

# 界面に適合する AMR 法と完全陽解法を用いた 液膜形成と崩壊の GPU 計算

A GPU-based Simulation for Formation and Collapse of Liquid Film using Interface-adapted AMR Method

- 松下真太郎, 東工大, 東京都目黒区大岡山 2-12-1-I7-3, E-mail : matsushita@sim.gsic.titech.ac.jp  
 青木尊之, 東工大, 東京都目黒区大岡山 2-12-1-I7-3, E-mail : taoki@gsic.titech.ac.jp  
 Shintaro MATSUSHITA, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1-I7-3 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo  
 Takayuki AOKI, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1-I7-3 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo

A weakly compressible scheme for low-Mach number gas-liquid two-phase flows have been developed for a full-explicit time integration to avoid solving Poisson equation for large-scale two-phase flow simulations. To describe the gas-liquid interface the conservative Allen-Cahn equation, which is one of the phase-field models, combined with the continuum equation is introduced. The accuracy of numerical results of two-phase flow strongly depends on the mesh resolution near the interface. The AMR(Adaptive Mesh Refinement) method greatly reduces the computational cost, since it is possible to assign high-resolution mesh to the region around the moving interface. We have developed a GPU-code to solve the equation in a manner of the tree-based AMR. By using node-centered configuration, linear interpolation can be used in a closed leaf when new fine values have to be constructed. We successfully carried out some violent two-phase flow simulation and flow including very thin liquid film by using the method which is combined weakly compressible scheme with AMR method.

## 1. 緒言

気液二相流の数値シミュレーションは、未だに数値流体力学的課題の多いテーマである。工学的に予測が求められているオイル攪拌、燃料電池内排水等の実スケール解析では非常に激しい流動を含み、高解像度解析が求められている。計算機の著しい発展に伴い、流体計算と界面追跡の方程式を直接解くことによる解析がなされてきており、並列計算による高解像度計算が現実のものとなってきている。しかし、高レイノルズ数の非常に激しい気液二相流においては、同じ物理条件で格子を増やすと新たな気泡や水滴が生じるなど、解の収束性に至る十分な格子解像度で計算することは非常に困難である。実問題への適用で必須となる 3 次元解析では各軸方向の格子解像度を 2 倍にすると格子数は 8 倍となり、さらに時間刻みの制限から、最低でも 16 倍という膨大な計算資源を要する。また、非圧縮性流体は連続の式および非圧縮性 Navier-Stokes 方程式を満たす必要があり、圧力に関する Poisson 方程式を解く必要がある。Poisson 方程式をコンピュータ上で解く際には、大規模な連立一次方程式を解く問題に帰着し、一般に反復計算によって解かれるが、密度比の大きい気液二相流では反復計算の収束性が悪化する。特に反復計算の解の収束性は格子解像度を大きくするほど悪化するため大規模な気液二相流を現実的な計算時間で行うことは困難であった。これから計算規模がさらに増えて行くことを考えると大規模疎行列計算の解の収束性の低下は深刻な問題であり、半陰解法から脱却し完全陽解法を選択しない限りエクサスケール規模の解析への望みは薄いと言える。

そこで、弱圧縮性近似に基づく完全陽解法を用いたポアソン方程式を解かない気液二相流解析手法と界面近傍に高解像度格子を動的に集める Adaptive Mesh Refinement(AMR) 法<sup>(1)</sup>を組み合わせる超解像度気液二相流を実現する。完全陽解法によってエクサスケールまで見通せるスケラビリティの良い手法の開発を行う。さらに、AMR 法による総格子点の大幅な削減によって界面近傍をより高解像度で計算することが可能となる。特に液膜を含むような流れ計算では、非常に薄い液膜を有限厚さの界面幅を持つ界面で解像しなければならず、高解像度計算が必須である。界面のみに高解像度格子を割り当てられる本手法を適用することによって液膜の形成と破れの過程を数値計算によって再現する。

界面は時間とともに変化するため、界面挙動に追従した動的な格子細分化が必要となる。本研究では、流体方程式を完全陽解法で解くために、圧縮性流体解析手法の一つである特性線解法に基づく定式化を行う。非圧縮性領域に適用するために、低マッハ数領域に対して効率的

に計算が行えるスキームを選択した。フラクショナル・ステップ法により、圧縮性 Navier-Stokes 方程式をオイラー方程式とそれ以外の項に分離し、方向分離法によって各々の方向に対する式を解く問題に帰着させる。これによってオイラー方程式の解法の特異線解法が適用でき、semi-Lagrangian 法による高精度かつ高効率な計算が可能となる。気液界面の追跡には、近年気液二相流の界面追跡手法として良い報告がされている流束項付き保存形 Allen-Cahn 方程式<sup>(2)</sup>を採用する。これまでに、保存形マルチモーメント法を用いることで、閉じた領域で高精度のレベル差補間を可能とする手法を開発した<sup>(3)</sup>。しかし、AMR 法によって細かい格子を常に界面近傍に集めることで、Phase-Field 変数はレベル差で勾配をほとんど持たないため、Phase-Field 変数のみに関して言えば AMR におけるレベル差補間精度は計算結果にほとんど影響を及ぼさない。従って計算コスト軽減のため Phase-Field 方程式を有限体積法で解く。

## 2. 計算手法

### 2.1 フラクショナル・ステップ法

低マッハ数領域の流れを効率的に計算するために、圧縮性 Navier-Stokes 方程式をフラクショナル・ステップ法で分離して計算する。オイラー方程式による速度の時間発展を  $u^{**}$ 、重力による速度変化を  $\Delta u_{grav}$ 、粘性による速度変化を  $\Delta u_{visc}$ 、表面張力による速度変化を  $\Delta u_{sf}$  として、 $n+1$  ステップ目の速度は

$$u^{n+1} = u^{**} + \Delta u_{grav} + \Delta u_{visc} + \Delta u_{sf} \quad (1)$$

から計算する。

### 2.2 方向分離法

フラクショナル・ステップ法で分離した式に対し、さらに方向分離法を適用することで 1 次元の式に帰着させて解く。方向分離法によってオイラー方程式の解法に特異線解法を適用でき、演算効率の高い semi-Lagrangian 法を適用する。AMR 法で格子解像度のレベル差がある際の補間値の構築も 1 次元方向のみでよく、実装が容易となる。

### 2.3 特性線解法

オイラー方程式は双曲型方程式であるため、特性曲線に沿って伝搬する波の式に置き換えることができる。以下では  $x$  方向の 1 次元での定式化について簡単に述べる。

一次元オイラー方程式は式 (2),(3) で記述される。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho e \end{pmatrix}, \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ u(\rho e + p) \end{pmatrix}. \quad (3)$$

式 (2),(3) を非保存系に変形し、対角化を行い、時間積分した式を連立して  $p, u$  について解くと、オイラー方程式の時間発展の値として式 (4), (5) を得る。

$$p^{**} = \frac{1}{2}(p^+ + p^- + \tilde{\rho}^n \tilde{c}(u^+ - u^-)), \quad (4)$$

$$u^{**} = \frac{1}{2}\left(u^+ + u^- + \frac{1}{\tilde{\rho}^n \tilde{c}}(p^+ - p^-)\right), \quad (5)$$

ここで、 $c$  は音速であり、式 (6) で表される。

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}. \quad (6)$$

上添字の  $+, -$  は  $x$  方向の場合は特性速度  $u+c, u-c$  で上流点を補間した値である。上添字は微小時間での変化がないと仮定された物理量であり、 $n$  ステップ目の値を用いて計算される。補間関数には 3 次精度 Weighted Essentially Non-Oscillatory (WENO) スキームを用いる。三次元の場合はこれに  $y, z$  方向の速度  $v, w$  を考えて同様に解けばよい。

#### 2.4 重力項および粘性項

重力ベクトル  $\mathbf{K} = (0, 0, -\rho g)$  とし、1 次の時間積分を用いれば重力による速度変化は以下の式で求まる。

$$\Delta \mathbf{u}_{grav} = \frac{1}{\rho} \mathbf{K} \Delta t \quad (7)$$

低マッハ数領域を解くため、粘性項は非圧縮ニュートン流体に対する粘性応力テンソルを評価する。

$$\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)) \quad (8)$$

粘性係数  $\mu$  は気相と液相で空間的に変化することに注意して離散化を行う。粘性項による速度変化は、1 次の時間積分を用いれば

$$\Delta \mathbf{u}_{visc} = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)) \Delta t \quad (9)$$

となる。離散化には 2 次精度中心差分を適用する。

#### 2.5 表面張力項

表面張力の評価には Yokoi による Levelset based density-scaled balanced Continuous Surface Force (CSF) モデル<sup>(4)</sup>を用いる。CSF モデルでは面積力である表面張力を体積力として界面近傍に与えるため、陰的に界面位置を表す Phase-Field 法でも適切に表面張力効果を組み込むことができる。表面張力は単位面積あたりの表面張力を  $\sigma$ 、界面曲率を  $\kappa$ 、密度スケーリングされた近似ヘビサイド関数を  $H_\alpha^{sc}(\psi)$  とすると、次のように表される。

$$\mathbf{f}_s = \sigma \kappa \nabla H_\alpha^{sc}(\psi) \quad (10)$$

ここで、 $\psi$  は Levelset 関数であり、密度スケーリングされたヘビサイド関数は以下のように表される。

$$H_\alpha^{sc}(\psi) = \begin{cases} 0 & (\psi < \alpha) \\ \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\psi}{\alpha} + \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi\psi}{\alpha}\right)\right) & (|\psi| \leq \alpha) \\ 1 & (\psi > \alpha) \end{cases} \quad (11)$$

ここで  $\alpha$  は界面幅の半分を表すパラメータである。この手法は Francois らによる balanced force アルゴリズム<sup>(5)</sup>に基づいており、表面張力の離散化の形を圧力の離散化の形と一致させることにより、表面張力と圧力のバランスを改善させる。式 (5) の圧力部分の離散化より、例えば表面張力の  $x$  成分は式 (12) で計算する。また、界面曲率は Levelset 関数から計算する。

$$f_{sx} = \sigma \kappa \frac{1}{2c} (H_\alpha^{sc+}(\psi) - H_\alpha^{sc-}(\psi)) \quad (12)$$

#### 2.6 保存形 Allen-Cahn 方程式による界面捕獲

Phase-Field 法では各時刻における流れ場の気相及び液相の空間分布を表す指標関数  $\phi$  の時間発展を解く。広く用いられている Volume of Fluid (VOF) 法と似た手法だが、古典的な VOF 法と異なり、移流方程式のみを解くのではなく拡散・逆拡散の効果を持つ項を計算することによって界面幅を一定に保つことができる。本研究では Chiu ら<sup>(2)</sup>による曲率の影響を除いた保存型 Allen-Cahn 方程式 (13) を用いる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\phi) = \bar{\gamma} \left( \epsilon \nabla \cdot (\nabla \phi) - \nabla \cdot \left[ \phi (1 - \phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right] \right) \quad (13)$$

ここで、 $\mathbf{u}$  は流速ベクトル、 $\bar{\gamma}$  は易動度に関するパラメータ、 $\epsilon$  は界面幅に関するパラメータである。Phase-Field 変数  $\phi$  はセル・センター上に定義し、有限体積法で解く。式 (13) の左辺の Flux 計算には 3 次精度 TVD-MUSCL 法を用い、右辺の Flux 計算の微分項には 2 次精度中心差分を用いて計算する。

得られた指標関数  $\phi$  を用いて、式 (14), (15) によって二相流の密度と粘性係数を計算する。下添え字の  $l$  は液相、 $g$  は気相の値を表す。

$$\rho = \phi \rho_l + (1.0 - \phi) \rho_g \quad (14)$$

$$\mu = \phi \mu_l + (1.0 - \phi) \mu_g \quad (15)$$

#### 2.7 Levelset 法とのカップリング

界面の勾配計算の高精度化と AMR 法における細分化基準として、Levelset 関数を用いる。具体的には、保存形 Allen-Cahn 方程式に含まれる法線ベクトル  $\nabla \phi / |\nabla \phi|$  を Levelset 関数  $\psi$  を用いた  $\nabla \psi / |\nabla \psi|$  に置き換える。Phase-Field 法では、界面モビリティを大きくすると、平衡状態のプロファイルにより近づこうとするため、界面をよりシャープに保つことができるが、法線ベクトルの誤差は大きくなる。法線ベクトル計算の際に参照点を広げて重み付け平均をとることで高精度化を図ることもできるが、それでも十分な精度の界面形状が得られないため、Level Set 関数を用いた幾何計算を行う。また、表面張力項の評価が必要となる曲率  $\kappa$  および近似ヘビサイド関数構築のためにも Levelset 関数を用いる。

Levelset 関数  $\psi$  は毎ステップ以下の式で移流させる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \psi = 0 \quad (16)$$

ステップが進むにつれて次第に距離関数としての性質である  $|\nabla \psi| = 1$  が損なわれていくために、数十ステップ毎に再初期化を行う。本研究では、Osher らの手法<sup>(6)</sup>を利用する。

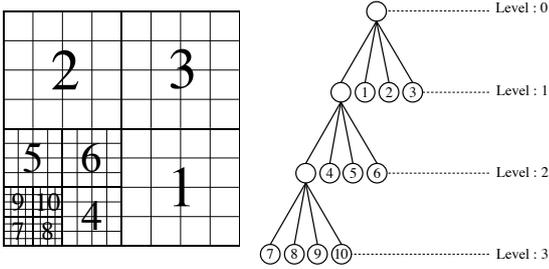


Fig. 1: Refined mesh of computational domain with a tree

Phase-Field 変数の平衡状態の式から Levelset 関数について逆算した以下の式を用いて, Levelset 関数の再初期化の初期値を設定することでカップリングを行う。

$$\psi_0 = \epsilon \log \frac{\phi}{1 - \phi} \quad (17)$$

上式は界面のごく近傍のみで計算し, その他の領域は移流された Levelset 関数を初期値として用いる。これによって界面の近傍には Phase-Field 変数とカップリングされた Levelset 関数が入り, 幾何計算を高精度化できる一方で, 界面からある程度離れた場所でも Levelset 関数の情報が残り, 少ない再初期化回数でも細分化の基準として使うことができる。

### 3. AMR 法の実装

#### 3.1 木構造に基づいた AMR 法

AMR 法は, 現在に至るまで様々な手法が提案されているが, よく利用される方法に木構造に基づいた細分化がある。ある領域 (リーフ) に対して各辺の格子幅を半分にするような格子細分化を行うと, 一つの親リーフに対して子リーフが 2 次元の場合 4 つ生成 (四分木) される。木構造は, 様々な処理を再帰的な関数によって実装することができる。本手法では図 1 に示すように一つの木構造が管理する計算領域に対して, 最粗格子のルートから始まり実際に計算が行われる末端のリーフまで細分化が行われる。本論文では最粗格子のレベルを 0 と表現し,  $n$  回の格子細分化を行ったレベルをレベル  $n$  と表す。最大格子間隔と最小格子間隔の比が 32 であるような場合はレベル 0 から 5 までのレベル差がついた格子細分化が行われる。

#### 3.2 レベル差補間

隣接点とのレベル差がある場合には隣接点参照のために補間が必要となる。本計算における変数の格子配置は図 2 に示す通りである。流体方程式を解くことで得られる速度や圧力などの物理量は格子点上のみに定義されているため, 図 3 のように周囲の値から線形補間で求める。ノード・センター上に定義されている値のレベル差を跨ぐステンスル計算時および動的格子細分化時の補間では一つのリーフ内で閉じた補間で 2 次精度を担保することができる。Phase-Field 変数および Levelset 関数は図 4 に示すように, 荒い格子から細かい格子への補間では近傍点をコピーする。界面に動的に格子を適合させることによって Phase-Field 変数の勾配は常に最細レベルに存在し, レベル差にはほとんど勾配がないため, 補間精度は結果にほとんど影響を及ぼさない。Levelset 関数は表面張力項の評価において曲率計算およびヘビサイド関数の生成に用いている。ヘビサイド関数は界面近傍でしか勾配を持たず, 表面張力による速度への寄与は界面近傍のみであるから Levelset 関数は界面近傍のみ高精度であれば良い。界面から離れた領域の Levelset 関数は AMR 細分化基準として使われるだけなので, AMR 補間は 1 次精度でも十分である。

#### 3.3 動的格子細分化

界面位置は時間とともに変化するため, 界面に絶えず細かい格子を集めるには格子を動的に動かす必要がある。

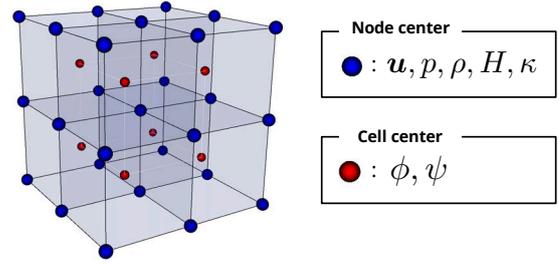


Fig. 2: Schematic for the present node- and cell-centered grid system.

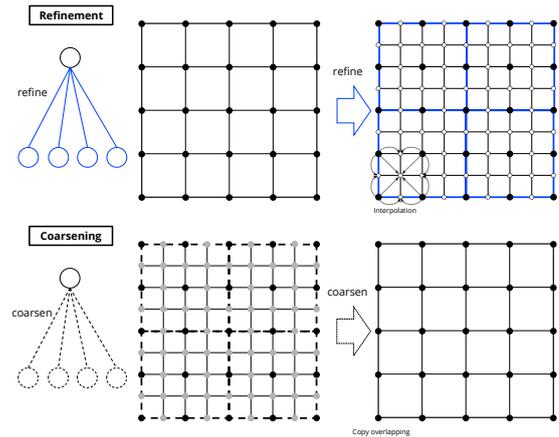


Fig. 3: Interpolation of node-centered variables between coarse to fine meshes

本手法では Levelset 関数の距離関数としての性質を利用して格子の細分化の基準を決定する。判定式は, あるリーフ内のレベルセット関数を  $\psi_{block_i}$  とし, あと何回細分化できるかを表した回数  $n$  と最大細分化回数  $n_{max}$ , 細分化に対応した格子幅を  $dh_n$  とし, 一つのリーフ内に格子が  $b \times b$  含まれているとすると, 以下の判定式で格子細分化の判定を行う。

$$\min(|\psi_{block_i}|) < 2 \times dh_{n_{max}-n} \times b \quad (18)$$

動的に格子が動くとき, 新しく細分化された格子の補間値を計算する必要がある。粗い格子から細かい格子への補間は, レベル差補間と同様の操作を行えば良く, 図 3, 図 4 のように新たに生成された細かい格子の値を得る。

#### 3.4 メモリ・プールを用いた細分化・粗大化の GPU 実装

本実装では, 図 5 のように AMR を管理する一つの Tree を Morton カーブで順番付け, GPU の Device memory 上にメモリを確保する。Tree のデータ構造自体は CPU 側で管理し, 隣接リーフ等の実際の計算に必要な情報を Morton カーブの順番で保存した配列を Device 側にコピーし, 実際の GPU 計算ではその情報が参照される。

気液界面は一般に激しく流動するため, 界面に AMR 法によって格子を適合させると非常に頻りに細分化・粗大化が繰り返される。GPU ではアドレスが固定されているため, 単純なメモリの確保と解放が CPU の場合のように高速に行えず cudaMalloc() および cudaFree() を高い頻度で行うことは現実的ではない。アプリケーション側で用意するメモリ・プールを用いて細分化・粗大化を管理し, デフラグメンテーションまでアプリケーション側で行う。図 6 に示すように, メモリ・プールは実際に計算で用いるメモリ量より少し多めに確保しておく。細分化および粗大化の段階で該当するアドレスのメモリ・プールを使用しないように設定し, 細分化では新しい格子の

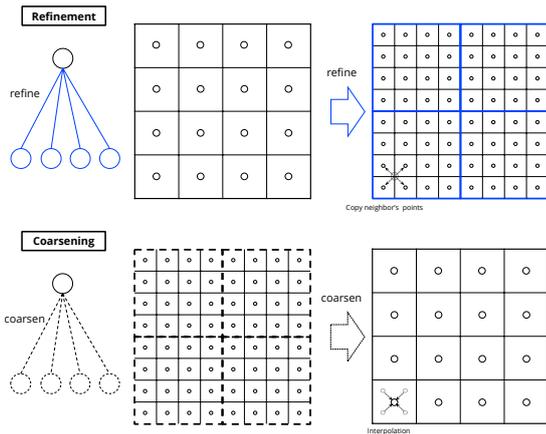


Fig. 4: Interpolation of cell-centered variables between coarsened to fine meshes

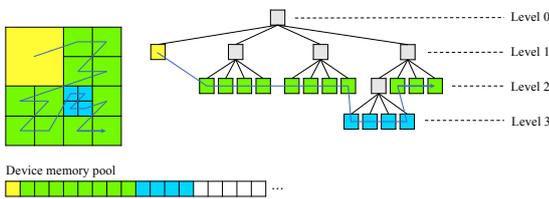


Fig. 5: Tree based AMR with space-filling curve

データは末端に追加される。デフラグメンテーションによって穴が肥大した部分を詰めることで、メモリ・プールのサイズが肥大化することを防ぐ。メモリ・プールのデータ使用量が全体のうち一定の割合以上になったときの `cudaMalloc()` および `cudaFree()` が行われる。

#### 4. 計算結果

弱圧縮性解法による気液二相流計算は、ダム崩壊計算、気泡上昇問題等のベンチマーク問題で非圧縮領域に対して十分な精度が出ることを確認している<sup>(7)</sup>。本稿では、弱圧縮性解法と動的格子細分化を組み合わせた三次元計算の結果を示す。下記計算結果の黒線および緑線はリーフ境界線を示し、1つのリーフに  $4^3$  格子が含まれている。

##### 4.1 界面で液膜を形成する気泡上昇計算

数値計算で気泡上昇を計算する場合、ほとんどの場合液相中の気相の形状や速度について議論されるが、実際に我々が目にする現象の一つに水面上での半球状の液膜の形成がある。実験においても、条件によって水面上で液膜が形成され、数回反射した後に破裂するといった挙動が確認されている<sup>(8)</sup>。数値計算上でこのような液膜形成を再現するためには薄くなっていく界面を有限の格子幅で表現する必要があり、細かい格子が必要となる。本手法によって界面近傍に格子を集め、気泡が水面上に衝突した際の液膜形成再現を試みた。計算領域  $2 \times 2 \times 1.5$  cm 中の  $z = 1.0$  cm に液面を設定し、半径  $R = 0.25$  cm の球状の気泡を  $(x_c, y_c, z_c) = (0.5, 0.5, 0.5)$  cm に設定する。気液相には空気を用い、液相にはシャボン液を想定した  $20^\circ\text{C}$  のグリセリン 20% 水溶液の物性値<sup>(9)</sup> を用いた。格子解像度は最粗格子が均一  $16 \times 16 \times 12$  格子相当、最細格子が  $256 \times 256 \times 192$  格子で、レベル差 4 がついた計算となっている。水と空気の物性値を用いた計算では、最も粗いレベル 0 の格子解像度  $16 \times 16 \times 16$  とし、レベル 5 まで AMR 法による格子細分化を行った。最も細かいレベル 5 の格子解像度を均一格子とした場合、 $256 \times 256 \times 192$  格子に相当する。図 7 に計算結果の時刻歴を示す。界面と物体近傍に格子が集まっており、均一格子と比較して非常に少ない総計算点で薄い液膜の計算を実行することが

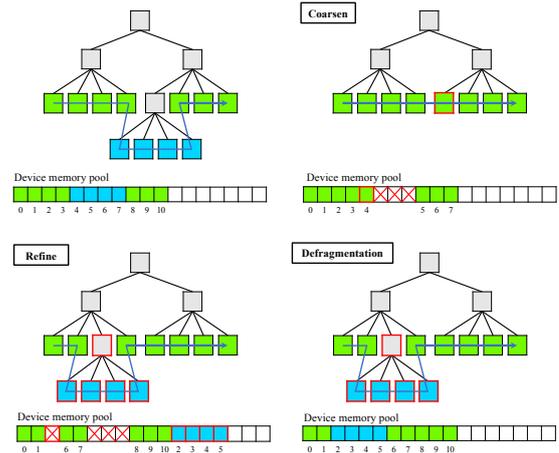


Fig. 6: Adaptation and defragmentation of Tree-based AMR and memory pool

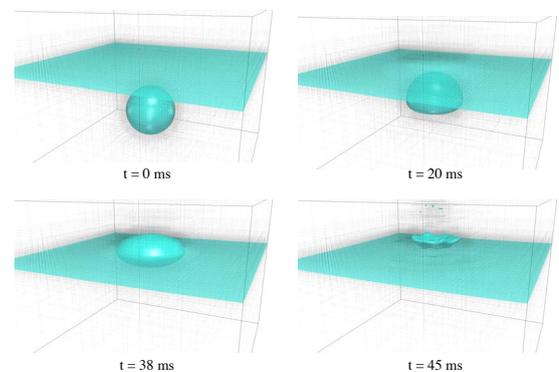


Fig. 7: Results of the simulation of bubble colliding with the liquid interface

できた。現実世界で見られるような薄い液膜を長時間維持させる現象の再現のためには、粘弾性力の考慮等の物理モデルの改良が考えられる。

##### 4.2 スプーンに衝突する水の流れ計算

水道から流出する水をスプーンに当てると、スプーンの形状に沿って液膜が形成される。有限の格子幅で界面を再現する数値計算で液膜を解像するためには、界面近傍に非常に多くの格子が必要となる。本手法を用いて界面近傍に動的に格子を集めることで、薄い液膜を含む流れ計算を効率的に行う。物体の表現には境界条件に応じた補間値を `ghost cell` に与える `Immersed Boundary Method (IBM)`<sup>(10)</sup> を用いる。Phase field 変数には直接境界条件を与えず、IBMによって設定された流速によってのみ境界条件を考慮することで、 $\phi$  の保存性を担保している。

$20^\circ\text{C}$  における水と空気の物性値を用いて、スプーンの実形状スケールの計算とるように、 $Re$  数約 25500、 $Fr$  数 4.21 程度とした。代表流速には、水の流入流速である  $2$  m/s を用い、代表長さはスプーンの曲率を持った部分の面の横幅の長さを採用した。計算結果を図 8 に示す。最細格子は  $1024^3$  相当の非常に細かい格子となっており、単一 GPU においても界面に対して非常に高解像度な格子を割り当てた計算を実行することができた。また図 8(b) の黒線は動的に界面に適合するリーフ境界線を示す。本実装では各リーフに  $4 \times 4 \times 4$  の格子が含まれている。計算を進めていくと共にメモリ使用量も肥大化していくため、さらなる高解像度計算のためには複数 GPU 実装が必要である。

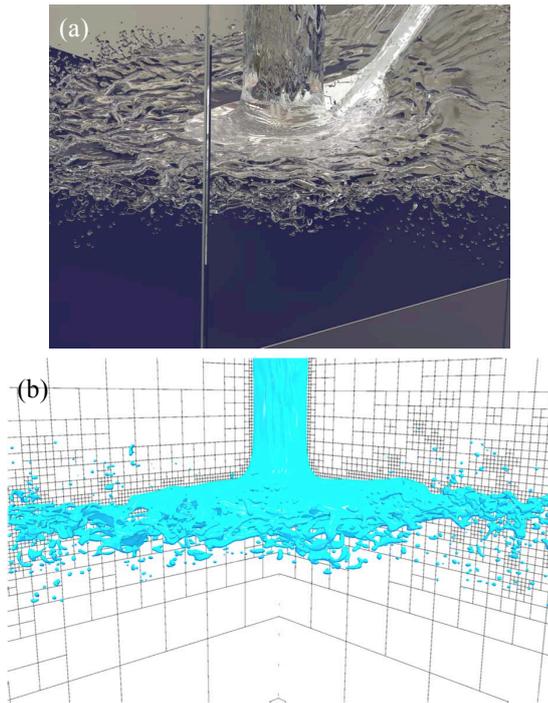


Fig. 8: Result of the problem of flow impinging on the spoon, (a) the profile of interface and (b) the leaf lines.

## 5. 結言

弱圧縮性スキームによる完全陽的な気液二相流計算手法と、木構造に基づく AMR 法による動的な格子細分化を組み合わせて、単一 GPU による実装を行った。気液界面は一般に激しく流動し、AMR による細分化・粗大化は頻繁に繰り返されるため、実行性能を向上させるためにアプリケーション側でメモリ・プールを用いて管理し、デフラグメンテーションまで行っている。本手法を用いて液膜を含む流れの計算を実行し、均一格子を用いた場合と比べて大幅な総格子点数の削減を実現した。流体計算は完全陽解法であり半陰解法と比べて非常に良いスケーラビリティを持つ。ノード・センターの変数配置となっているため AMR 法におけるレベル差補間が閉じたリーフ内で完結し、少ない隣接リーフ参照で済む。本手法により、計算コストの面で限界のあった均一格子を用いる計算をさらに高解像度で行えるようになり、AMR 法が効果的であるような流れの高解像度への展望が開けたと言える。今後は複数 GPU 実装を行い、さらなる高解像度気液二相流計算を実現する。

## 6. 謝辞

本研究は、科学研究費補助金・基盤研究 (S) 課題番号 26220002 「ものづくり HPC アプリケーションのエクサスケールへの進化」、学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点、および、革新的ハイパフォーマンス・コンピューティング・インフラの支援による (課題番号: jh180035-NAJ)。記して謝意を表します。

## 参考文献

- (1) Berger, M. J. and Oliger, J., "Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations", J. Comput. Phys., Vol.53, No.3(1984), pp. 484-512.
- (2) Chiu P-H. and Lin Y-T., "A conservative phase field method for solving incompressible two-phase flows", J. Comput. Phys., Vol.230(2011), pp. 185-204.
- (3) 松下, 青木, "木構造に基づいた AMR 法を用いた流

束項付き保存形フェーズフィールド方程式のマルチモーメント法による解法", 日本計算工学会論文集, 2018, pp. 20180005.

- (4) Kensuke Yokoi, "A density-scaled continuum surface force model within a balanced force formulation", J. Comput. Phys., Vol.278(2014), pp.221-228.
- (5) Marianne M. Francois, Sharen J. Cummins, Edward D. Dendy, Douglas B. Kothe, James M. Sicilian, and Matthew W. Williams, "A balanced-force algorithm for continuous and sharp interfacial surface tension models within a volume tracking framework", J. Comput. Phys., Vol.213, No.1(2006), pp.141-173.
- (6) Osher, S. and Fedkiw, R., "Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces", Springer Verlag, 153, 2003.
- (7) S. Matsushita, T. Aoki, "A weakly compressible scheme with a diffuse-interface method for low Mach number two-phase flows", J. Comput. Phys., Vol. 376, No.1(2019), pp. 838-862.
- (8) D. Kosior, J. Zawala, R. Todorov, D. Exerowa, K. Malysa, "Bubble bouncing and stability of liquid films formed under dynamic and static conditions from n-octanol solutions", Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects, 460(2013), pp. 391-400.
- (9) 日本機械学会: 流体の熱物性値集: 技術資料, 日本機械学会, pp.477-478, 1983.
- (10) R. Mittal, H. Dong, M. Bozkurtas, F.M. Najjar, A. Vargas, A. von Loebbecke, "A versatile sharp interface immersed boundary method for incompressible flows with complex boundaries", J. Comput. Phys. 227 (2008) pp. 4825-4852.