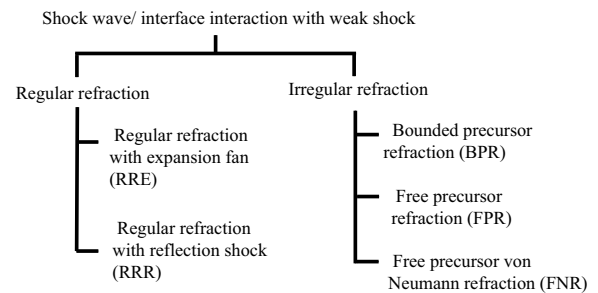


Fig. 1: Various shock-interface interaction structures with weak shock.

## 2. 研究方法

### 2.1 計算条件

Fig.2 に計算量域および初期条件を示す。200mm×100mm (1600×800 の直交格子) の計算量域に軽いガス (メタン-二酸化炭素混合ガス) と重いガス (二酸化炭素ガス) が角度  $\alpha$  の斜めの界面を跨いで充填されている。そこに計算領域の右端から 25mm のところにある衝撃波が左方向に伝播するとともに斜めの界面と相互作用することにより、特徴的な相互作用構造を形成する。衝撃波は上流と下流の圧力比が 0.78 になる normal shock wave と設定した。この初期条件は Henderson ら<sup>(4)</sup> により詳しく議論された弱い衝撃波における衝撃波・界面相互作用条件であり、よく知られている従来の条件における不確かさの影響を明確にするため、この条件を採用した。

Henderson ら<sup>(4)</sup> は実験とシミュレーションの結果の比較により、二酸化炭素ガスのメタンガスへの浸透が相互作用に重要な影響を及ぼすことを明言した。ここでは、

その知見を用いて軽いガス層には純粋なメタンガスに純粋な二酸化炭素ガスが1割前後（標準偏差 0.1 のガウス分布）浸透していることを不確かさとして取り入れた。不確かさを考慮した混合比率に沿ってメタンガス層の密度と比熱比を求めた。Tab.1 に今回の数値シミュレーションに用いた純粋なメタンガスと純粋な二酸化炭素の比熱比  $\gamma$  と分子量  $\mu$  を示す。

Tab. 1: Physical properties of pure gases

Name	$\gamma$	$\mu$ [g/mol]
Methan	1.288	16.04
Carbon dioxide	1.303	44.01

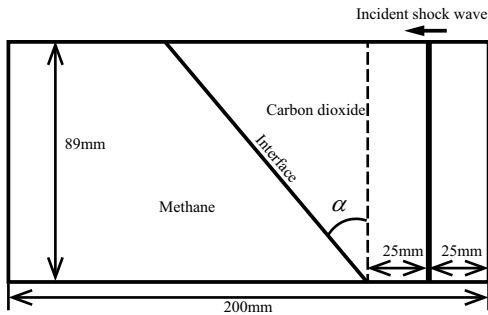


Fig. 2: Initial condition of numerical simulation.

## 2.2 数値解法

圧縮性多相流の数値解析には衝撃波や界面を精度良く捕獲することができる THINC 法<sup>(5)</sup>を用いて数値解析を行なった。リーマン問題の解法は HLLC<sup>(7)</sup>を用いた。時間積分は2段のルンゲクッタ法を用いた。

## 2.3 不確かさ定量化手法

不確かさの定量化のためには Polynomial chaos expansion(PCE)をもとにした Pseudo projection method を用いた<sup>(8)</sup>。不確かさの確率密度分布が連続であるとき少ない計算量で比較的精度よく不確かさの定量化ができる手法である。

**2.3.1 PCE and spectral collocation method** ある確率変数  $q(\xi)$  を  $\xi$  の直交多項式基底列  $\Psi = \{\psi_i(\xi)\}_{i=0}^{\infty}$  を用いて各基底多項式における係数を  $\tilde{q}_i$  として

$$q(\xi) = \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{q}_i \psi_i(\xi) \quad (1)$$

のように展開することができる。このとき、各々の係数  $q_k$  は多項式の直交性を用いることにより、

$$\tilde{q}_k = \int q(\xi) \psi_k(\xi) p(\xi) d\xi / \int \psi_k(\xi)^2 p(\xi) d\xi \quad (2)$$

と求まる。ここで、 $p(\xi)$  は不確かさ  $\xi$  の Probability density function であり、有名な Probability density に対応する直交多項式があることが知られている<sup>(9)</sup> Eq.2 の右辺の分母は直交多項式の特長により求まる<sup>(6)</sup> が分子を

求めるためには数値積分を行う必要がある。数値積分を明示的に書くと各求積点を  $\xi^{(i)}$  として

$$\tilde{q}_k = \frac{1}{D_k} \sum_{i=1}^M q(\xi^{(i)}) \psi_k(\xi^{(i)}) p(\xi^{(i)}) w^{(i)} \quad (3)$$

となる。ここで、 $D_k$  は式 (2) の右辺の分母を簡単に表記したものである。 $i$  次多項式の係数  $\tilde{q}_i$  を正確に求めるためには  $M = i + 1$  個の求積点を用いることで十分である。

**2.3.2 Statistical analysis** 求められた PCE の係数により、平均

$$E[q(\xi)] = \tilde{q}_0 \quad (4)$$

と分散

$$V[q(\xi)] = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{q}_i^2 D_i \simeq \sum_{i=1}^P \tilde{q}_i^2 D_i \quad (5)$$

を簡単に求めることができる。分散を求める際、無限和を  $P = 16$  次多項式までの係数の有限和として近似した。この近似により生じる誤差は  $P$  に関して Hyper convergence を持ち、十分な  $P$  を用いる場合高精度で分散を近似できることが知られている<sup>(8)</sup>。

## 3. 結果と考察

この節では多相流界面における衝撃波と界面の相互作用における不確かさの影響を代表的な4つのケース (RRE: The regular shock refraction, BPR: The bounded precursor refraction, FPR: The free precursor refraction, FNR: The free precursor von Neumann refraction) において報告する。

Fig.3~6 はそれぞれ  $\alpha = 32 \text{ deg}, 38 \text{ deg}, 50 \text{ deg}, 65 \text{ deg}$  における衝撃波・界面の相互作用様子および不確かさによる影響が示されている。各図は2つのフレームで構成されており上と下とはカラーマップの最小値と最大値だけが異なる。各々の図には密度のコンターが灰色の実線で、不確かさにより起因された圧力の標準偏差が白-赤のカラーマップで示されている。密度のコンター線は  $0.01 [\text{kg}/\text{m}^3]$  の間隔を持ち、このコンター線により衝撃波や界面が位置や総合作用様子を密度のコンターにより確認できる。

不確かさによる影響は圧力の標準偏差のカラーマップにより分かる。不確かさの衝撃波における影響はその強さ、傾き、位置の3つの性質に分けて議論することができる。本稿ではまず、不確かさによる相互作用構造の変化に注目するため、衝撃波の位置における不確かさの影響を主に議論する。そのため、上のフレームでは衝撃波の位置における不確かさの影響が確認できるように、300Pa 以下が白、2000Pa 以上が赤でその間のグラデーションになるようなカラーマップを描画した。不確かさの相互作用構造の位置への影響がカラーマップで赤く描画された部分の幅により比較できる。ある構造周りの赤い領域の幅が太いほどその構造は不確かさの影響により位置が大きく変化することを意味し、幅が小さいか周りに赤く現れる領域ない構造は不確かさによる影響が小さい。下のフレームは 0Pa が白、200Pa 以上が赤となるカラーマップにある。このカラーマップでは不確かさの影響が圧力場の強さに与える影響が現れている。白く表示されるところは不確かさの影響によって圧力場の強さが変化しないことを意味し、赤い色が濃いところでは不確かさの影響によって圧力場の強さが変化する。

### 3.1 衝撃波・界面の相互作用構造

各図にはそれぞれ RRE, BPR, FPR, FNR と分類される構造が堅調に現れており、ここで各構造に関して簡単に説明する。

Fig.3 に現れた RRE 構造は代表的に Regular refraction 構造である。界面 (図中  $f$ ) に入社する衝撃波 (Incident shock, 図中  $i$ ) が界面との接点 (図中  $R$ ) で反射された衝撃

波 (Reflected shock, 図中  $r$ ) と界面を通り抜け屈折される衝撃波 (Transmitted shock, 図中  $t$ ) に分かれることや衝撃波との総合作用による界面の変形 (Deformed surface, 図中  $d$ ) が現れている。反射された衝撃波は Expansion fan (図中  $e$ ) となる。

Fig.5 には Irregular refraction 構造である FPR が現れている。FPR においては Transmitted shock (図中  $t$ ) が元の衝撃波 (Incident shock) より早く伝播することにより、Transmitted shock と界面との接点 (Precursor, 図中  $P$ ) が元の衝撃波と界面との接点 (図中  $R$ ) から離れる。Transmitted shock と界面との接点 (図中  $P$ ) ではメタンガス層の中を伝播する衝撃波が屈折することによって新たな衝撃波 (Side shock, 図中  $s$ ) が生じる。Side shock は Incident shock と相互作用した後、Reflected shock に繋がる。Side shock の影響を受けた Incident shock の下部 (Modified shock) は界面で Centered expansion pan (図中  $e$ ) を形成し、最終的に Reflected shock (図中  $r$ ) と繋がる。

Fig.4 には BPR が現れている。BPR は Irregular refraction の一つで Transmitted shock と界面との Precursor (図中  $P$ ) の速度と Incident shock と界面との接点 (図中  $R$ ) の速度が同じ状況であり、RRE と違く、界面の接点周りで Transmitted shock (図中  $t$ ) が伝播方向に曲がる形状になることから区別できる。Incident shock の界面への入射角が臨界角を超えており、Regular reflection に当てはまる解は存在せしないため Irregular reflection と分類される。

Fig.6 には FNR 構造が現れている。FNR は上記で説明した FPR のように Precursor (図中  $P$ ) と Incident shock と界面の設定 (図中  $R$ ) が明確に分離されている構造であるが、界面での反射が Mach reflection となる。反射構造は Mach stem (図中  $n$ ) と Reflected shock (図中  $r'$ ) となる典型的な Mach reflection となる。また、Precursor から発達した Side shock (図中  $s$ ) が Incident shock と総合作用した後、Reflected shock (図中  $r'$ ) と合流し新たな衝撃波 (図中  $r$ ) を形成するまでもう一つの Side shock (図中  $r$ ) を形成する。

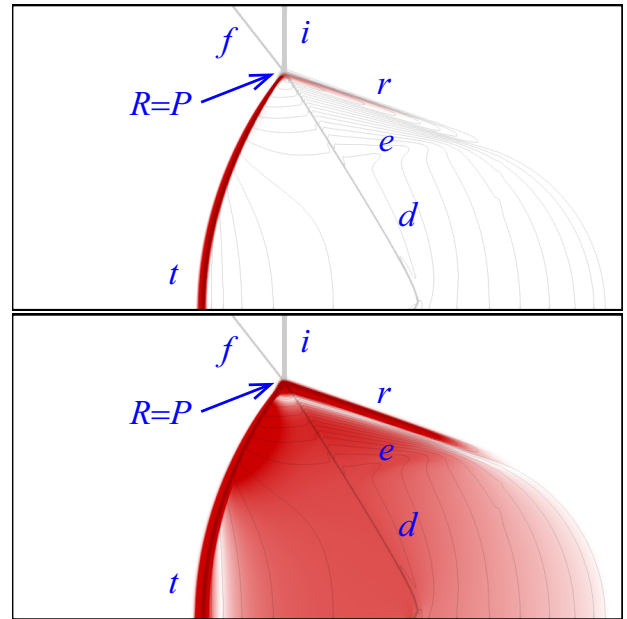


Fig. 4: Shock-interface interaction structure with  $\alpha = 38$  deg. Legends are same as Fig. 3.

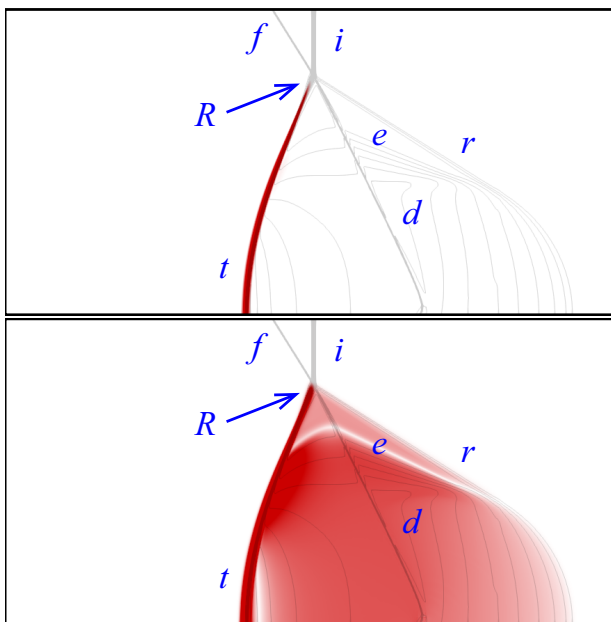


Fig. 3: Shock-interface interaction structure with  $\alpha = 32$  deg. Interval of contour lines is  $0.01 \text{ kg/m}^3$ . And maximum and minimum values of white-red colormap are  $300\text{Pa}$  and  $2000\text{Pa}$  (top),  $0\text{Pa}$  and  $200\text{Pa}$  (bottom) respectively.

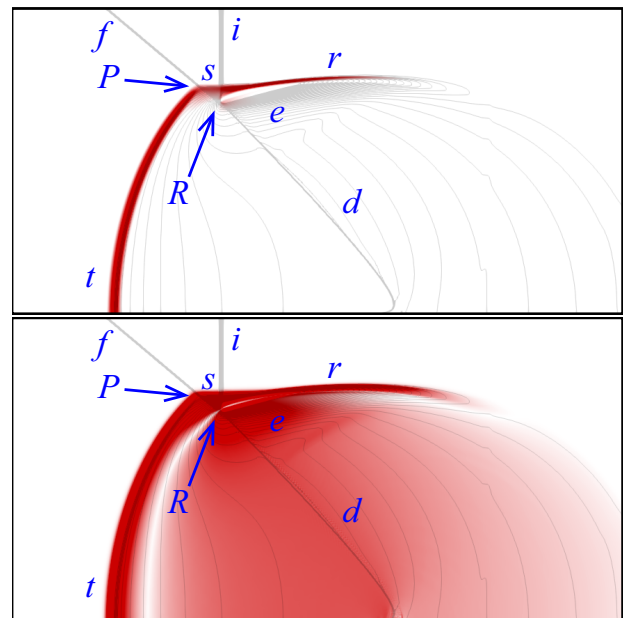


Fig. 5: Shock-interface interaction structure with  $\alpha = 50$  deg. Legends are same as Fig. 3.

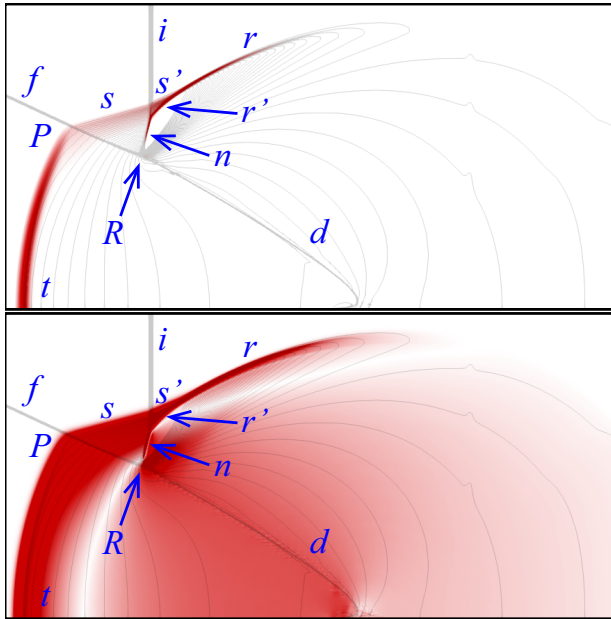


Fig. 6: Shock-interface interaction structure with  $\alpha = 65$  deg. Legends are same as Fig. 3.

### 3.2 不確かさの影響

この小節では各構造における不確かさの影響を報告する。この節の始めて述べたように上のフレームのカラーマップで赤く現れた領域の幅により、各構造への不確かさの影響を評価できる。また、下のフレームのカラーマップにより圧力場の強さにおける不確かさの影響を評価できる。

Fig. 3 の上のフレームから RRE では Transmitted shock が不確かさの影響を受けることが確認できる。Reflected shock における不確かさの影響は非常に小さい。これからはメタン層に導入した二酸化炭素の混合による不確かさは Regular refraction では Transmitted shock の位置に主な影響をもたらすことが分かる。界面側では不確かさによる影響が小さくなるのが特徴的である。下のフレームには圧力場の強さが界面内外を問わず同じ程度の不確かさの影響を受けていることが分かる。また、Expansion fan(図中  $e$ ) が発達し始めるところに不確かさの影響を受けにくい領域があることが確認できる。Transmitted shock 後ろの壁面付近でも不確かさの影響を受けにくい領域がある。

Fig.4 の BPR では上のフレームから Transmitted shock だけではなく、Reflected shock も不確かさの影響を受けることが確認できる。これは、メタン層の不確かさの影響が界面を跨いで伝わっていることを意味し、不確かさにより影響を受けた Transmitted shock が界面で相互作用することで Precursor が発達することが間接的に確認できる。下のフレームから RRE と同じく、界面の内外に関係なく圧力場が変化することが確認できるが、Expansion fan が発達し始めるところと Transmitted shock 後ろの壁面付近で不確かさの影響を受けにくい領域があることが確認できた。

Fig.5 の上のフレームに示されている通り、FPR での不確かさの影響が Transmitted shock から Reflection shock に Side shock を介して伝わる様子が確認できる。このような傾向は Fig.6 の FNR から確認でき、FNR ではもう一つの Side shock(図中  $r'$ ) への不確かさによる影響も強いことが分かる。FNR における Mach stem(図中  $n$ ) も不確かさによる影響を受けるが、主な不確かさによる影響は Transmitted shock と繋がる Side shocks と Reflected shock に現れた。Fig.5, Fig.6 の下のフレームからは Transmitted shock 後ろの壁面付近の不確かさの影響

を受けにくい領域が界面まで繋がり、界面と Modified shock との接点(図中  $R$  を介して Expansion fan が発達し始めるところにも不確かさの影響を受けにくい領域と繋がる特徴的な現象が確認された。

### 4. 結論

本研究では多相物質の境界における弱い衝撃波と界面での相互作用における不純物(二酸化炭素ガスのメタンガス層での混合)の影響を Pseudospectral method を用いて評価した。その結果、次のことが明らかになった。軽い層の不純物による不確かさは衝撃波・界面相互作用における構造に関して

- Precursor が発達しない場合は軽い層での衝撃波構造が主に不確かさの影響を受ける。
- Precursor が発達すると不確かさの影響が Precursor を介して重い層での衝撃波構造にも伝わる。

軽い層の混合物による不確かさは衝撃波・界面相互作用における圧力場に関して

- 界面を内外を問わず、圧力場の強さは不確かさによる影響を受ける。
- Transmitted shock および Expansion fan の上流側には不確かさの影響を受けにくい領域がある。

発表では不確かさの影響を受けにくい領域の物理的な意味に関してより詳しく議論したい。

### 参考文献

- (1) G. Ben-Dor, "Shock Wave Reflection Phenomena", Springer-Verlag (1991).
- (2) A. N. Kudryavtsev, D. V. Khotyanosky, M. S. Ivanov, A. Hadjadj and D. Vandromme, "Numerical investigations of transition between regular and Mach reflections caused by free-stream disturbances", Shock Waves, vol. 12 (2002), pp 157–165.
- (3) N. Sudani, M. Sato, T. Karasawa, J. Noda, A. Tate and M. Watanabe, "Irregular effects on the transition from regular Mach reflection of shock waves in wind tunnel flows", Journal of Fluid Mechanics, vol. 459 (2002), pp 167–185.
- (4) L. F. Henderson, P. Colella and E. G. Puckett, "On the refraction of shock waves at a slow-fast gas interface", Journal of Fluid Mechanics, vol. 224 (1991), pp 1–27.
- (5) KM. Shyue and F. Xiao, "An Eulerian interface sharpening algorithm for compressible two-phase flow: the algebraic THINC approach", Journal of Computational Physics, vol. 268 (2014), pp 326–354.
- (6) M. Abramowitz, I. Stegun, "Handbook of Mathematical Functions.", Dover, new York, (1940).
- (7) E. F. Toro, "Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction", Springer Science & Business Media (2013).
- (8) D. Xiu, "Numerical Methods for Stochastic Computations: A Spectral Method Approach", Princeton University Press (2010).
- (9) D. Xiu and G. E. Karniadakis, "The Wiener–Askey Polynomial Chaos for Stochastic Differential Equations", J. Sci. Comput., vol. 24(2) (2002), pp 619–644.