

# 移動する音源による音波伝播の数値シミュレーション

Numerical simulation of wave propagation by moving sound source

- 寺町幸希子, お茶大, 〒 112-8610 東京都文京区大塚 2-1-1, E-mail : teramachi.sakiko@is.ocha.ac.jp
- 河村哲也, お茶大, 〒 112-8610 東京都文京区大塚 2-1-1, E-mail : kawamura@is.ocha.ac.jp

Sakiko Teramachi, Ochanomizu University, 2-1-1, Otsuka, Bunkyo-ku, Tokyo, 112-8610, Japan  
Tetuya Kawamura, Ochanomizu University, 2-1-1, Otsuka, Bunkyo-ku, Tokyo, 112-8610, Japan

In this study, propagation of the sound wave generated by moving sound source is numerically simulated. This is one model to analyze the noise pollution caused by wind turbines of propeller type. The basic equation is linearized Euler equation with source term. Two types of the simulation are performed. One is the simulation in small region and the other is that in large region. The former uses PML boundary condition to avoid unphysical reflection at the boundary and forth order implicit compact difference scheme is employed. The latter uses non-uniform grid system to express large region by small number of grid points. Forth order explicit difference is used. Both methods work well and typical phenomena such as Doppler effect are captured without unphysical reflection at the boundary.

## 1. はじめに

我々は、自動車等の乗り物の音や工事現場の音、生活音、音楽など様々な音に囲まれて日々暮らしている。それらの音は、人によって、また時と場合によって心地よいと感じることもあれば騒音と感じることもある。騒音に関する問題は、近年深刻化しておりトラブルの原因にもなっている。この騒音問題が弊害となっているもの一つに、風車の騒音がある。風力発電は、代替エネルギー源として近年注目されているが、日本ではあまり実用化されておらず、その理由の一つとして風車騒音が挙げられている。

そのため本研究では、風車ブレードから発生する音を移動する音源とみなし、発生する音波がどのように伝播するかを数値シミュレーション<sup>(1)</sup>することで、風車騒音への応用を考えることを目的とした。

## 2. モデル化・格子生成

### 2.1 計算領域・方法

縦横それぞれ 1, 奥行き 0.5 の直方体の領域を考え、以下の二つの方法で音波伝播の様子を調べる。

- (1) 方法 1 : 等間隔格子, 吸収層使用
- (2) 方法 2 : 不等間隔格子

#### 2.1.1 方法 1

Fig.2.1 のように音源を設定し回転させた時の音波伝播の様子を調べる。また吸収層を設定することで、Fig.2.2 の色のついた面 (反射面で地面を想定) 以外で音波が吸収されるようにし、吸収層なしの場合とありの場合とで比較する。

また、音源の回転半径を実際の風車のブレードの回転半径に近い値で設定する。回転半径の違いや、回転数の違いにより音波伝播の様子を比較する。

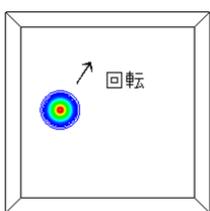


Fig. 2.1: Sound source

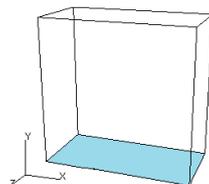


Fig. 2.2: Absorption layer

#### 2.1.2 方法 2

Fig.2.3 のように音源を設定し回転させた時の音波伝播の様子を調べる。吸収層は設定せず、境界を遠方に設定する。格子数を減らすため、不等間隔格子を用いる。

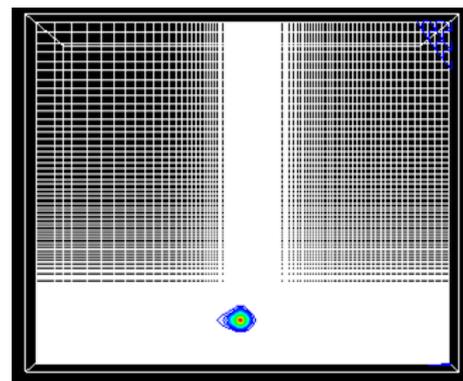


Fig. 2.3: Location of Sound source

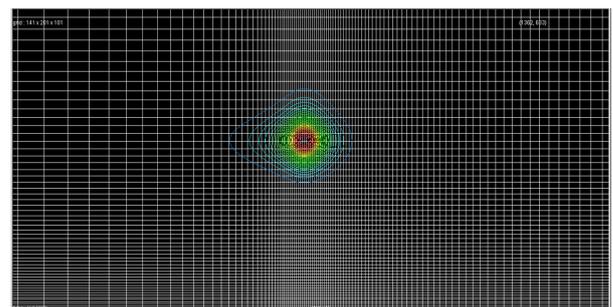


Fig. 2.4: Zoom up figure of Fig.2.3

## 2.2 格子

### 2.2.1 等間隔格子

格子数は  $200 \times 200 \times 100$  とした。各方向の比率が  $x: y: z = 1: 1: 1$  である直交等間隔格子を用いる。(Fig. 2.5)

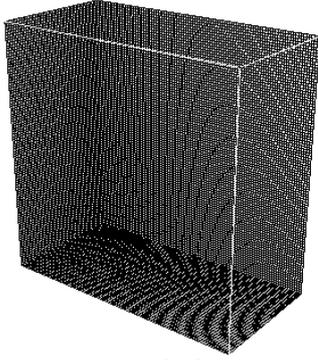


Fig. 2.5:  
Uniform spacing grid

### 2.2.2 不等間隔格子

格子数は  $280 \times 400 \times 180$  とした。音源の長さを 1 とした時、x 軸方向が 3.54, y 軸方向が 2.12, z 軸方向が 2.09 となるような、音源を中心とした、音源から遠ざかる程格子の間隔が広がる不等間隔格子を用いる。(Fig.2.6) Fig.2.7 は音源付近の格子を拡大したものである。

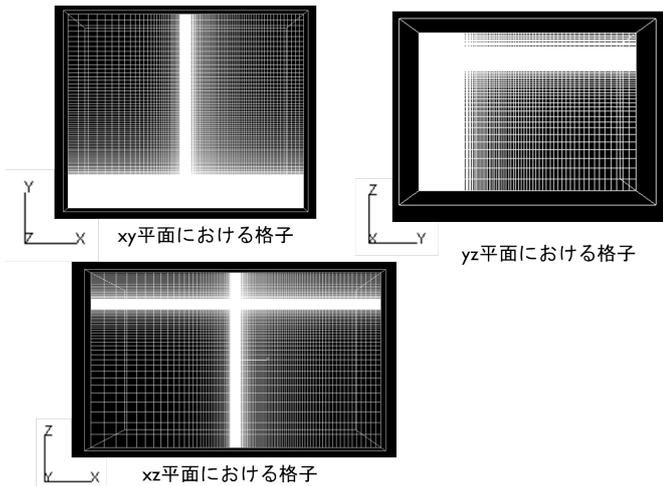


Fig. 2.6:  
Non-uniform spacing grid

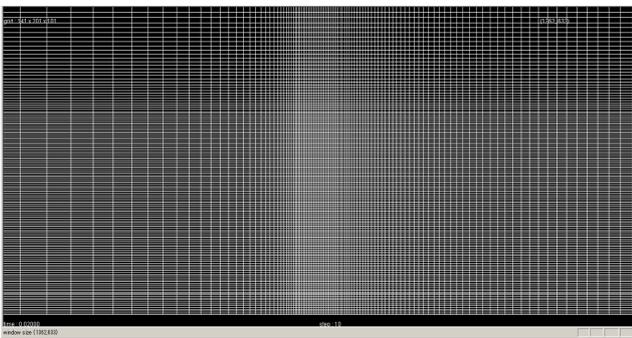


Fig. 2.7: Zoom up figure of Fig.2.6

## 3. 計算方法

### 3.1 基礎方程式

以下の線形化オイラー方程式を使用する。

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\nabla P \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{V} + Q \quad (2)$$

$P$ : 圧力,  $\vec{V}$ : 速度ベクトル

$Q$  は音源で、音源から発せられる波から数値誤差により余分な波が発生しないように、空間的に数点を使ったガウス分布の振幅を時間的に振動させることによってなめらかな音源を再現した。

### 3.2 境界条件

数値シミュレーションは限られた領域で行うが、実際はとても広い領域で音波が伝播する。そこで、PML法 (Perfectly Matched Layer) <sup>(2)(3)</sup> を利用して吸収層を設定する方法と、不等間隔格子を用いる方法の2つの方法で実際の領域に近づくようにした。

#### 3.2.1 方法1 吸収層

$\vec{V} = (u, v, w)$  とし、それに対する補正項 1 を  $\vec{V}_1 = (u_1, v_1, w_1)$  とする。また、 $P$  に対する補正項 2 を  $P_1$  とすると、

$$\begin{aligned} u_1 &= m_4 u + n_4 \int u \, dt + n_5 \int \left( \int u \, dt \right) dt \\ &\quad + m_1 \frac{\partial}{\partial x} \int P \, dt + n_1 \frac{\partial}{\partial x} \int \left( \int P \, dt \right) dt \\ v_1 &= m_4 v + n_4 \int v \, dt + n_5 \int \left( \int v \, dt \right) dt \\ &\quad + m_1 \frac{\partial}{\partial y} \int P \, dt + n_1 \frac{\partial}{\partial y} \int \left( \int P \, dt \right) dt \\ w_1 &= m_4 w + n_4 \int w \, dt + n_5 \int \left( \int w \, dt \right) dt \\ &\quad + m_1 \frac{\partial}{\partial z} \int P \, dt + n_1 \frac{\partial}{\partial z} \int \left( \int P \, dt \right) dt \\ P_1 &= m_4 P + n_4 \int P \, dt + n_5 \int \left( \int P \, dt \right) dt \\ &\quad + m_1 \frac{\partial}{\partial x} \int u \, dt + n_1 \frac{\partial}{\partial x} \int \left( \int u \, dt \right) dt \\ &\quad + m_2 \frac{\partial}{\partial y} \int v \, dt + n_2 \frac{\partial}{\partial y} \int \left( \int v \, dt \right) dt \\ &\quad + m_3 \frac{\partial}{\partial z} \int w \, dt + n_3 \frac{\partial}{\partial z} \int \left( \int w \, dt \right) dt \end{aligned}$$

となる。ここで補正項に現れるパラメータは、

$$\begin{aligned} m_1 &= \sigma_y + \sigma_z & n_1 &= \sigma_y \sigma_z \\ m_2 &= \sigma_z + \sigma_x & n_2 &= \sigma_z \sigma_x \\ m_3 &= \sigma_x + \sigma_y & n_3 &= \sigma_x \sigma_y \\ m_4 &= \frac{m_1 + m_2 + m_3}{2} & n_4 &= n_1 + n_2 + n_3 \\ & & n_5 &= \sigma_x \sigma_y \sigma_z \end{aligned}$$

である。  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  はそれぞれ x 座標, y 座標, z 座標の吸収率を表しており, 本研究では吸収層ありの場合にはそれぞれ 0.4 と設定し, 吸収層なしの場合ではそれぞれ 0 と設定した。また吸収層は, 4.1.1 では格子 30 個分, 4.1.2, 4.1.3 では格子 10 個分である。

上記の補正項と式 (1)(2) より, 吸収層内では下記の方程式を解いた。

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\nabla P - (\text{補正項 1}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{V} + Q - (\text{補正項 2}) \quad (4)$$

### 3.2.2 方法 2 不等間隔格子

壁面での流速および圧力は 0 とした。壁面での微分値は 2 次精度の片側差分で近似した。

### 3.3 解法

#### 3.3.1 方法 1

式 (3)(4) を以下の式を用いたコンパクト差分法 (4) で解く。  $\Delta t = 0.002$  とした。

$$\alpha f'_{i+1} + f'_i + \alpha f'_{i-1} = b \frac{f_{i+1} - f_{i-2}}{3h} + a \frac{f_i - f_{i-1}}{h}$$

であり, この式の係数を

$$a = \frac{3}{8}(3 - 2\alpha), b = \frac{22\alpha - 1}{8}, \alpha = \frac{1}{22}$$

とすることで, 1 階微分を 4 次精度で近似することができる。

#### 3.3.2 方法 2

式 (1)(2) を以下の陽的な差分法で解く。  $\Delta t = 0.002$  とした。

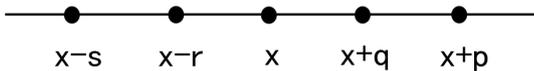


Fig. 3.1: Grid points for fourth order difference

Fig. 3.1 に示す 5 点を用いた点 x における f の 1 階微分は,

$$f_x = af(x+p) + bf(x+q) + ef(x) + cf(x-r) + df(x-s)$$

であり, この式の係数を

$$\begin{aligned} a &= \frac{qrs}{p(p-q)(s+p)(r+p)} \\ b &= -\frac{prs}{q(p-q)(s+q)(r+q)} \\ c &= -\frac{pqs}{r(r-s)(r+p)(r+q)} \\ d &= \frac{pqr}{s(r-s)(s+p)(s+q)} \\ e &= -(a+b+c+d) \end{aligned}$$

とすることにより 4 次精度で近似される。これを線形化オイラー方程式に現れる 1 階微分の近似に用いた。

## 4. 結果と考察

### 4.1 方法 1

#### 4.1.1 吸収層の効果

音源を一定速度で回転させた時, Fig.4.1 は吸収層なし Fig.4.2 は吸収層ありの場合を同時刻での密度分布を等値線で表した図である。

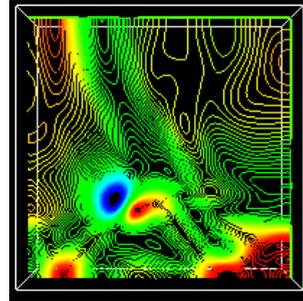


Fig. 4.1:  
Pressure contours  
Rotating sound source  
Without absorbent layer

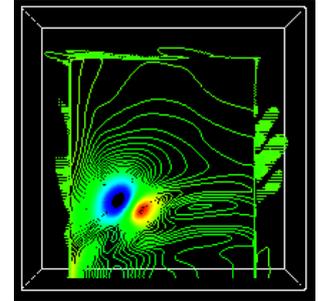


Fig. 4.2:  
Pressure contours  
Rotating sound source  
With absorbent layer

Fig.4.1 では移動する音源の音波と反射した音波がぶつかり複雑に入り乱れた。一方 Fig.4.2 では, 音源付近に最も音波が密集している。また, 音源が吸収層の近くを回転移動しているため, すぐに音波が吸収されてしまっていると考えられる。

#### 4.1.2 ブレードの長さ 50

長さが 50m のブレードを使用した風車を想定した場合の結果である。

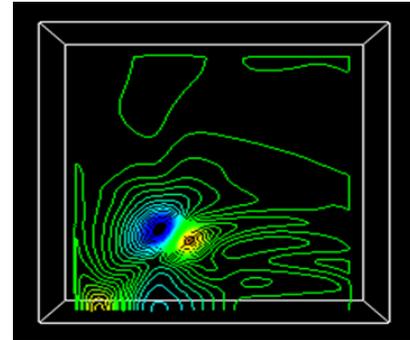


Fig. 4.3: Pressure contours (50 meter blade)

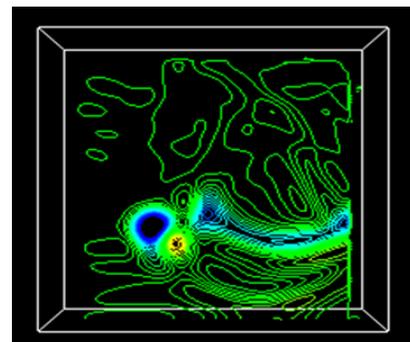


Fig. 4.4: Results of high rotation number

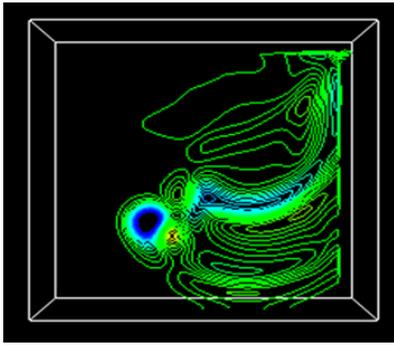


Fig. 4.5: Results of high rotation speed

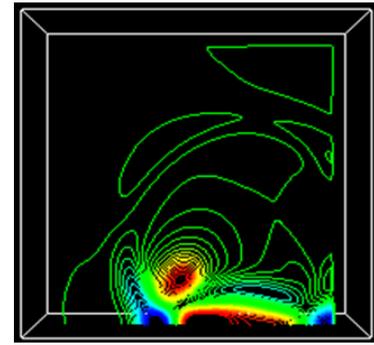


Fig. 4.8: Results of high rotation speed

Fig.4.3 は回転開始時に時計の短軸が9時の位置にあった音源が4時の位置にきた時点（7/12回転）での等圧線を示す。また Fig.4.4 は Fig.4.3 から音源が1周したとき（19/12回転）の等圧線である。この場合、3時の線に沿って青色の圧力の低い部分が見えるが12時の時点（15/12回転）での音源の低圧部が伝播したもので、この時点での高圧部は領域の外に出ていっている。Fig.4.5 は回転速度を3倍にしたときの Fig.4.4 に対応する図である。Fig.4.4 に比べて低圧部が斜め上にあるのは音源の振動のタイミングがずれているためである。

#### 4.1.3 ブレードの長さ 30

長さが30mのブレードを使用した風車を想定した場合の結果である。

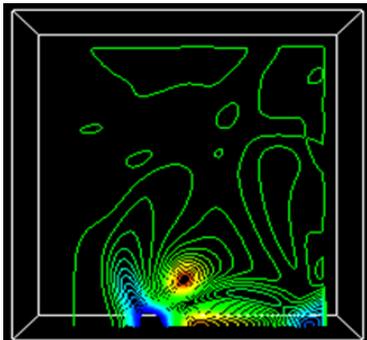


Fig. 4.6: Pressure contours (30 meter blade)

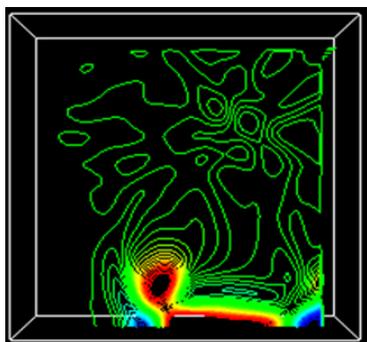


Fig. 4.7: Results of high rotation number

Fig.4.6 は回転開始時に時計の短軸が9時の位置にあった音源が6時の位置にきた時点（3/4回転）での等圧線を示す。また Fig.4.7 は Fig.4.6 から音源が1周したとき（7/4回転）の等圧線である。Fig.4.7において、Fig.4.6よりも音源や反射波が赤く（高圧に）なっているのは、2周目の回転時に1周目の反射波と音源が合わさったからである。Fig.4.8 は回転速度を2倍にしたときの Fig.4.6 に対応する図である。Fig.4.8においても Fig.4.7と同様に Fig.4.6よりも音源や反射波が赤く（高圧に）なっている。これは、回転速度を速くしたことにより Fig.4.6の場合よりも回転時に音波が分散せず反射したからであると考えられる。また、風車の中心は50mの場合と同じであるため、地面からの反射波の及ぼす影響に50mの場合との差が見られる。

#### 4.1.4 圧力 P の時間変化

4.1.1の吸収層ありの音源回転の場合において、圧力 P の時間変化をグラフ表示した。Fig.4.10は Fig.4.9の点 A, Fig.4.11は Fig.4.9の点 B におけるグラフである。また、横軸は時間ステップ、縦軸は圧力 P である。

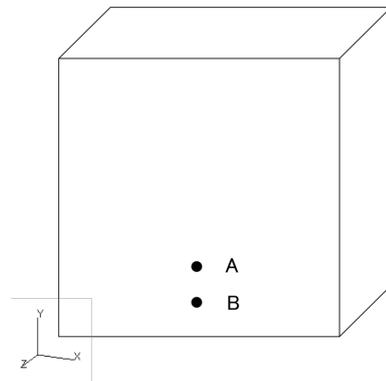


Fig. 4.9: Position of pressure P

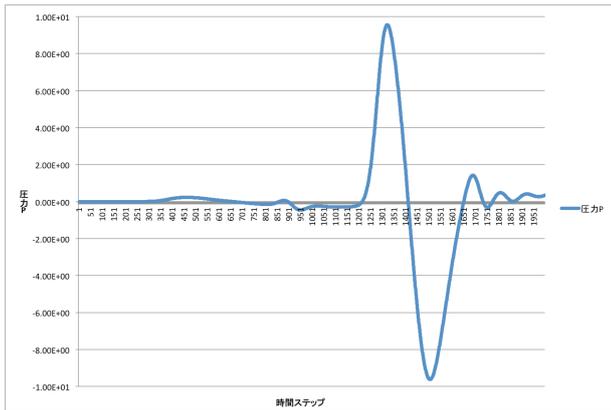


Fig. 4.10: Time change of pressure P  
(point A of Fig.4.9)

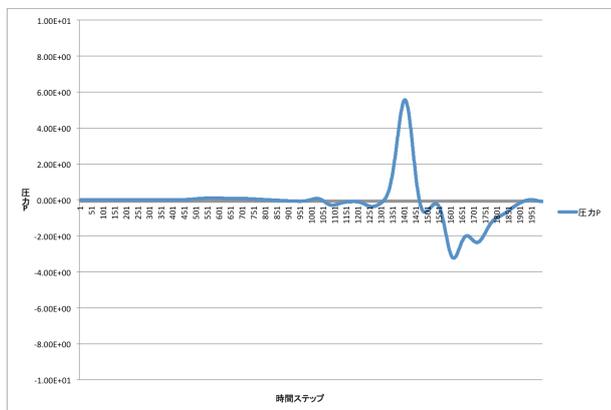


Fig. 4.11: Time change of pressure P  
(point B of Fig.4.9)

Fig.4.10 ではまず音圧の高い部分が A 点に到達したあと、低い部分が到達していることがわかる。Fig.4.11 でも時間が少し遅れて音圧の高い部分が B 点に到達しているのがわかるが音の強さは A 点に比べて半分程度になっているのは球面波の性質を表している。低圧部の波形に Fig.4.10 と差が見られるのは、前述の高圧部が地面に到達し反射波を形成して、それが低圧部と干渉したためだと考えられる。

## 4.2 方法 2

### 4.2.1 不等間隔格子での音源回転

不等間隔格子において音源を回転移動させた場合については、予稿執筆時には計算中であり、発表にて結果を示す。

## 5. まとめと今後の課題

実際のプロペラ型の風車を想定して音源の位置を設定し、音源が移動することによって音波がどのように伝播するか、また、吸収層なしの場合とありの場合とで音波伝播にどのような違いがあるのかをシミュレーションにより検証した。その時、(1) 狭い領域で吸収層を設定しコンパクト差分を用いる方法と、(2) 広い領域において不等間隔格子で 4 次精度の陽的な差分を用いる方法で試みた。

その結果、(1) の方法では音源を移動させると、音波が後から遅れて伝わるドプラー効果が観察できた。吸収層を設定した部分では音源の状態に関わらず、音波は反射することなく吸収されていた。また、吸収層なしと比べて吸収層ありの方が音源付近に音波が集中しており、音

源から離れるにつれて密度が小さくなることから、音源から遠くなる程音が小さくなっているのではないかと推測した。一方で (2) の方法では、予稿執筆時は計算中である。

今後は、(2) の方法での結果を示したい。また、音源の設定位置を再検討し、吸収層における音波の吸収のされ方が、風車を実際に設置する環境により近づくような吸収層を検討していきたい。以上のことから風車騒音への応用を考えていきたい。

## 参考文献

- (1) 河村哲也. 数値シミュレーション入門. サイエンス社, (2006).
- (2) Berenger, J-P, "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves" Journal of Computational Physics 114, 185-200, (1994).
- (3) Tam, C.K.W. T. "Computational Acoustics : A Wave Number Approach (Cambridge Aerospace Series)." , Cambridge University Press. (2012)
- (4) 鶴秀生, 岩津玲磨. 音響設計のための時間領域差分法の高精度化. 京都大学 数理解析研究所講究録, 第 1645 巻 177-188(2009).