

# 格子ボルツマン法による浮遊物体を含む津波の大規模シミュレーション

A large scale tsunami simulation including floating debris using Lattice Boltzmann Method

- 河原淳, 東工大, 東京都目黒区大岡山 2-12-1, E-mail : kawahara@sim.gsic.titech.ac.jp
- 渡辺勢也, 東工大, 東京都目黒区大岡山 2-12-1, E-mail : watanabe@sim.gsic.titech.ac.jp
- 青木尊之, 東工大, 東京都目黒区大岡山 2-12-1, E-mail : taoki@gsic.titech.ac.jp
- 橋本博公, 神戸大, 兵庫県神戸市灘区六甲台町 1-1, E-mail : hashimoto@port.kobe-u.ac.jp

Jun Kawahara, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1, Ookayama, Meguro-ku, Tokyo  
Seiya Watanabe, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1, Ookayama, Meguro-ku, Tokyo  
Takayuki Aoki, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1, Ookayama, Meguro-ku, Tokyo  
Hirotada Hashimoto, Kobe University, 1-1, Rokkodai-cho, Nada-ku, Kobe

The purpose of this study is obtaining impact pressure including a lot of objects by simulation. We calculated the free interface flow using Lattice Boltzmann Method and phase-field method. Lattice Boltzmann Method is one kind of weakly compressibility solutions and is suitable for large scale simulation because its algorithm is easy. And we used phase-field method for interface capturing. In this simulation, we have 16 GPUs in parallel and made large-scale calculations. From this simulations, the results of this simulation show that the pressure generated by the tsunami is greater than the hydrostatic pressure, and the collision force between floating debris and wall is very larger than the wave force.

## 1. 緒言

津波による構造物への影響を評価する際、流体と構造物の連成により発生する力と津波によって流された物体と構造物の衝突により発生する力を評価する必要がある。国土交通省のガイドライン等は、津波の浸水領域や水深から前者を評価することが主であり、後者を基にした評価は少ない。また、津波シミュレーションは主に2種類の方法で行われている。1つは広域の津波伝播を2次元の非線形浅水波モデルで解き、津波の到達時間や波高及び、遡上域を予測するシミュレーションである。もう一つは、津波の遡上計算を3次元自由界面を有する流れとして詳細に解く方法である。後者は計算負荷が大きく大規模計算になるため、十分細かい格子で計算することが困難だった。

本研究では、津波に含まれる多数の浮遊物体を高精度で計算するために、1格子を用いた大規模な3次元計算を行う。今回のシミュレーションのために、流体計算には格子ボルツマン法を用いる。格子ボルツマン法は圧力の変化を陽的に解くことを可能にした弱圧縮性解法の一つである。完全な陽解法であり、隣接参照する点が近いこと、メモリアクセスの局所性が高いという特長がある。また、アルゴリズムが容易であるため並列化が容易であり、大規模計算に適した計算手法である。上記のシミュレーションを実現し、浮遊物体を含んだ津波により発生する力の検証を行う。

## 2. 計算手法

### 2.1 格子ボルツマン法

格子ボルツマン法は流体を各格子点上で並進・衝突する多数の粒子と仮定し、仮想粒子の速度分布関数を解くことにより流れ場を求める計算手法である。速度方向の離散化にはD3Q27速度モデルを用いる。速度分布関数  $f$  の時間発展方程式は以下の様になる。

$$f_{\alpha}(\mathbf{x} + \mathbf{c}_{\alpha}\Delta t, t + \Delta t) = f_{\alpha}(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau}[f_{\alpha}(\mathbf{x}, t) - f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)] \quad (1)$$

ここで、添字  $\alpha$  は速度分布関数の方向、 $\mathbf{c}_{\alpha}$  は速度分布関数の速度であり、 $c = \Delta x/\Delta t$  を用いて以下の様に定義さ

れる。

$$\mathbf{c}_{\alpha} = \begin{cases} (0, 0, 0) & (\alpha = 0) \\ (\pm c, 0, 0), (0, \pm c, 0), (0, 0, \pm c) & (1 \leq \alpha \leq 6) \\ (\pm c, \pm c, 0), (0, \pm c, \pm c), (\pm c, 0, \pm c) & (7 \leq \alpha \leq 18) \\ (\pm c, \pm c, \pm c) & (19 \leq \alpha \leq 26) \end{cases} \quad (2)$$

$\tau$  は緩和係数であり、流体の動粘度  $\nu$  を用いて以下の様に定義される。

$$\tau = \frac{1}{2} + \frac{2\nu}{c^2\Delta t} \quad (3)$$

$f_{\alpha}^{\text{eq}}$  は局所平衡状態における速度分布関数を表し、格子上で流体の速度  $\mathbf{u}$ 、密度  $\rho$  を用いて以下の様に定義される。

$$f_{\alpha}^{\text{eq}} = w_{\alpha}\rho \left( 1 + \frac{3\mathbf{c}_{\alpha} \cdot \mathbf{u}}{c^2} + \frac{9(\mathbf{c}_{\alpha} \cdot \mathbf{u})^2}{2c^4} - \frac{3|\mathbf{u}|^2}{2c^2} \right) \quad (4)$$

ここで、 $w_{\alpha}$  は方向別の重み係数、 $c_s$  は音速である。流体の速度  $\mathbf{u}$  と密度  $\rho$  は速度分布関数を用いてそれぞれ以下の様に表される。

$$\rho = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \quad (5)$$

$$\mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha} \mathbf{c}_{\alpha} f_{\alpha} \quad (6)$$

式(1)の右辺の衝突項の計算はSRT(Single Relaxation Time)モデルである。SRTモデルはアルゴリズムが単純かつ制度が良いため、広く用いられてきたが、高レイノルズ数の計算において数値振動が増大し、計算が不安定になるという問題がある。そこで本研究では高レイノルズ数の領域で計算精度と数値安定性の高いキムラントモデル<sup>(1)</sup>を用いた。

物体と流体の境界条件には Interpolated bounce-back 境界条件<sup>(2)</sup>を用いる。格子点から壁までの距離と格子点間の距離の比を  $q$  とすると、Interpolated bounce-back 境界条件によって計算される速度分布関数  $\hat{f}_\alpha$  は以下の様になる。

$$\hat{f}_\alpha(\mathbf{x}, t + \Delta t) = \begin{cases} 2q\bar{f}_\alpha(\mathbf{x}, t) + (1 - 2q)f_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{c}_\alpha\Delta t, t) + 6w_\alpha\rho\frac{\mathbf{c}_\alpha \cdot \mathbf{u}_w}{c^2} \\ (q < \frac{1}{2}) \\ \frac{1}{2q}\bar{f}_\alpha(\mathbf{x}, t) + \frac{2q-1}{2q}f_\alpha(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{2q}\left(6w_\alpha\rho\frac{\mathbf{c}_\alpha \cdot \mathbf{u}_w}{c^2}\right) \\ (q \geq \frac{1}{2}) \end{cases} \quad (7)$$

ここで、 $\bar{f}_\alpha$  は  $\alpha$  と逆向きに速度分布関数を表し、 $\mathbf{u}_w$  は壁の移動速度である。

自由境界面では、気体内の格子点から流体内の格子点に移動する速度分布関数  $\hat{f}_\alpha$  は以下の様になる。

$$\hat{f}_\alpha(\mathbf{x}, t + \Delta t) = -f_\alpha(\mathbf{x}, t) + f_\alpha^{\text{eq}}(\rho_0, \mathbf{u}_b) + f_\alpha^{\text{eq}}(\rho_0, \mathbf{u}_b) \quad (8)$$

ここで  $\rho_0$  は界面の密度、 $\mathbf{u}_b$  は界面の速度である。

固体粒子や界面の移動により、前のステップで液相領域ではなかったセルが液相セルに変わったとき、新しい速度分布関数を隣接する液相セルの速度分布関数の平均値として計算する。

## 2.2 Phase-field 法による界面捕獲

界面捕獲には Phase-field 法を用いる。Phase-field 法は界面を表す秩序変数  $\phi$  を定義し、 $\phi$  の時間発展を解くことにより界面を捕獲する手法である。秩序変数は液相を  $\phi_l = 1$ 、気相を  $\phi_g = 0$  と定義し、 $0 < \phi < 1$  の領域を有厚さの界面と定義する。秩序変数  $\phi$  の時間発展は以下の保存型 Allen-Cahn 方程式を解く。

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} + \nabla \cdot \phi \mathbf{u} = \nabla \cdot \left[ M \left( \nabla\phi - \frac{1 - 4(\phi - \phi_{\text{avg}})^2}{W} \mathbf{n} \right) \right] \quad (9)$$

ここで、 $\phi_{\text{avg}} = (\phi_l + \phi_g)/2$  で与えられ、界面の位置を表す。  $t$  は時間、 $\mathbf{u}$  は速度ベクトル、 $M$  はモビリティを表す係数、 $W$  は界面幅、 $\mathbf{n}$  は界面方向を表す単位ベクトルである。時間発展方程式は Fakhari ら<sup>(3)</sup> によって提案された格子ボルツマン法に基づく解法により計算する。

## 2.3 流体から物体に働く抗力の計算

流体から物体に働く抗力は、Momentum-exchange Method<sup>(4)</sup>を用いて計算する。Momentum-exchange Method は物体と流体中の粒子との衝突により物体と粒子との間で運動量が交換されると仮定し、粒子が物体と衝突する前後での運動量の変化を求めることで、物体に働く抗力を計算する手法である。具体的には物体に働く抗力を  $\mathbf{F}$  として、以下の計算により求めることができる。

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\Delta t} \sum_{\mathbf{x}} \sum_{\alpha=0}^{Q-1} \mathbf{c}_\alpha (f_\alpha(\mathbf{x}, t) + \hat{f}_\alpha(\mathbf{x}, t + \Delta t)) B(\mathbf{x}, \mathbf{x} + \mathbf{c}_\alpha \Delta t) \quad (10)$$

$$B(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \begin{cases} 1 & (\mathbf{x}_1 \text{ is fluid lattice and } \mathbf{x}_2 \text{ is solid lattice}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (11)$$

ここで  $\hat{f}_\alpha$  は Interpolated bounce-back から求められる速度分布関数である。

## 2.4 物体同士の衝突計算

本研究では、微小球形粒子を剛体連結して物体形状を表現し、物体間の接触力は微小球形粒子により評価する。物体同士の衝突により発生する力は個別要素法を用いて計算する。個別要素法は粒子間の接触相互作用をバネとダッシュポッドの単純なモデルを用いて計算を行う手法である。個別要素法では粒子の並進と回転の運動方程式をそれぞれ時間積分することで粒子の位置と速度の更新を行う。運動方程式はそれぞれ以下の様になる。

$$m_k \frac{d\mathbf{v}_k}{dt} = m_k \mathbf{g} + \sum_i^{N_k} \mathbf{F}_i + \mathbf{F}_k^{\text{Fluid}} \quad (12)$$

$$\frac{d\mathbf{L}_k}{dt} = \sum_i^{N_k} \{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_k) \times \mathbf{F}_i\} + \mathbf{M}_k^{\text{Fluid}} \quad (13)$$

ここで、 $m_k$  は剛体の質量、 $\mathbf{v}_k$  と  $\mathbf{L}_k$  はそれぞれ剛体の速度ベクトルと角運動量ベクトル、 $N_k$  は剛体を構成する粒子の数、 $\mathbf{F}_i$  は個別要素法から求められる力、 $\mathbf{x}_k$  は剛体の重心の位置ベクトル、 $\mathbf{F}_k^{\text{Fluid}}$ 、 $\mathbf{M}_k^{\text{Fluid}}$  はそれぞれ剛体が流体から受ける力とトルク、 $\mathbf{g}$  は重力加速度ベクトルである。

## 3. 津波シミュレーション

Fig.1 の様に、 $2.0 \text{ m} \times 6.0 \text{ m} \times 20.0 \text{ m}$  の計算領域にスロープを設置する。スロープの先に初期水位  $0.5 \text{ m}$  を設定した場合とそうでない場合、またそれぞれについて物体を置く場合置かない場合の 4 つの場合に分けて計算を行い、右端壁に加わる力を計算する。流体から受ける力は流体の圧力から計算し、物体と壁との衝突による力は前述した個別要素法により計算する。

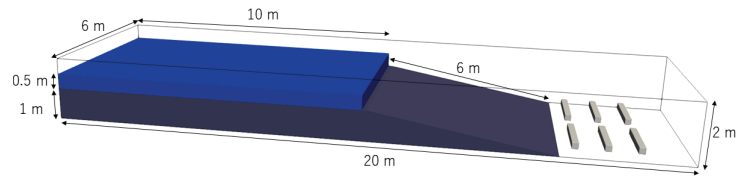


Fig. 1: Initial condition of tsunami simulation.

計算領域を格子幅  $1.0 \times 10^{-2} \text{ m}$ 、計算格子数  $200 \times 600 \times 2000$  で分割し、16 台の GPU を用いて計算を行った。1GPU あたりの格子数は  $200 \times 300 \times 250$  である。流体は水を想定し、密度を  $1000 \text{ kg/m}^3$ 、動粘度  $1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  とした。物体は  $0.21 \text{ m} \times 0.21 \text{ m} \times 2 \text{ m}$  の直方体とし、密度は  $800 \text{ kg/m}^3$  とした。

### 3.1 初期水位を設定した場合

初期水位  $0.5 \text{ m}$  を設定した場合のシミュレーション結果を可視化したものを Fig.2, Fig.3 に示した。また、右端壁に加わる力の時間変化を Fig.4 に示した。グラフの赤線が物体を置いた場合、青線が物体を置かなかった場合の壁が流体から受ける力である。初期水位がある場合、波が先に壁に衝突することにより、物体が壁に衝突しなかった。波力に大きな違いは無かったが、物体がある場合の方が波力の振動が小さくなっていることが分かる。これは波の持っているエネルギーが物体に伝わり、波の持っているエネルギーが小さくなったためだと考えられる。

### 3.2 初期水位を設定しない場合

初期水位を設定しない場合のシミュレーション結果を可視化したものを Fig.5, Fig.6 に示した。また、右端壁に加わる力の時間変化を Fig.7 に、結果の一部を拡大したも

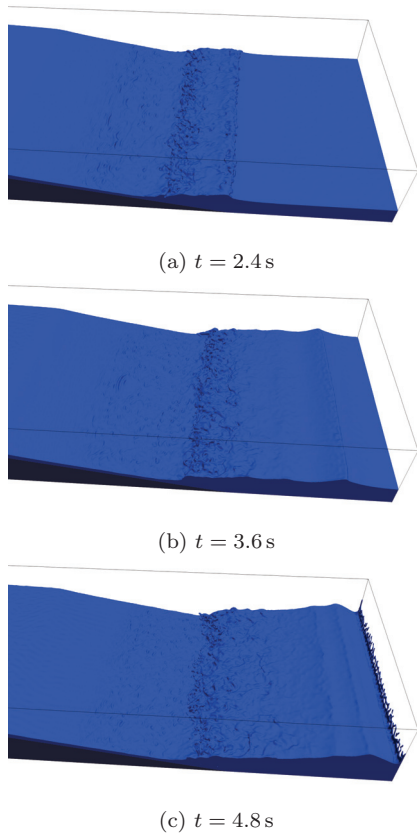


Fig. 2: Results of calculation when no object.

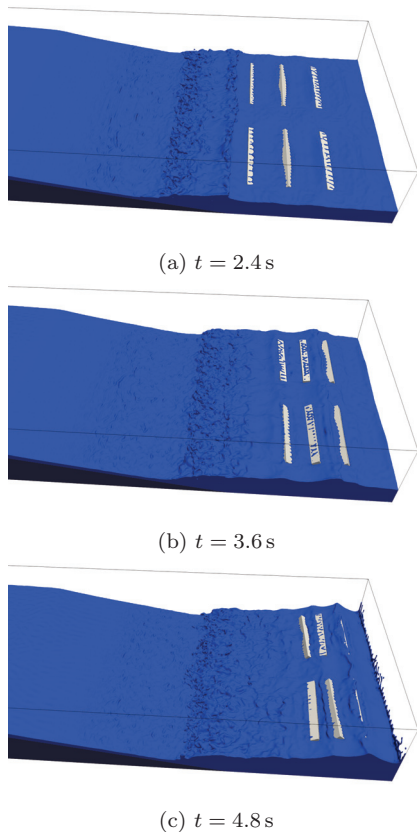


Fig. 3: Results of calculation when there are six objects.

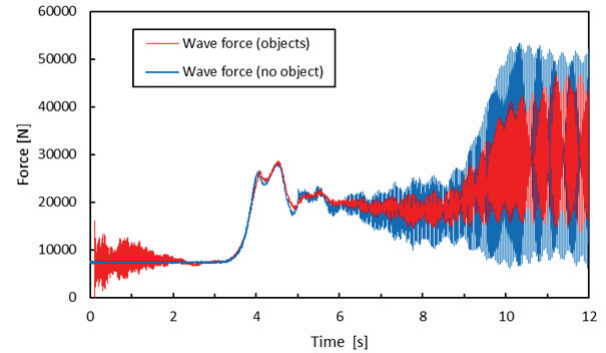


Fig. 4: Wave force when initial water.

のを Fig.8 に示した。初期水位を設定しなかった場合、物体が壁と衝突したため、Fig.7 の橙色が物体と壁との衝突力、赤色が物体を置いた場合、青色が置かなかった場合のそれぞれ壁が流体から受ける力である。青色のグラフから流れてきた波が壁に衝突することで大きな波力が発生しているが、その後それよりも大きい波力が発生していることが分かる。また、初期水位を設定した場合と同様に物体を置いた場合、物体を置かなかった場合と比べて初期に発生する波力が小さくなっている。物体の衝突力と波力を比較すると、今回の計算条件では、衝突力が波力よりも非常に大きくなっていることが分かる。物体を置いた場合、波力が振動して大きくなっている部分があるが、これは物体が流されることで流体が圧縮され、壁付近の圧力が大きくなったためであると考えられる。

#### 4. 結言

今回の研究では、格子ボルツマン法と Phase field 法による自由界面流れの計算を行い、浮遊物体を含んだ津波の大規模シミュレーションを行えることを確認した。このシミュレーションにより、津波によって流された物体が壁に衝突することにより発生する力が、波力よりも非常に大きくなることが確かめられた。これにより、津波被害を予測する際、津波そのものによる被害だけでなく、それによって流される物体がもたらす被害も予測する必要があると考えられる。

今後の展望としては、計算領域、物体の数、津波の条件等を変えた計算を行う、実地形を考慮した計算を行うことが挙げられる。

#### 謝辞

水槽実験のビデオをご提供頂いた神戸大学大学院海自科学研究科橋本博公准教授に心から感謝の意を表します。また本研究は、科学研究費補助金・基盤研究 (S) 課題番号 26220002 「ものづくり HPC アプリケーションのエクサスケールへの進化」、学術大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点 (JHPCN) 課題番号 jh180034, jh180035, 特別研究奨励費・課題番号 17J09945, および革新的ハイパフォーマンス・コンピューティング・インフラ (HPCI) から支援を頂いた。記して謝意を表す。

#### 参考文献

- (1) Martin Geier, Martin Schonherr, Andrea Pasquali, and Manfred Krafczyk. The cumulant lattice Boltzmann equation in three dimensions: Theory and validation. *Computers & Mathematics with Applications*, Vol 70, No. 4, pp.507-547, 2015
- (2) M. Bouzidi, M. Firdaouss, and P. Lallemand. Momentum transfer of a Boltzmann-lattice fluid with

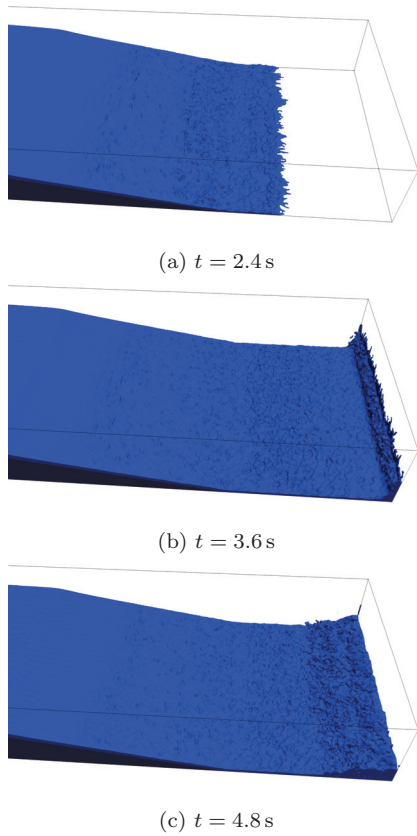


Fig. 5: Results of calculation when no object.

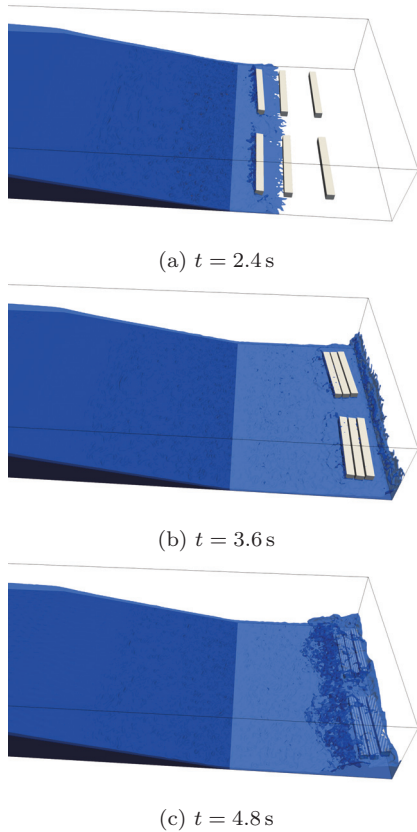


Fig. 6: Results of calculation when there are six objects.

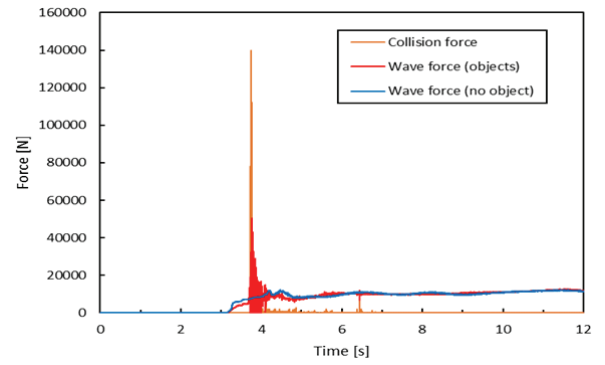


Fig. 7: Wave force.

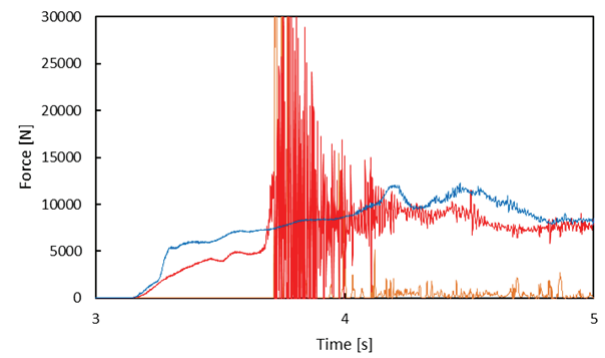


Fig. 8: Wave force when no initial water. (expansion)

boundaries. *Physics of Fluids*, Vol. 13, No. 11, pp. 3452-3459, 2001.

- (3) Abbas Fakhari, Martin Geier, and Taehun Lee. A mass-conserving lattice Boltzmann method with dynamic grid refinement for immiscible two-phase flows. *J. Comput. Phys.* 315, pp. 434-457, 2016.
- (4) Dazhi Yu, Renwei Mei, Li-Shi Luo, and Wei Shyy. Viscous ow computations with the method of lattice Boltzmann equation. *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 39, No. 5, pp. 329-367, 2003.
- (5) 河原淳, 渡辺勢也, 青木尊之, 多数の瓦礫を含む津波の大規模シミュレーション, 日本流体力学年会, (2018)
- (6) 渡辺勢也, 青木尊之, 長谷川雄太, AMR 法を導入した格子ボルツマン法による大規模流体構造連成解析, 日本流体力学年会, (2018)