第 32 回数値流体力学シンポジウム
D08-3

機械学習による乱流のエネルギー散逸率の空間分布の予測

Inference of the spatial distribution of turbulent energy dissipation rate by machine learning

○ 後藤　晋，阪大基礎工，豊中市待兼山町 1-3，E-mail：goto@me.es.osaka-u.ac.jp
犬伏正信，阪大基礎工，豊中市待兼山町 1-3，E-mail：inubushi@me.es.osaka-u.ac.jp
Susumu Goto, Osaka Univ., 1-3 Machinkaneyama, Toyonaka, Osaka
Masanobu Inubushi, Osaka Univ., 1-3 Machinkaneyama, Toyonaka, Osaka

Using a machine learning method, we infer the spatial distribution of the energy dissipation rate of turbulence in a periodic cube. When the external force driving the turbulence is given, we may use, as training data, a time-series of the kinetic energy and its dissipation rate at a *low* Reynolds number to infer the energy dissipation rate at *higher* Reynolds numbers from the instantaneous value of the kinetic energy.

1. はじめに

非圧縮流体の乱流の統計を考える上で，単位質量あたりの運動エネルギーの散逸率 $\epsilon(\boldsymbol{x},t)$ は中心的な量である．これは，乱流の小スケールの統計がエネルギー散逸率と流体の動粘性係数 ν で特徴づけられる（コルモゴロフの相似仮説）ためである．したがって，例えば，乱流の小スケールの運動のモデル化のためには，大スケールの運動の情報を用いて $\epsilon(\boldsymbol{x},t)$ を表現する必要がある．このとき，テーラーの散逸則，

$$\langle\epsilon\rangle \sim \langle K\rangle^{3/2}/\langle L\rangle \quad (1)$$

が出発点となる．ここで，K は運動エネルギー，L は乱流の流速の特徴長さ（積分長がしばしば用いられる）であり，これらは乱流の大スケールの運動を特徴づける．また，$\langle\cdot\rangle$ は統計平均である．確かに，(1) は ϵ の平均値を大スケールの統計量で表現しており，また，この式は統計的に定常な乱流に対しては正しい．定常乱流では，大スケールにおけるエネルギーの注入率（あるいは，大スケールから小スケールに流れるエネルギー流束）の平均値と $\langle\epsilon\rangle$ が釣り合うためである．

ところが，(1) を瞬時値どうしの関係に焼きなおすことはできない．我々はこれまでに，周期境界条件下で定常外力に駆動される乱流のエネルギー散逸率の空間平均値 $\overline{\epsilon}(t)$ と $\overline{K}(t)$ や $\overline{L}(t)$ との関係を検討し，

$$\overline{\epsilon}(t) \sim \langle\sqrt{K}\rangle\,\langle L\rangle\,\overline{K}(t)/\overline{L}(t)^2 \quad (2)$$

がよい近似を与えることを示した [1]．この表現 (2) は，風洞内の格子乱流などの減衰乱流でもよい近似を与える [2]（その場合，$\langle\sqrt{K}\rangle\langle L\rangle$ は流入条件で置き換える）が，今のところ実験則に過ぎない．

実際のモデルでは，さらに進んで，瞬時のエネルギー散逸率（あるいはエネルギー流束）の空間分布 $\epsilon(\boldsymbol{x},t)$ が必要となる．これらは $\overline{\epsilon}(t)$ の予測よりも一段難しい．$\epsilon(\boldsymbol{x},t)$ の確立したモデル化が存在しないことからも分かるように，この予測を演繹的に行うことは易しくない．そこで本研究では，機械学習の手法を用いて，乱流中の大スケールの情報から $\epsilon(\boldsymbol{x},t)$ の予測を試みる．

2. 考える系と機械学習

周期境界条件下で，定常外力に駆動される乱流を考える．この系の特徴のひとつは，外力が時間依存しないにもかかわらず，$\overline{K}(t)$ と $\overline{\epsilon}(t)$ が大きく時間変動することである [1]．このとき，後者の時間変化の位相は前者に対して積分時間程度だけ遅れる．これは，$\overline{K}$ と $\overline{\epsilon}$ がそれぞれ大スケールと小スケールの乱流の活発度を表し，また，エネルギーカスケードには積分時間程度の時間がかかるためである．

同じ外力に対して，ν の値を変えて異なる（テーラー長）レイノルズ数（Re_λ）の直接数値シミュレーションを実行する．このとき，周期箱を I 個の部分領域に分割し，それぞれの部分領域における $\epsilon(\boldsymbol{x},t)$ と $K(\boldsymbol{x},t)$ の局所空間平均値をそれぞれ $\epsilon^{(i)}(\boldsymbol{x},t;Re_\lambda)$ と $K^{(i)}(\boldsymbol{x},t;Re_\lambda)$ ($i=1,2,\cdots,I$) と表す．本研究の目標は後者から前者を予測することである．

機械学習として,「リザーバ・コンピューティング」[3] と呼ばれる教師付き学習を用いる．このとき用いる教師データは，ある Re_λ に対する $(K^{(i)},\epsilon^{(i)})$ の長時間の時系列とし，その学習結果をより高いレイノルズ数における予測にも流用する．外力を固定すれば，慣性領域におけるエネルギーカスケードの動力学は流体の動粘性係数（したがって，Re_λ）には依存しないはずなので，より低い Re_λ の教師データを用いた学習の結果は，より高い Re_λ でも使えるはずである．

3. 結果と議論

$I=1$ つまり，空間分割をせずに，$\overline{K}(t)$ から $\overline{\epsilon}(t)$ を予測した結果を Fig. 1 に示す．ただし，$Re_\lambda=30$ の時系列データを教師データとして，(a) $Re_\lambda=30$ および (b) 280 に対して，それぞれの $\overline{K}(t)$ から $\overline{\epsilon}(t)$ を予測した結果を示す．いずれもよい予測を与える．講演では，$I>1$ の場合の結果についても報告する．

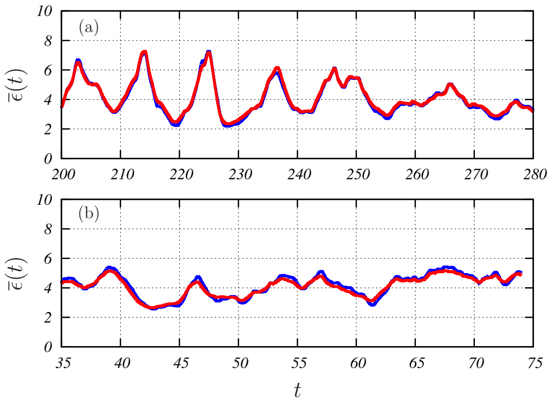

Fig. 1: Inference (red line) of the energy dissipation rate of turbulence at (a) $Re_\lambda=30$ and (b) 280. The blue lines are real data.

参考文献

(1) Goto, S. and Vassilicos, J.C., Fluid Dyn. Res. 48 (2016) 021402.
(2) Vassilicos, J.C., Ann. Rev. Fluid Mech. 47 (2014) pp. 95–114.
(3) Jaeger, H. and Haas, H., Science, 304 (2004) pp. 78–80.